Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

I. Zeichnung geometrischer Figuren.

urn:nbn:de:hbz:466:1-63556

Zweite Abtheilung.

Practische Geometrie.

I. Zeichnung geometrischer Figuren.

§. 392. Zur Zeichnung geometrischer Figuren gehört ein gutes Reißzeug.

Anmerk. Das Unentbehrlichste in demselben ist:

1. ein Federzirkel, welcher an dem einen Schenkel eine leicht bewegliche Schraube hat; vermittelst derselben sind die feinsten Bewegungen der Schenkel möglich.
2. Ein anderer Zirkel, von dem der eine Schenkel abgenommen, und dem dafür eine Blei- oder Reißfeder angeschraubt werden kann.

   Die Spitzen der Zirkel müssen nicht gehärtet, sehr spitz, wie Nadeln, und rund seyn; die Schenkel schlank, dünn, und nach der Spitze hin piramydenförmig zulaufen; die Gewinde so gearbeitet, daß die Schenkel beim Auf- und Zumachen nicht Rückungen machen, sondern in jeder Stellung gleich vest stehen. Eckige Spizzen geben beim Umdrehen des Zirkels dicke Puncte und verderben die Zeichnung; plumpe Schenkel hindern das Auge, die Puncte zu sehen.
3. Eine Reißfeder muß wohl polirte, an dem schreibenden Ende zart abgerundete, vermittelst einer feinen Schraube leicht zusammenhängende Backen haben; vor und nach dem Gebrauch sauber abgewischt, und die Tinte ihr mit einer

Schreibfeder oder einem Pinsel zugefüllt werden, damit die äußere Seite nicht schmutzig wird, und ungeschickte Linien macht. Je zarter und gleichförmiger die Linien sind, desto besser ist die Reißfeder. — Die Tinte oder Tusche muß sehr flüssig seyn.

4. Eine kurze Reißfeder mit einem Gelenk, zum Einsetzen in den zweiten Zirkel, um Kreise zu beschreiben, muß ein gutes Gewind im Gelenk haben, und niemals zu leicht beweglich seyn.

5. Ein Transporteur ist ein messingner Halbkreis, der in 180° getheilt ist. Die Theilungslinien sind zart und laufen am abgedachten Umkreise scharf aus. Dies nothwendige Instrument ist nur dann brauchbar, wenn die Grade gleich groß sind, und der Mittelpunct durch eine scharfe Spitze angegeben ist.

6. Der tausendtheilige oder verjüngte Maaßstab ist ein messingnes oder hölzernes Lineal, auf welchem eine Zeichnung Fig. 80. befindlich ist, mittelst welcher man allerlei Linien messen, und verjüngt oder verkleinert aufs Papier tragen kann. Die Linie AB ist gleich und parallel CD, jede in 10 Theile getheilt, wie in der Figur zu sehen ist. Die Theilpuncte werden durch die Transversalen 1D, 2—1, 3—2 rc. zusammen gezogen. Hiedurch ist die Linie B1 in 10 Theile, folglich BA in 100 Theile getheilt worden. So ist z. B. ab = 1; mn = 3; qr = 88 solcher Theile; und ur = 188; vr = 288. Verlängert man die Parallelen AG, 8w, C300, bis sie 10mal AB sind, so hat man einen tausendtheiligen Maaßstab; die Zahlen 1, 2, 3, 4 rc. auf AB und CD bedeuten also 10, 20, 30, 40, 50 rc. und die auf den Linien CA und DB die einzelnen Theile. Will man z. B. eine Linie = 31 auf's Papier tragen, so öffne man den Zirkel von a bis p. — Der Gebrauch des Transporteurs und des Maaßstabes ist äußerst wichtig, wird Anfängern zuweilen schwer, und

die

die Übung damit müssen wir sehr empfehlen. Man thut wohl, wenn man seine Geschicklichkeit im Verfertigen derselben versucht.

7. Ein Winkelmaß, Winkelhaken, bildet an seiner äußern und innern scharfen Kante rechte Winkel, und ist bequem, Perpendikel und rechte Winkel zu errichten. Mit Hülfe eines Peripheriewinkels §. 196. Fig. 30., dessen Schenkel AD und DB auf dem Diameter stestehen, läßt sich das Winkelmaß prüfen und berichtigen.

Außer diesen unentbehrlichsten Werkzeugen enthalten gute Reißzeuge noch manche andere recht nützliche, als

8. einen hölzernen oder messingenen rechtwinklichten Triangel, welcher sehr bequem ist, Parallellinien zu ziehen. Man legt ihn zu diesem Zweck z. B. mit der großen Catheten an ein vestliegendes Lineal, und verschiebt ihn an demselben, dann werden alle an der Hypotenuse oder der kleinen Cathete beschriebene Linien mit einander parallel. Das Parallellineal, welches aus zwei mit Windungen versehenen Linealen besteht, die einander näher und entfernter gebracht werden können, dient zu gleichem Zweck.

9. Eine feine Punctirnadel; ein Bleistift zum Anschrauben an einen Zirkel, wenn sogenannte blinde (wieder auszulöschende) Linien gezogen werden sollen, gehören auch in ein gutes Reißzeug. — Gute Bleistifte bröckeln beim Anschneiden nicht ab, schneiden sich weich, erlauben feine Spitzen, und geben zarte, leicht wieder auszulöschende Linien.

10. Oft findet man auch in den Reißzeugen einen Compaß, der aber, wenn er brauchbar seyn soll, folgende Einrichtung haben muß.

Auf einer viereckigen rechtwinklichten Messingplatte abgd Fig. 81. ist eine runde Büchse, in deren Mittelpunct C auf einem feinen Stahlstift eine (wo möglich 3 bis 4 Zoll lange) sehr em-

empfindliche Magnetnadel schwebt. Am innern Umkreise der Büchse ist da, wo die Spitze der Nadel hintrifft, ein Kreis beschrieben, und in seine 360 Grade getheilt; aber 0° liegt allemal auf einer Linie, die mit einer Seitenfläche der Messingplatte parallel und durch ihren Mittelpunct c geht. Diese Linie SN heißt Meridian oder Mittagslinie. Nun weist die eine Spitze der Nadel bekanntlich beinahe nach Norden, jedoch hier nicht ganz, sondern 19° westlich, welchen Unterschied vom Nordpunct man ihre Abweichung nennt. Wenn man daher diese kennt, so stellt man die Messingplatte so auf eine Ebene, daß die Magnetnadel auf den Punct ihrer Abweichung einspielt, und zieht an einer Seitenfläche ad oder bg eine gerade Linie, welche die Mittagslinie, und eine andere ab oder dg, welche die Abend- und Morgenlinie ist. Hat man auf eine andere Weise eine Mittagslinie erhalten, so kann man mittelst derselben leicht die Abweichung der Magnetnadel finden, wenn man die Messingplatte an die Mittagslinie schiebt, und den Punct bemerkt, auf dem die Nadel stehen bleibt.

Ein solcher Compaß ist beim Anlegen der Grundrisse und Landcharten nicht nur, sondern auch zur Aufstellung der Sonnenuhren, ja selbst zum Winkelmessen sehr brauchbar, zu welchem letztern Zweck man ihn mit 2 Absehen (Diopter n) in N und S versehen muß. — Dieses Instrument gehört eigentlich nicht in ein Reißzeug.

Das Gelingen einer Zeichnung hängt zu sehr von der Güte der Reißgeräthschaften ab, als daß man das Verweilen bei denselben mißbilligen sollte. — Für den Preis von $3\frac{1}{2}$ Rthlr. erhält man vom Mechanikus Krafft in Halle sehr elegante Reißzeuge, die das Nothwendige, und für 5 bis 8 Rthlr. dergleichen, die alles Nützliche und Bequeme enthalten.

§. 393.

§. 393. Eine gegebene gerade Linie in zwei gleiche Theile zu theilen. Fig. 82.

Aufl. Öffne den Zirkel über die Hälfte der gegebenen Linie ab, und beschreib aus a und b über und unter der ab kleine Bogen in d und f, mit einerlei Zirkelöffnung; ziehe die Bogendurchschnitte d und f durch eine gerade Linie zusammen, dann ist ac = cb.

Wäre die Linie ab Fig. 83. am untern Rande einer Fläche, und daher unter ihr kein Bogendurchschnitt möglich, so beschreibe man über der ab aus a und b mit verschiedener Zirkelöffnung die kleinen Bogen f, d, g; eine gerade Linie durch diese Durchschnitte und zur ab verlängert, ist die fc, welche ab in c halbirt.

Oft pflegt man durch Versuche mit dem Zirkel die Theilung zu bewerkstelligen, wobei einige Übung manchmal schnell zum Ziele führt, ohne daß man eine Zeichnung durch Hülfslinien beschmutzt.

Die durch Hülfe der Bogen gefundene Linie cd steht allemal auf der Mitte der ab senkrecht.

(Man erhält, wenn man ad und bd Fig. 82. zusammenzieht, zwei völlig gleiche rechtwinklichte Dreiecke, und eben so viel unterhalb der ab. Vergl. §. 171.)

§. 394. Auf einer gegebenen Linie ab ein Perpendikel zu errichten.

Aufl. Es kommen verschiedene Fälle vor.

1. Soll das Perpendikel auf der Mitte der Linie stehen, so ist das Verfahren, wie in §. 393.
2. Soll das Perpendikel am Ende der Linie b Fig. 84. stehen, so setze den Zirkel in b, thue ihn ungefähr auf bis in c. Aus c ziehe den Kreis bde, und den Diameter dce; aus e aber die gerade Linie eb, so ist < dbe ein rechter Winkel, weil er ein Peripheriewinkel, dessen Schenkel auf dem Diameter stehen, und eb senkrecht auf ab in b.
3. Wenn das Perpendikel auf einem gegebenen Punct Fig. 85. der Linie ab in c stehen soll, so setze den Zirkel in c, ziehe die Bogen ef und

gh,

gh, daß fc = ch werde. Aus den Durchschnitten beschreibe, wie in §. 393., die Bogen in d, ziehe dc zusammen, so ist dc das Perpendikel. Kann man sich auf die Richtigkeit des Winkelmaßes verlassen, so löst man alle diese Aufgaben mittelst desselben weit einfacher und schneller.

§. 395. **Zu einer gegebenen Linie AB Fig. 86. eine Parallellinie zu ziehen.**

Aufl. Mit der Öffnung des Zirkels, die dem Abstande der Parallelen gleich ist, beschreibe aus beiden Enden der AB, oder wo es sich sonst paßt, Bogen fg, hi, und lege ein Lineal so daran, daß es die Bogen berührt, so wird die Linie CD auf jedem Puncte von AB gleich weit abstehen.

Oder: errichte in A und B Perpendikel von gleicher Länge, und ziehe ihre Endpuncte CD zusammen.

Ist ein Punct P gegeben, durch welchen die Parallele gehen soll, so setze den Zirkel in P, öffne ihn bis er AB berührt, und beschreibe mit derselben Öffnung aus A und B Bogen, wie fg und hi, durch welche sich die Parallele ziehen läßt. Sehr bequem zieht man Parallelen mit Hülfe eines Parallellineals, oder körperlichen Dreiecks. Siehe §. 392, 8.

§. 396. **Eine gegebene gerade Linie AB Fig. 87. in verlangte gleiche Theile zu theilen.**

Aufl. Ist die Anzahl der Theile eine gerade Zahl, z. B. 12, so theile die AB erst in zwei Theile, jede Hälfte wieder in zwei Theile, so hat jeder so gefundene Theil noch $\frac{3}{12}$ in sich. Will man nun die Linie durch Hülfslinien oder Puncte nicht verletzen, so trage man $\frac{1}{4}$ von AB auf ein besonderes Blatt Fig. 87. nach ab, ziehe dazu die größere Parallele cd, und trage mit willkührlicher Zirkelöffnung 3 Theile auf cd. Ziehe dann durch die Endpuncte die geraden Linien cad und dbd, und von den Theilpuncten 1 und 2 die geraden Linien 1hd und 2gd, so wird ah = hg = gb, und also ab in 3 gleiche Theile getheilt seyn, welche man nun leicht auf die AB zwischen Ab, bC, Cg, gB tragen kann.

Daß

Daß aber ab = hg = gh ist, geht aus der Ähnlichkeit der Dreiecke adh und cdi u. s. w. hervor. Siehe §. 186.

Ist die Anzahl der Theile ungerade (oder eine durch 2 nicht theilbare Zahl, als 7 oder 11 ꝛc.), so muß man entweder durch vielerlei Versuche mit Zirkelöffnungen, oder durch eine größere Parallele cd, wie eben gezeigt, oder durch Rechnung die Theilung bewerkstelligen. Im letztern Fall mißt man AB mit dem Zirkel, hält diese Zirkelöffnung an einen tausendtheiligen Maaßstab, und sieht also, wie lang sie in diesen Theilen ist. Die Anzahl derselben theilt man, wie verlangt, durch Rechnung, und trägt den Quotienten mit dem Zirkel vom Maaßstabe auf die AB, so erhält man den Werth eines verlangten Theils, den man so oft, als man will, neben einander setzen kann.

§. 397. Auf einer gegebenen Linie ab Fig. 88. einen gleichseitigen Triangel zu beschreiben.

Aufl. Nimm die Weite ab mit dem Zirkel, und beschreib aus a und b die kleinen Bogen dd und ce. Von ihrem Durchschnitt ziehe die Linie fa und fb.

Daß △ afb gleichseitig sey, ergiebt sich aus der Construction; denn zöge man statt der kleinen Bogen ganze Kreise, so würden die Seiten des △ Radien derselben.

§. 398. Aus zwei gegebenen Linien ab und cd Fig. 89. einen gleichschenklichten Triangel zu beschreiben.

Aufl. Nimm eine der gegebenen Linien z. B. ab zur Grundlinie; mit der Länge cd beschreibe aus a und b kleine Bogen, und von ihrem Durchschnitt in c ziehe Linien nach a und b, so sind die Schenkel ca und cb einander gleich.

§. 399. Aus drei gegebenen Seiten ab, cd, fg Fig. 90. ein Dreieck zu bilden.

Aufl. Nimm eine der gegebenen Linien z. B. ab zur Grundlinie; mit cd beschreib von a aus einen Bogen;

gen; mit fg von b aus ebenfalls, und vom Durchschnitt h ziehe Linien nach a und b.

§. 400. Einen rechtwinklichten Triangel Fig. 91. zu beschreiben.

Aufl. Auf dem Ende einer Linie ab errichte ein Perpendikel ac, und ziehe cb zusammen.

Es bedarf wohl keiner Erinnerung, daß die Größe der ab und ac auch gegeben seyn könne. Wäre aber ab und bc (die Hypotenuse) gegeben, so würde man mit bc von b aus einen Bogen in c beschreiben, wodurch die Größe des in a errichteten Perpendikels bestimmt wird.

§. 401. Zu einem gegebenen Dreieck ein gleich großes zu zeichnen.

Aufl. Verfahre wie §. 399. gewiesen, denn alle drei Seiten sind bekannt.

§. 402. Ein Dreieck Fig. 92. in mehrere gleich große Dreiecke zu theilen.

Aufl. Theile eine Seite des Dreiecks in die verlangten gleichen Theile, z. B. in drei, und ziehe von den Theilpuncten d und e gerade Linien nach der gegenüberstehenden Winkelspitze C, so ist $\triangle$ ACd $=$ $\triangle$ dCe $=$ eCB, weil sie gleiche Grundlinien und Höhen haben.

§. 403. Auf einer gegebenen Linie ab Fig. 93. ein Quadrat zu errichten.

Aufl. Errichte das Perpendikel ac $=$ ab, und beschreibe mit derselben Zirkelöffnung aus c und b Bogen, die sich in d durchschneiden werden; ziehe cd und db, so ist abdc ein Quadrat.

§. 404. Aus zwei gegebenen Linien ab und cd Fig. 95. ein Rechteck zu bilden.

Aufl. Nimm ab zur Grundlinie; in a errichte ein Perpendikel $=$ cd, und beschreibe aus c mit der Zirkelöffnung ab, so wie aus b mit ac kleine Bogen, die sich in d schneiden. Ziehe cd und db zusammen. Oder errichte in a und b gleiche Perpendikel $=$ der

2ten

sten gegebenen Linie, und ziehe ihre Endpuncte zusammen, so ist acdb das verlangte Rechteck.

§. 405. Zu einer gegebenen Linie ab Fig. 94. und dem daran liegenden Winkel fae einen Rhombus zu zeichnen.

Aufl. Verlängere den Schenkel af bis c, daß ac=ab wird. Von c und b aus beschreibe mit der Zirkelöffnung ab die Bogen in d, und ziehe cd und db.

§. 406. Aus zwei gegebenen Linien ab und cd Fig. 96. einen Rhomboides zu zeichnen.

Aufl. Setze ab und cd spitzwinklicht zusammen. Mit ab beschreibe von d aus, und mit cd von b aus, Bogen, die sich in f schneiden werden. Ziehe fd und fb.

Es könnte auch ein Winkel dab, oder abf gegeben seyn. Im letztern Fall müßte Seite bf einen stumpfen Winkel mit ab machen. $<$ dab + $<$ abf = 2 rechten.

§. 407. Aus zwei gegebenen Linien ab und cd Fig. 97. ein Trapezium zu beschreiben.

Aufl. Setze die beiden gegebenen Linien parallel gegenüber, und ziehe ihre Endpuncte durch ca und db zusammen.

Wenn die Höhe des Trapeziums oder die gf gegeben ist, so muß man die Parallelen in diesem Abstande ziehen. Vergl. §. 395.

Es kann auch hier ein Winkel acd gegeben seyn; dann wird der Schenkel ca erst willkührlich lang, darauf das Perpendikel gf, und endlich ab und bd gezogen.

§. 408. Aus 4 ungleichen Seiten ab, cd, ef und gh einen Trapezoides zu bilden. Fig. 98.

Aufl. Nimm ab zur Grundlinie, setze cd schräg daran; von d aus beschreibe mit ef, und von b aus mit gh Bogen, die sich in g schneiden. Ziehe gd und gb. — Der $<$ bad kann gegeben seyn.

§. 409. Zu jeder geradlinigen Figur eine gleiche ähnliche zu zeichnen.

Aufl. Zerlege sie durch Diagonalen in Dreiecke, und zeichne eines nach dem andern, wie sie neben einander liegen, auch so wieder hin, so wird die zweite Figur der erstern gleich und ähnlich seyn.

§. 410. Einen Kreis zu beschreiben. Fig. 99.

Aufl. Setze den einen Zirkelfuß in den Mittelpunct c; öffne den Zirkel um die Größe des Radius, und bewege den andern Schenkel, an dem eine Reißfeder angeschraubt ist, um den ersten in c feststehenden, so wird die Reißfeder die krumme Linie abed beschreiben, welche Kreis, zuweilen auch, wiewol mit Unrecht, Zirkel, genannt wird.

§. 411. Eine Schlangenlinie Fig. 100. zu zeichnen.

Aufl. Ziehe die blinde Linie ab, setze den Zirkel in c, und beschreibe den Halbkreis ade; mache ef = ce; setze den Zirkel in f und beschreibe den Halbkreis egh; mache hi = fh, und beschreibe aus i den Halbkreis hkl. Dies Verfahren beliebig fortgesetzt, giebt die krumme Linie adeghkl, welche man Schlangenlinie nennt. — Vergleiche aber §. 388., wo die Zeichnung und Berechnung einer ähnlichen krummen Linie angegeben wird.

§. 412. Eine Schneckenlinie zu zeichnen. Fig. 101.

Aufl. Auf der blinden ab nimm die beiden Puncte c und d. Aus c beschreibe den Halbkreis def; aus d den Halbkreis fgh 2c. so, daß alle Halbkreise über der ab aus c, und die unter der ab aus d beschrieben werden. Die Gestalt hängt von cd ab. — Eine Schneckenlinie höherer Ordnung ist die §. 381. beschriebene.

§. 413. Eine Linsenlinie Fig. 102. zu beschreiben.

Aufl. Aus a und b beschreibe zwei gleiche Kreise, die sich in e und d schneiden; ziehe die geraden Linien

cae,

cae, daf, ebg, dhg. Setze nun den Zirkel in e, öffne ihn bis g und beschreibe den Bogen gc; setze ihn in d und beschreibe den Bogen hf, so legen sich die Bogen gc und hf an die Kreise an, und die krumme Linie cghf ist die Linsenlinie, welche mit der Ellipse, deren Zeichnung und Berechnung von §. 301. an gelehrt ist, Ähnlichkeit hat, ohne ihr an Schönheit gleich zu kommen.

§. 414. Eine Eierlinie zu beschreiben. Fig. 103.

Aufl. Mit ac beschreibe aus c einen Kreis, ziehe den Diameter ab, und den senkrechten Halbmesser cf. Durch f ziehe aus a die afh, und von b die bfg. Nun setze den Zirkel in a, öffne ihn bis b und beschreibe den Bogen bh; setze ihn in b und beschreibe den Bogen ag; setze ihn endlich in f, öffne ihn bis g, und ziehe den Bogen gh. Die so entstandene krumme Linie adbhg ist die Eierlinie (Ovale).

§. 415. Den Mittelpunct eines gegebenen Kreises zu finden.

Aufl. Ziehe willkührlich eine Sehne ab Fig. 104., theile sie in 2 Theile, und ziehe auf ihre Mitte die senkrechte ch, welche durch den Mittelpunct gehen muß (Siehe §. 191. und 192.). Theile ch in zwei gleiche Theile, so ist cm = mh, und m der Mittelpunct.

§. 416. Aus einem gegebenen Bogenstücke abc Fig. 106. den Mittelpunct des zugehörigen Kreises zu finden.

Aufl. Nimm den Punct b auf dem Bogenstücke willkührlich, und beschreibe aus demselben die Bogen r, v, t und z; mit gleicher Zirkelöffnung aus a die Bogen s und u; und aus c die Bogen w und x. Die Durchschnitte ziehe durch gerade Linien zusammen, welche sich im Mittelpunct m durchschneiden werden, aus welchem sich der Kreis vollenden läßt.

Hiedurch geschieht eigentlich weiter nichts, als daß auf der Mitte zweier Sehnen ab und bc Perpendikel errichtet werden, die sich, nach §. 415., im Centro

Centro schneiden. — Drei, nicht in gerader Linie liegende Puncte a, b, c lassen sich also jedesmal in eine Kreislinie bringen.

§. 417. **Um ein Dreieck cbc Fig. 105. einen Kreis zu beschreiben.**

Aufl. Errichte auf der Mitte jeder Seite oder auch nur zweier Seiten Perpendikel fh, eh und dh, welche sich im Mittelpunct h schneiden. Aus h ziehe mit der Öffnung ha = hc = hb den Kreis.

Die Seiten des Dreiecks sind hier als Sehnen zu betrachten, und es gilt, was §. 191. und 192. gesagt ist.

§. 418. **Einen Winkel cab Fig. 107. in zwei gleiche Theile zu theilen.**

Aufl. Ziehe mit willkührlicher Zirkelöffnung ag einen Bogen durch beide Schenkel, ziehe gh durch eine gerade Linie zusammen, theile sie in 2 Theile, und ziehe durch ihre Mitte d die gerade Linie da, so ist $< y = < x$. Denn gh ist als Sehne, und Bogen gh als das Maaß des Winkels cab, folglich gd = dh, und ein halb so großer Bogen mißt nur einen halb so großen Winkel.

§. 419. **Innerhalb eines Dreiecks einen Kreis, der alle Seiten berührt, zu beschreiben. Fig. 108.**

Aufl. Theile zwei Winkel des △ in zwei gleiche Theile durch die Linien dc und bc, so wird der Durchschnitt das Centrum, und ein Perpendikel cp aus c nach einer Seite der Radius des zu beschreibenden Kreises seyn.

Anmerk. Hier sind die Seiten des ▽ als Tangenten des Kreises zu betrachten, die in ihn den Puncten p, m, n berühren, auf den Radien c aus senkrecht stehen, und es ist bp = bm; ap = an; dn = dm. Zöge man nun die Berührungspuncte p, m, n durch gerade Linien zusammen, so würden diese Chorden vorstellen, die durch dc und bc halbirt werden, und die Aufgabe wäre mit §. 417. einerlei.

§. 420. **Ein regelmäßiges Vieleck zu beschreiben.**

Aufl. In jedem Kreise läßt sich sein Radius 6 mal herum tragen, folglich erhält man ein regelmäßiges Sechseck Fig. 109., wenn man ab = bd = df = fg = gh = ha = Radius macht.

Man erhält ein gleichseitiges Dreieck adg, wenn man den ersten, dritten und fünften Theilpunct zusammenzieht.

Ein Viereck erhält man aus dem Kreise Fig. 110., wenn man zwei senkrechte Diameter ab und fd. und ihre Endpuncte durch gerade Linien zusammen zieht.

Man erhält ein Achteck, wenn man die Bogen ad = db rc. halbirt, und nach den Theilpuncten die Linien ah, hd, dm, mb rc. zieht. Überhaupt zeichnet man jedes Vieleck mit Hülfe eines Kreises, den man mechanisch in so viele Theile theilt, als das Vieleck Seiten haben soll, und die Theilpuncte durch gerade Linien zusammen zieht. So erhält man z. B. das Fünfeck Fig. 111. durch fleißiges Probiren, bis sich eine Zirkelöffnung 5 mal im Kreise herum tragen läßt. Allein man kann auch die Theilpuncte 1, 2 rc. finden, wenn man $< x = 36°$, oder $< y = 72°$ macht, so wie auch durch Rechnung, wovon weiter unten.

§. 421. **Wenn die Seite eines Vielecks gegeben ist, das Vieleck selbst zu zeichnen, z. B. auf ab Fig. 112. ein Fünfeck zu beschreiben.**

Aufl. Mache ad = ab und beschreibe aus a den Halbkreis dfg, hib, und theile ihn in so viel Theile, als das Vieleck Seiten haben soll, hier in 5. Von a ziehe eine gerade Linie nach dem 2ten Theilpunct von d an gerechnet, hier nach g, so hat man 2 Seiten ab und ag des Vielecks in richtiger Lage. Ein Perpendikel aus der Mitte einer jeden, wie kc und lc, giebt den Mittelpunct c, aus dem der Kreis, worin das Vieleck agmnb völlig beschrieben werden kann, sich ziehen läßt. ($<$ gad = Centriwinkel, $<$ gab = Polygonwinkel. Siehe §. 199.) Die Zeichnung der Sieben-Neunecke u. s. w. ist jedem Anfänger ziemlich schwer, allein Übung macht alles leichter, daher ist sie auch hier recht sehr zu empfehlen.

§. 422. Einen Würfel oder Kubus zu zeichnen. Fig. 113.

Aufl. Beschreibe ein Quadrat abcd, dann die Linie be = ab unter einem spitzen Winkel x; ziehe damit parallel an, ch, do; und mit ab parallel die ne und ho, so daß jede dieser Linien = ab wird. Ziehe an, nh, ne blind, weil sie die dem Auge abgewendeten Seitenlinien des Würfels sind.

Das Parallelogramm chod ist die oberste, abcd die vorderste, bood die Seitenfläche, welche schattirt wird; aneb die Grundfläche; chna die andere Seiten-, und hoen die hinterste Fläche. — Der Winkel x hängt von der Stellung des Auges gegen den Würfel ab.

§. 423. Das Netz eines Würfels zu zeichnen.

Unter dem Netze eines Körpers verstehen wir die gesammte Oberfläche oder Umgebung. Das Netz des Würfels besteht in sechs gleichen Quadraten Fig. 114., die zwischen die Parallelen hh und oo sehr leicht gezeichnet werden können.

Man lege die 6 Quadrate so zusammen, daß abcd Vorderfläche, bdeo und achn Seitenflächen, nhoe Hinterfläche, und cdho die Decke wird, so bleibt aneb Grundfläche. —

(Gute Pappe ist sehr geschickt, die Netze der geometrischen Körper, welche beim Unterricht unentbehrlich sind, darzustellen. Des bessern Ansehens wegen überzieht man sie mit buntem Papier. Das Formen aus Pappe ist für Kinder eine eben so angenehme, als nützliche Beschäftigung.)

§. 424. Ein Parallelopipedon zu zeichnen. Fig. 115.

Aufl. Zeichne zum Rechteck abcd ein gleich großes hefg dessen Seiten mit denen des erstern parallel sind, und ziehe cg, df, be; aber ah, gh und ho blind,

blind, weil sie die hintern Seitenlinien vorstellen. Schattire, wie in der Figur zu sehen ist.

Von der Lage des Körpers gegen das Auge hängt die Länge der be oder < x ab.

§. 425. Das Netz eines Parallelopipedons zu zeichnen. Fig. 116.

Aufl. Auf einer geraden Linie bb errichte ein Parallelogramm bacd, daneben das kleinere ahgc; Rechteck hefg = bacd und Rechteck ebdf = ahgc. Verlängere gh und fe oben und unten, bis gc = fd = eb = ha = der Breite des Rechtecks ahgc, und ziehe cd und ab. — Man erhält auf diese Weise dreierlei Rechtecke, die zusammengefügt den Körper einschließen. Wenn hegf Unterfläche, so sind ahgc und ebdf Seitenflächen; abeh Vorderfläche, gfdc Hinterfläche und bacd Oberfläche oder Decke.

§. 426. Ein Prisma, z. B. von 3 Seiten, zu zeichnen. Fig. 117.

Aufl. Auf jeder Spitze des △ acb errichte die senkrechten Linien ad = cr = be. Ziehe dr, re; die de blind, und schattire die dem Licht abgewendete Seite.

Man könnte auch erst das Rechteck deba, und dann die gleichen Dreiecke acb und dre zeichnen.

§. 427. Das Netz eines Prismas, z. B. von 3 Seiten, zu zeichnen. Fig. 118.

Aufl. Beschreibe ein Rechteck abdc, und theile es durch die Parallelen ge und fh in 3 gleiche Rechtecke, welche die 3 Seiten vorstellen. Die gleichseitigen Dreiecke hke und fgm bilden die Decke und den Boden. Legt man diese 5 Stücke so zusammen, daß kcd, und amb einander berühren, so erhält man ein 3seitiges Prisma.

Wenn das Prisma mehrere Seiten haben soll, so muß ab cd in so viel Rechtecke getheilt werden, als es Seiten giebt, und statt der Dreiecke hke und fgm, müssen 2 Vielecke von so viel Seiten, als das Prisma hat, stehen.

§. 428. Eine Piramyde, z. B. von 3 Seiten, zu zeichnen. Fig. 119.

Aufl. Beschreibe ein Dreieck abc; wähle senkrecht über der Mitte von ab, den Punct d, und ziehe von a, c und b gerade Linien nach d. Schattire die Seite bcd ganz, und acd ein wenig. — Sie heißt abgekürzt, wenn ein Stück dno daran fehlt. — Wenn der Punct p gegeben ist, so findet man die Lage des Puncts n oder o in einer solchen perspectivischen Zeichnung durch cd : ad = dp : dn.

§. 429. Das Netz einer Piramyde, z. B. einer dreiseitigen, zu zeichnen.

Aufl. Aus a beschreibe den Bogen bc Fig. 120. blind, und trage auf denselben die gleichen Sehnen bf, fg, gc. Von den Theilpuncten ziehe gerade Linien nach a, und auf fg errichte den gleichseitigen △ fgo, welcher die Grundfläche wird.

Bei der abgekürzten fehlt das Stück anm; an = ar = at = am. Sollte die Piramyde mehr Seiten, z. B. 6 erhalten, so müßten auf den Bogen bc 6 Sehnen getragen, und aus dem Dreieck fgo ein Sechseck gemacht werden, wovon fg eine Seite wäre. In allen Fällen wird man durch das Zusammenlegen der Triangelflächen an die Grundfläche eine Piramyde bekommen.

§. 430. Einen Kegel zu zeichnen. Fig. 121.

Aufl. Beschreibe einen Triangel abc, worin ba = bc; ac blind. Das Perpendikel bm ist seine Höhe, ac der Diameter der Grundfläche, die bei dem niedergelegten Kegel elliptisch erscheint. Mit beliebiger Zirkelöffnung af beschreibe aus f den Bogen aec, und aus dem Punct d auf der verlängerten Axe mit gleicher Öffnung den Bogen abc. Schattire ihn, wie die Figur zeigt.

Am abgekürzten Kegel fehlt das Stück bno.

§. 431. Das Netz eines Kegels zu zeichnen. Fig. 122.

Aufl. Mit dem Radius ba beschreibe aus b den Bogen ad, welcher so lang seyn muß, als die Peripherie der Grundfläche des Kegels (Fig. 123). Den Kreissector bad rolle man so zusammen, daß ab an bd bd streift, so hat man den Mantel, zu welchem die Grundfläche c Fig. 123. paßt.

Beim abgekürzten Kegel fehlt an dem Mantel das Stück bno.

§. 432. Einen Cylinder zu zeichnen Fig. 124

Aufl. Im Parallelogramm abdc ziehe ab und cd bl und. Nimm eine schickliche Zirkelöffnung, auf der Axe fm den Punct f und beschreibe den Bogen ab bl nd; aus g den gleichen Bogen ab; thue dasselbe aus den Puncten h und m, und schattire, wie die Figur zeigt.

§. 433. Das Netz eines Cylinders zu zeichnen. Fig. 125.

Aufl. Zeichne ein Rechteck, in welchem ab = dem Umfange, und ac = der Höhe des Cylinders ist. Rolle nun abcd so zusammen, daß ac an bd streift; zeichne noch 2 Kreise n, n, deren Umfang = ab ist, die zu Boden und Decke dienen, und setze alles gehörig zusammen, so ist der Cylinder fertig.

§. 434. Eine Kugel oder Sphäre zu zeichnen. Fig. 126.

Aufl. Beschreibe mit dem Halbmesser der Kugel einen Kreis, und schattire ihn auf der dem Licht abgewendeten Seite.

§. 435. Das Netz einer Kugel zu zeichnen.

Aufl. Suche für den Diameter der Kugel den Umfang eines größten Kreises §. 226. Er ist Dp, wobei D = Diameter, p = 3,14.....; fasse die gefundene Länge mit dem Zirkel, und trag sie auf eine gerade Linie Fig. 127., wo AB den Umfang vorstellt. Theile nun AB in 12 gleiche Theile, und trage 11 solcher Theile noch von B nach Z, und von A nach x hin. Mit dem Radius AB beschreibe aus B durch A den Bogen MAN; aus F (dem 1sten Theilpunct neben B) den Bogen OPQ u. s. w. Ferner aus A ziehe den Bogen DBC; aus J den Bogen dmc; aus k den Bogen fgh 2c.

Auf diese Weise erhält man 12 gleiche Kugelstreifen, deren Spitzen in den beiden Polen der Kugel zusammen kommen, und deren Mitte AB der Äquator ist.

§. 436. Ein Tetraedrum zu zeichnen. Fig. 128.

Aufl. Zeichne einen gleichseitigen Triangel adb, wähle in der Mitte den Punct c, und ziehe aus jedem Winkel gerade Linien nach c. Schattire die dem Licht abgewendeten Seiten. Dieser Körper ist in 4 gleichseitige Dreiecke eingeschlossen.

§. 437. Das Netz eines Tetraeders zu zeichnen. Fig. 129.

Aufl. Theile jede Seite des gleichseitigen △ abc in zwei Theile, und ziehe die Theilpuncte d-g zusammen. Aus der Zusammenlegung der so erhaltenen 4 gleichen Dreiecke entsteht ein Tetraeder.

§. 438. Ein Octaedrum zu zeichnen. Fig. 130.

Aufl. Beschreibe ein Quadrat abdc, ziehe die Diagonalen ad und cb, und schattire zwei Seiten.

Dieser Körper ist in 8 gleichseitigen Dreiecken eingeschlossen.

§. 439. Das Netz eines Octaeders zu zeichnen. Fig. 131.

Aufl. Zeichne zwei gleichseitige Dreiecke abc und bgo; theile jede Seite in 2 Theile und ziehe die Theilpuncte durch gerade Linien zusammen, so erhält man 8 gleich große Dreiecke, die, gehörig zusammengelegt, das Octaeder bilden.

§. 440. Ein Dodecaedrum zu zeichnen. Fig. 132.

Aufl. Beschreibe ein gleichseitiges Fünfeck abcde, und und ziehe aus dem Mittelpunct r durch a die Linie raf, so daß af der halben Seite des Fünfecks gleich ist. Mit rf beschreibe einen Kreis, theile ihn in 5 Theile und ziehe die Theilpuncte f, g, h, i, k mit a, b, c, d, e zusammen. Theile die Bogen fg, gh, hi ꝛc. noch einmal in 2 Theile, und ziehe fl, lg, gm, mh u. s. w.. Der Kreis ist Hülfslinie und wird wieder ausgelöscht. Schattire die dem Licht abgewendeten Seiten des Dodecaeders, welches in 12 gleichen Fünfecken eingeschlossen ist.

§. 441. Das Netz eines Dodecaeders zu zeichnen. Fig. 133.

Aufl. An jede Seite des regulären Fünfecks abcde zeichne ein gleich großes Fünfeck, welches so mühsam nicht ist, als es scheint, wenn man nur die Seiten ba und de verlängert, die sich in f schneiden, wo die Spitze eines solchen Fünfecks liegt. Diese so gezeichneten 6 Fünfecke sind nur die Hälfte der Oberfläche; folglich ist noch eine solche Zeichnung von 6 Fünfecken nöthig, um aus ihrer Zusammenlegung ein Dodecaeder zu bilden.

§. 442. Ein Icosaedrum zu zeichnen. Fig. 134.

Aufl. Mit der einen Seite des gleichseitigen Dreiecks ors beschreibe aus seinem Mittelpunct a einen Kreis und theile ihn in 6 gleiche Theile. Von den Theilpuncten im Kreise ziehe nach den Spitzen des Dreiecks die Linien go, bo, co; cr, dr, er u. s. w., und schattire die dem Licht abgewendeten Seiten. Dieser Körper ist in 20 gleiche Dreiecke eingeschlossen.

§. 443. Das Netz eines Icosaeders zu zeichnen. Fig. 135.

Aufl. Beschreibe das gleichseitige Dreieck abc, und verlängere ac noch 4 mal, bis in e. Durch b lege eine Parallele bd $\doteq$ ae; theile sie in 5 Theile, und ziehe durch die Theilpuncte gerade Linien ai, hg u. s. w., so wie nb, mi ꝛc., wodurch 20 gleich große Dreiecke entstehen, welche dieses Icosaeder einschließen.

§. 444. Einen steigenden Bogen zu zeichnen. Fig. 136.

Aufl. Dieser Bogen aqprsn ist mit dem Zirkel aus 5 Puncten d, c, t, z, k zu ziehen, die man also findet:

Zeichne ein Quadrat tvga und theile es durch kn und uw in 4 andere. ai = gh ist $\frac{1}{12}$ von ak; kb kb = hc = $\frac{1}{2}$ kt. Hierdurch ist der Punct c gefunden, woraus das Bogenstück iq gezogen wird.

Mache cl = fh und die senkrechte ld = cf, wodurch der Punct d gefunden ist, aus dem sich das Bogenstück qp ziehen läßt. Mache no = cf, ziehe oz parallel mit nk, und oz = gx, so wird z gefunden seyn; ziehe fr durch z, und aus l das Bogenstück pr, so wie aus z den Bogen rs; endlich aus k den Bogen sn.

In der Baukunst wird der steigende Bogen bei Gewölben, auf welchen steinerne Treppen ruhen, angewendet, und in r der Ruhepunct angelegt. Das Quadrat ist um $\frac{1}{6}$ höher, als der steigende Bogen. Wenn daher die Höhe des Bogens gegeben ist, so findet man die Höhe des Quadrats, indem man $\frac{1}{5}$ der Bogenhöhe zu derselben addirt.

Man erhält diesen Bogen beinahe, wenn man ak, nv, vp und pk jede in 8 Theile theilt, und die gleichnamigen Puncte durch gerade Linien zusammen zieht, wodurch aber die Figur etwas eckig wird. Die Theile werden von a nach k; von k nach p; von p nach v, und von v nach n hin gezählt.

§. 445. Einen steigenden Bogen anderer Art zu zeichnen. Fig. 137.

Aufl. In dem Quadrat abcd ziehe die Diagonale ac, und aus dem Punct c den Bogen bg.

Nimm ch = $\frac{1}{4}$ cb, und hf parallel mit dc, so giebt der Durchschnitt m den Mittelpunct für den Bogen gk. Nimm kn = ch = $\frac{1}{4}$ bc und ziehe aus n den Bogen kp, so ist bgkp der steigende Bogen, welcher etwas steiler, als der vorige, aber auch noch mehr geeignet ist, große Lasten besonders in k zu tragen. Vergl. §. 391.

Wie andere krumme Linien, als parabolische, elliptische, hyperbolische, so wie die Linien höherer Ordnungen und transcendenten zu zeichnen sind, ist an seinem Orte gewiesen. In der Baukunst werden Keller- und Thorwegsgewölbe, die viel Raum enthalten sollen, nach elliptischen Bogen; sollen große Lasten darauf ruhen, nach parabolischen oder hyperbolischen Bogen, wie in der go-

thi-

thischen Bauart, geformt. Der sogenannte gothische Bogen, dessen Zeichnung sehr leicht ist, wird in der Baukunst zu Fensterbogen, Gewölbebogen rc. häufig angetroffen, und bei der Flächenmessung vorkommen. —

Hierüber ist nachzusehen:
Zeichnung der Parabel §. 296, 297 und 299,
— — der Ellipse §. 308, 329 und 343,
— — der Hyperbel §. 351, 360,
— — der Cissoide §. 378.
— — der Muschellinie §. 379 und 380,
— — der Spirallinie §. 381, 382 und 383,
— — der Radlinie §. 384 bis 386,
— — der logarith. Linie §. 387.
— — der Glocken- oder Schlangenlinie §. 388.
— — der Blattlinie §. 389.
— — der Quadratrix §. 390.

II. Linienmessung.

§. 446. Die Länge einer Linie wird nach Ruthen und deren Unterabtheilungen, oder im Großen nach Meilen gemessen. Die Preußische Ruthe hat 12 Fuß, wovon jeder 139,13 pariser Linien lang ist; 2000 Ruthen sind eine Preußische Meile. Mit Ellen (zu 2 Fuß $1\frac{1}{2}$ Zoll) mißt man nur im Handel; eine Klafter ist eine Linie von 6 Fuß, und heißt beim Seewesen Faden. Ein Lachter beim Bergbau enthält 80 Zoll, wird in Achtel zu 10 Lachterzolle, zu 10 Primen, jede zu 10 Sekunden getheilt. Alle diese Maaße der Längen sind leider in verschiedenen Ländern auch verschieden, und die Angaben der Schriftsteller oft so abweichend, daß ich eine Tabelle zur Vergleichung nicht mitzutheilen wage. Wer sie bedarf, wird in Vega's trigonometrischen Tabellen, und in andern Rechenbüchern sich einstweilen Raths erholen müssen, bis die Zeit kommt, da alle Deutsche nach einerlei Maaß, Gewicht und Münze messen, wägen und handeln.