Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

§. 384-386 Cycloide nebst Zeichnung und Berechnung;

urn:nbn:de:hbz:466:1-63556

durch $\frac{rx^3}{6p^2}$ = einem unbestimmten Raum derselben, je nachdem x einen größern oder kleinern Bogen bedeutet. Wenn x = p wird, so ist dieser Raum $\frac{rp}{6}$ oder = $\frac{1}{3}$ von der Kreisfläche, darin die Spirale beschrieben werden.

§. 383. Mechanisch erhält man eine Art Spirallinie, indem man um eine runde Scheibe einen Faden, dessen Länge dem Umfange der Scheibe gleicht, legt, den einen Endpunct an der Scheibe bevestigt, und den straff angezogenen Faden um die Scheibe bewegt, oder abwikkelt. Der zweite Endpunct des Fadens beschreibt dann die Spirallinie.

Der Umfang derjenigen Scheibe, von der sich oben berechnete Schneckenlinie mit einem Faden beschreiben läßt, muß gleich r seyn, folglich ist $\frac{50}{3,14}$ = 15,9 der Diameter, und 7,96 der Radius der erwähnten Scheibe.

§. 384. Cykloide oder Radlinie. Sie entsteht, wenn sich ein Punct A Fig. 77. in einem beweglichen um C beschriebenen Kreise durch's Fortrollen desselben auf der Ebene AM, durch N, F, P rc. bewegt. Die krumme Linie ANFPZ heißt deshalb Radlinie, weil ein Radnagel A im Rade C beim Fortrollen dieselbe in der Luft beschreibt. Die Linie AM heißt Grundlinie, der Kreis um C, der beschreibende Kreis; der Punct A der beschreibende Punct.

Der beschreibende Punct A berührt die Ebene AB zum zweiten Male, wenn alle Theile der Peripherie sie berührt haben, folglich ist die Linie AZ der ganzen Peripherie, und AD, wenn der Punct A sich in F befindet, der halben Peripherie gleich.

Der zurückgelegte Weg des Rades heiße u, die Peripherie = 2rp, so verhält sich

$$u : 2rp = \angle ACG (= NCE) : 360$$

Steht nun z. B. das Rad in E, so ist der Punct A in N, und G in E, folglich u = AG = AE.

§. 385. Die Zeichnung einer Radlinie geschieht am leichtesten also: Mache AD der halben Peripherie, DF dem Durchmesser des beschreibenden Kreises gleich. In dem um DF beschriebenen Kreis nehme man den Punct R willkührlich, und ziehe durch R die NRLSP mit AM parallel und also auf DF senkrecht. Die Länge des Bogens FR = FS trage auf die Parallele von R nach N, und von S nach P, so sind N und P zwei Puncte in der Radlinie. Viele auf diese Weise gefundene Puncte zusammengezogen stellen endlich die verlangte Radlinie dar. Bei dieser Verfahrungsweise ist aber immer die Länge des Bogens RF zu berechnen nöthig.

Legt man an AM ein Lineal und rollt an demselben eine runde Scheibe, deren Radius AC, so läßt sich der bezeichnete Punct A genau verfolgen, und auf dem Papiere nachzeichnen.

Genauer und sicherer, obgleich mühsamer, ist die algebraische Construction dieser Linie.

Nennt man den Bogen $FR = x$, und $RN = y$, so ist $y = x$, welches die Gleichung der Cykloide ist.

Will man aber die y von der Linie DF an rechnen, so ist $y = x + \sqrt{(r^2 - z^2)}$, wobei $z = QL$ = dem Abstand der Ordinate vom Centro. Die x oder Bogenstücke müssen in Theilen des Halbmessers genommen werden. Nun ist QL = Cosinus, und SL = Sin. < FQS, dessen Bogen FS ist. Nimmt man QL willkührlich, so findet man dazu in den trigonometrischen Tafeln LS und FS, und FS = SP, also FS + LS = PL = y = Ordinate.

§. 386. Daraus folgt:

Man theile QF in 100, und also DF, als Abscissenlinie in 200 Theile, so werden die Angaben der trigonometrischen Tafeln keiner weitern Rechnung bedürfen. Nimmt man z. B. QL = 30 = Cosin. < FQS, so findet man LS = 95,39 und Bogen FS = 126,53, ihre Summe = 221,92 = y = PL. Folgende Berechnung ist auf diese Weise gemacht. Die Abscissen fangen in F an, ihre Ordinaten stehen rechtwinklicht zu beiden Seiten.

Ist FL =	1, so ist LP		=	28,23
5	—	—	=	62,91
10	—	—	=	88,66
15	—	—	=	108,17
20	—	—	=	124,32
30	—	—	=	150,99
40	—	—	=	172,66
50	—	—	=	191,32
60	—	—	=	207,54
70	—	—	=	221,93
80	—	—	=	234,88
90	—	—	=	246,54
100	—	—	=	257,08
110	—	—	=	266,62
120	—	—	=	275,13
130	—	—	=	283,02
140	—	—	=	289,92
150	—	—	=	296,04
160	—	—	=	301,45
170	—	—	=	305,98
180	—	—	=	309,75
185	—	—	=	311,33
190	—	—	=	312,64
195	—	—	=	313,65
199	—	—	=	314,11
200	—	—	=	314,16

Weil alle Cykloiden einander ähnlich sind, so ist vorstehende Berechnung für alle Fälle brauchbar. — Man empfiehlt die Cykloide zu Brücken- und Gewölbbogen.

§. 387. Die logarithmische oder logistische Linie acfghiklmb Fig. 78. entsteht, wenn man auf der geraden Linie AB in gleichen Abständen senkrechte Ordinaten errichtet, welche eine geometrische Progression bilden.

Dies zu bewerkstelligen, nehme man Bb willkührlich, multiplicire sie mit einer Zahl, größer, als 1, so bekommt man Mm; multiplicirt man Mm wieder mit jener Zahl, so erhält man Li. Heißt nun der Multiplicator oder Exponent = n; die Ordinate Bb = y, so ist Mm = ny.