



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen**

**Stöpel, August**

**Stendal, 1819**

§. 388. die Schlangenlinie oder Glockenlinie;

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-63556](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-63556)

Es sey z. B.  $n = \frac{4}{3}$  und Bb oder  $y = 16,85$ ; so ist  
 $ny = \frac{4}{3} \cdot 16,85 = 22,5 = Mm$ ; und setzt man die Rech-  
 nung fort, so bekommt man folgende Ordinaten:

Bb = 16,85	Gg = 94,81
Mm = 22,5	Ff = 126,42
Ll = 30	Cc = 168,56
Kk = 40	Aa = 224,75
Ji = 53,33	u. s. w.
Hh = 71,11	

Anmerk. Fängt man von Aa an, die Ordinaten zu re-  
 rechnen, so muß der Exponent kleiner, als 1 (hier  $\frac{3}{4}$ )  
 seyn.

Die Krümmung dieser Linie hängt von dem Unterschied  
 der Ordinaten, und ihrem Abstände von einander ab.  
 Weil die Abscissen Bm, BL, BK zc. in arithmetischer, und  
 die Ordinaten in geometrischer Progression zunehmen, so  
 stellt diese Linie eigentlich ein logarithmisches System dar,  
 wovon ihr Name entstanden ist.

§. 388. Eine krumme Linie von angenehmer Bie-  
 gung ist die Schlangenlinie oder, wie ich sie lieber  
 nennen mögte, die Glockenlinie EASBF Fig. 76. b.,  
 deren Entstehung folgende ist.

In einem Parallelogramm ACDB soll das Rechteck  
 AP. PB gleich seyn PM. AC. Nennt man  $AB = a$ ;  
 $AC = b$ , weil es beständige Größen sind, und  $PM = y$ ;  
 $PB = x$ , so ist AB die Abscissenlinie, und  
 $AP. PB = PM. AC$  einerlei mit  $(a-x).x = by$

$$\frac{ax - x^2}{ax - x^2} = by$$

$$\text{und } \frac{ax - x^2}{b} = y$$

welches die Gleichung für die Ordinaten dieser Linie ist.  
 Die Ordinate wird am größten seyn, wenn  $x = \frac{1}{2}a$ ;  
 wird  $x$  größer, als  $\frac{1}{2}a$ , so wird das Parallelogramm  
 $(a-x).x$  kleiner, folglich, weil  $b$  beständig,  $y$  an-  
 fangen, abzunehmen. Man braucht daher nur die Or-  
 dinaten zu den Abscissen von A bis Z, oder B bis Z zu  
 berechnen, und wenn  $Ap = Bp$ , so wird auch  $pm = PM$   
 seyn.

Seht

Setzt man die Abscissenpunkte in A und B, so können die Abscissen sowohl positiv, als negativ, oder von A nach Z, und von A nach q zu, genommen werden. Ist  $Aq = Ap$ , und  $PB = Br$ , so wird auch  $qn = pm$ , und  $rz = PM$ .

Wenn  $b = \frac{1}{2} a$ , so wird die größte Ordinate  $= b$ , und s fällt in v; je näher der Werth von b dem von a kommt, desto flacher wird der Bogen, und die krumme Linie windet sich um HJ, wie eine Schlange; je mehr hingegen b von a unterschieden ist, desto höher steigt der Bogen, oder desto größer wird die mittelfte Ordinate ZS. Überhaupt gestattet diese Linie die größte Mannichfaltigkeit, und ahmt mancherlei Gestalten der Körper nach.

Mitteltst der Integralrechnung findet man die Fläche BPM oder für jedes beliebige Stück durch folgendes Formular  $\frac{ax^2}{2b} - \frac{x^3}{3b}$ , wobei die x von A oder B nach Z hin genommen werden müssen. Ist  $x = a$ , so giebt das Formular die Fläche ABSA. Eben so viel betragen die Flächen AHE + JBF; werden nun diese vom Parallelogramm HJFE abgezogen, so bleibt die Fläche ABFE = AHGS + SgJB, und daher ist die ganze Fläche der Glockenlinie EASBF dem Parallelogramm GgHJ gleich, dessen Grundlinie HJ = 2a, dessen Höhe = der größten Ordinate. Diese aber steht da, wo  $x = \frac{1}{2} a$ , folglich wird anstatt  $\frac{ax - x^2}{b}$  stehen können  $\frac{a \cdot a - a^2}{2b - 4b} = \frac{\frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{4} a^2}{b} = \frac{\frac{1}{4} a^2}{b} = \frac{a^2}{4b} = ZS$ . Daher ist die Fläche des Parallelogramms HG. HJ =  $\frac{a^2}{4b} \cdot 2a = \frac{2a^3}{4b} = \frac{a^3}{2b}$  = der ganzen Fläche der Glockenlinie EASBF.

Die Fig. 76. b. ist nach folgender Berechnung gezeichnet:  $AB = a = 100$ ;  $AC = b = 30$ ; die x sind von den Abscissenpunkten A und B vor- und rückwärts, und die Ordinaten oder die y = PM = rz = pm = qm gehdrigermaßen senkrecht auf und unter AB, AH und BJ getragen.

Wenn

Wenn  $x$  oder  $Ap = 5$ , so ist  $y = 15,84$

10	— — —	30,
15	— — —	42,5
20	— — —	53,33
25	— — —	62,5
30	— — —	70,
35	— — —	75,83
40	— — —	80,
45	— — —	82,5
50	— — —	83,33.

Die Fläche der ganzen Glockenlinie  $= \frac{a^3}{2b} = \frac{1000000}{60}$

$= 16666\frac{2}{3}$  Quadratmaaf.

§. 389. Die Blattlinie Fig. 78. b. entsteht, wenn man folgende Proportion konstruirt:

$$AB^2 : PA^2 = PB : PM$$

Nennt man  $AB = a$ ;  $AP = x$ ;  $PB = a - x$ ; und  $PM = y$ , so ist  $a^2 : x^2 = a - x : y$

$$\text{und } a^2 y = x^2 \cdot (a - x)$$

$$y = \frac{ax^2 - x^3}{a^2}$$

Ist in A der Anfang der Abscissen, und werden die  $y$  zu beiden Seiten der Axe AB rechtwinklicht aufgetragen, so entsteht die krumme Linie AMBmA, die ich Blattlinie genannt habe, weil ihre Gestalt mit einem Blatt die meiste Ähnlichkeit hat.

Anmerk.

Differenziert man die Gleichung  $a^2 y = ax^2 - x^3$

$$a^2 dy = 2ax dx - 3x^2 dx$$

und setzt das Differenzial  $dy = \text{Null} = dy = \frac{2ax dx - 3x^2 dx}{a^2}$

$$\text{so ist } 0 = 2ax dx - 3x^2 dx : x dx$$

$$0 = 2a - 3x$$

$$3x = 2a$$

und die größte Ordinate ist da, wo  $x = \frac{2}{3} a$ .

Die