



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

§. 390. die Quadratrix; Berechnung dieser Linie.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-63556](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-63556)

Die Fläche, welche die Blattlinie einschließt, giebt das
Formular $\frac{x^3}{3a} - \frac{x^4}{4a^2}$, wodurch man ein Stück APM

findet. Setzt man $x = a$, so wird das Formular $\frac{a^3}{3a}$

$= \frac{a^2}{3} = \frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{4} =$ der Fläche ABMA; und doppelt

ist $= \frac{2}{3} a^2 - \frac{2}{4} a^2 = \frac{a^2}{6} =$ der ganzen Fläche.

Die Fig. 78. b. ist nach folgenden Angaben gezeichnet: $AB = a = 100$, und $AP = x = 5, 10, 15$ u. genommen, die so gefundenen Ordinaten über und unter AB rechtwinklich aufgetragen, und die Endpunkte zusammengezogen.

Ist $x = 5$, so ist $y = 0,23$ größte Ordin., wenn $x = 66,6$, ist $y = 14,81$

10	—	0,9	70	—	14,7
15	—	1,91	75	—	14,06
20	—	3,2	80	—	12,8
25	—	4,68	85	—	10,84
30	—	6,3	90	—	8,1
35	—	7,96	93	—	6,05
40	—	9,6	95	—	4,51
45	—	11,14	97	—	2,82
50	—	12,5	98	—	1,92
55	—	13,61	99	—	0,89
60	—	14,4	100	—	0,
65	—	14,78			

Die ganze Fläche dieser Linie $= \frac{a^2}{6} = \frac{10000}{6} = 1666\frac{2}{3}$
Quadratmaß.

§. 390. Die Quadratrix des Dinostratus.

Diese krumme Linie entsteht also:

Der Halbmesser CB im Quadranten BAC Fig. 79. bewege sich um C und komme nach und nach in die Lage CE, CJ, CK bis in CA; mit ihm parallel bewege sich eine andere Linie längs CA hinauf, die nach und nach in die Lage NP, kp, mn komme. Der beständige Durchschnitt der beiden sich bewegendenden Linien erzeugt die krumme Linie DFGHA, welche Quadratrix heißt.

Die

Die geometrische Construction besteht darin, daß man CA in beliebige gleiche Theile theilt, und durch die Theilpuncte Parallelen mit CB zieht; darauf den Bogen AB in eben so viele Theile theilt, als CA hat, und nach den Theilungspuncten die Halbmesser CE, CJ, CK zieht. Die erhaltenen Durchschnittspuncte F, G, H liegen in der Quadratrix. Nennt man CA die Abscissenlinie, so sind CN, Ck, Cm etc. Abscissen, und NF, kG, mH die dazu gehörigen Ordinaten. Weil nun z. B. in $\triangle CmH$ drei Stücke, nämlich $Cm = x$, Winkel $mCH =$ Bogen AK, und der rechte Winkel bekannt sind, so findet man mH oder y durch

$$\text{Sin. tot.} : Cm = \text{Tang. HCm} : mH$$

$$\text{d. i. Sin. tot.} : x = \text{Tang. C} : y$$

$$\text{und } y = \frac{x \cdot \text{Tang. C}}{\text{Sin. tot.}}$$

Durch dies leichte Formular sind für einen angenommenen Radius CA = 100 und Bogen AB in 100 Theilen, folgende Ordinaten berechnet, wornach jede Quadratrix gezeichnet werden kann.

Wenn CN = x I, III, so ist y oder NF = 63,65 u. s. w.

x = I, III, y = 63,65	x = 70, y = 35,67
5 — — 63,53	80 — 25,99
10 — — 63,14	90 — 14,25
20 — — 61,55	95 — 7,47
30 — — 58,88	100 — •
40 — — 55,06	
50 — — 50.	
60 — — 43,59	

§. 391. Die Spirallinie, Radlinie und Quadratrix heißen auch zuweilen transcendente Linien, im Gegenheil von den algebraischen, deren Ordinaten durch algebraische Formeln gefunden werden. — Es sind unzählig viele krumme Linien möglich, und es ist eine angenehme Beschäftigung, sich sowol im Construiren und Berechnen, als auch im Erfinden derselben zu üben. Daher wird man die ausführlichere Betrachtung der krummen Linien, welche als Verzierungen in der Baukunst, als

N

me

mechanische Krümmungen bei bewegten Körpern häufig vorkommen, gern verzeihen.

Wer sich in der Berechnung und Zeichnung solcher krummen Linien üben will, versuche z. B. nach der Formel

$$a : x = a^3 - x^3 : y^3, \text{ worin } y = \sqrt[3]{\left(\frac{a^3 x - x^4}{a}\right)}$$

für eine beständige Größe $a = 100$, die x willkürlich genommen, die dazu gehörigen Ordinaten zu berechnen, und auf a , worauf die Abscissen genommen, rechtwinklig zu setzen. Er wird eine krumme Linie, fast dem steigenden Bogen Fig. 137. ähnlich, bekommen, worin die größte Ordinate hk , da auf der $bc = a$ steht, wo bh ,

oder $x = \frac{a}{\sqrt[3]{4}} = 63$ ist. Werden die Ordinaten zu beiden Seiten der Linie a (in der Figur bc) aufgetragen, und ihre Endpunkte zusammengezogen, so bekommt man eine geschlossene krumme Linie, die einer gedrückten Ellipse gleich.