Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

§. 421-443. Zeichnung der geometrischen Körper.

der Sieben=Neunecke u. s. w. ist jedem Anfänger ziemlich schwer, allein Übung macht alles leichter, daher ist sie auch hier recht sehr zu empfehlen.

§. 422, Einen Würfel oder Kubus zu zeichnen. Fig. 113.

Aufl. Beschreibe ein Quadrat abcd, dann die Linie be = ab unter einem spitzen Winkel x; ziehe damit parallel an, ch, do; und mit ab parallel die ne und ho, so daß jede dieser Linien = ab wird. Ziehe an, nh, ne blind, weil sie die dem Auge abgewendeten Seitenlinien des Würfels sind.

Das Parallelogramm chod ist die oberste, abcd die vorderste, bеod die Seitenfläche, welche schattirt wird; aneb die Grundfläche; chna die andere Seiten=, und hoen die hinterste Fläche. — Der Winkel x hängt von der Stellung des Auges gegen den Würfel ab.

§. 423. Das Netz eines Würfels zu zeichnen.

Unter dem Netze eines Körpers verstehen wir die gesammte Oberfläche oder Umgebung. Das Netz des Würfels besteht in sechs gleichen Quadraten Fig. 114., die zwischen die Parallelen hh und oo sehr leicht gezeichnet werden können.

Man lege die 6 Quadrate so zusammen, daß abcd Vorderfläche, bdeo und achn Seitenflächen, nhoe Hinterfläche, und cdho die Decke wird, so bleibt aneb Grundfläche. —

(Gute Pappe ist sehr geschickt, die Netze der geometrischen Körper, welche beim Unterricht unentbehrlich sind, darzustellen. Des bessern Ansehens wegen überzieht man sie mit buntem Papier. Das Formen aus Pappe ist für Kinder eine eben so angenehme, als nützliche Beschäftigung.)

§. 424. Ein Parallelopipedon zu zeichnen. Fig. 115.

Aufl. Zeichne zum Rechteck abcd ein gleich großes hefg dessen Seiten mit denen des erstern parallel sind, und ziehe cg, df, be; aber ah, gh und ho blind,

blind, weil sie die hintern Seitenlinien vorstellen. Schattire, wie in der Figur zu sehen ist.

Von der Lage des Körpers gegen das Auge hängt die Länge der be oder < x ab.

§. 425. Das Netz eines Parallelopipedons zu zeichnen. Fig. 116.

Aufl. Auf einer geraden Linie bb errichte ein Parallelogramm bacd, daneben das kleinere ahgc; Rechteck hefg = bacd und Rechteck ebdf = ahgc. Verlängere gh und fe oben und unten, bis gc = fd = eb = ha = der Breite des Rechtecks ahgc, und ziehe cd und ab. — Man erhält auf diese Weise dreierlei Rechtecke, die zusammengefügt den Körper einschließen. Wenn hegf Unterfläche, so sind ahgc und ebdf Seitenflächen; abeh Vorderfläche, gfdc Hinterfläche und bacd Oberfläche oder Decke.

§. 426. Ein Prisma, z. B. von 3 Seiten, zu zeichnen. Fig. 117.

Aufl. Auf jeder Spitze des △ acb errichte die senkrechten Linien ad = cr = be. Ziehe dr, re; die de blind, und schattire die dem Licht abgewendete Seite.

Man könnte auch erst das Rechteck deba, und dann die gleichen Dreiecke acb und dre zeichnen.

§. 427. Das Netz eines Prismas, z. B. von 3 Seiten, zu zeichnen. Fig. 118.

Aufl. Beschreibe ein Rechteck abdc, und theile es durch die Parallelen ge und fh in 3 gleiche Rechtecke, welche die 3 Seiten vorstellen. Die gleichseitigen Dreiecke hke und fgm bilden die Decke und den Boden. Legt man diese 5 Stücke so zusammen, daß kcd, und amb einander berühren, so erhält man ein 3seitiges Prisma.

Wenn das Prisma mehrere Seiten haben soll, so muß ab cd in so viel Rechtecke getheilt werden, als es Seiten giebt, und statt der Dreiecke hke und fgm, müssen 2 Vielecke von so viel Seiten, als das Prisma hat, stehen.

§. 428. Eine Piramyde, z. B. von 3 Seiten, zu zeichnen. Fig. 119.

Aufl. Beschreibe ein Dreieck abc; wähle senkrecht über der Mitte von ab, den Punct d, und ziehe von a, c und b gerade Linien nach d. Schattire die Seite bcd ganz, und acd ein wenig. — Sie heißt abgekürzt, wenn ein Stück dno daran fehlt. — Wenn der Punct p gegeben ist, so findet man die Lage des Puncts n oder o in einer solchen perspectivischen Zeichnung durch cd : ad = dp : dn.

§. 429. Das Netz einer Piramyde, z. B. einer dreiseitigen, zu zeichnen.

Aufl. Aus a beschreibe den Bogen bc Fig. 120. blind, und trage auf denselben die gleichen Sehnen bf, fg, gc. Von den Theilpuncten ziehe gerade Linien nach a, und auf fg errichte den gleichseitigen △ fgo, welcher die Grundfläche wird.

Bei der abgekürzten fehlt das Stück anm; an = ar = at = am. Sollte die Piramyde mehr Seiten, z. B. 6 erhalten, so müßten auf den Bogen bc 6 Sehnen getragen, und aus dem Dreieck fgo ein Sechseck gemacht werden, wovon fg eine Seite wäre. In allen Fällen wird man durch das Zusammenlegen der Triangelflächen an die Grundfläche eine Piramyde bekommen.

§. 430. Einen Kegel zu zeichnen. Fig. 121.

Aufl. Beschreibe einen Triangel abc, worin ba = bc; ac blind. Das Perpendikel bm ist seine Höhe, ac der Diameter der Grundfläche, die bei dem niedergelegten Kegel elliptisch erscheint. Mit beliebiger Zirkelöffnung af beschreibe aus f den Bogen aec, und aus dem Punct d auf der verlängerten Axe mit gleicher Öffnung den Bogen abc. Schattire ihn, wie die Figur zeigt.

Am abgekürzten Kegel fehlt das Stück bno.

§. 431. Das Netz eines Kegels zu zeichnen. Fig 122.

Aufl Mit dem Radius ba beschreibe aus b den Bogen ad, welcher so lang seyn muß, als die Peripherie der Grundfläche des Kegels (Fig. 123). Den Kreissector bad rolle man so zusammen, daß ab an bd bd streift, so hat man den Mantel, zu welchem die Grundfläche c Fig. 123. paßt.

Beim abgekürzten Kegel fehlt an dem Mantel das Stück bno.

§. 432. Einen Cylinder zu zeichnen Fig. 124

Aufl. Im Parallelogramm abdc ziehe ab und cd blind. Nimm eine schickliche Zirkelöffnung, auf der Axe fm den Punct f und beschreibe den Bogen ab blind; aus g den gleichen Bogen ab; thue dasselbe aus den Puncten h und m, und schattire, wie die Figur zeigt.

§. 433. Das Netz eines Cylinders zu zeichnen. Fig. 125.

Aufl. Zeichne ein Rechteck, in welchem ab = dem Umfange, und ac = der Höhe des Cylinders ist. Rolle nun abcd so zusammen, daß ac an bd streift; zeichne noch 2 Kreise n, n, deren Umfang = ab ist, die zu Boden und Decke dienen, und setze alles gehörig zusammen, so ist der Cylinder fertig.

§. 434. Eine Kugel oder Sphäre zu zeichnen. Fig. 126.

Aufl. Beschreibe mit dem Halbmesser der Kugel einen Kreis, und schattire ihn auf der dem Licht abgewendeten Seite.

§. 435. Das Netz einer Kugel zu zeichnen.

Aufl. Suche für den Diameter der Kugel den Umfang eines größten Kreises §. 226. Er ist Dp, wobei D = Diameter, p = 3,14.....; fasse die gefundene Länge mit dem Zirkel, und trag sie auf eine gerade Linie Fig. 127., wo AB den Umfang vorstellt. Theile nun AB in 12 gleiche Theile, und trage 11 solcher Theile noch von B nach Z, und von A nach x hin. Mit dem Radius AB beschreibe aus B durch A den Bogen MAN; aus F (dem 1sten Theilpunct neben B) den Bogen OPQ u. s. w. Ferner aus A ziehe den Bogen DBC; aus J den Bogen dmc; aus k den Bogen fgh ꝛc.

Auf diese Weise erhält man 12 gleiche Kugelstreifen, deren Spitzen in den beiden Polen der Kugel zusammen kommen, und deren Mitte AB der Äquator ist.

§. 436. Ein Tetraedrum zu zeichnen. Fig. 128.

Aufl. Zeichne einen gleichseitigen Triangel adb, wähle in der Mitte den Punct c, und ziehe aus jedem Winkel gerade Linien nach c. Schattire die dem Licht abgewendeten Seiten. Dieser Körper ist in 4 gleichseitige Dreiecke eingeschlossen.

§. 437. Das Netz eines Tetraeders zu zeichnen. Fig. 129.

Aufl. Theile jede Seite des gleichseitigen △ abc in zwei Theile, und ziehe die Theilpuncte d-g zusammen. Aus der Zusammenlegung der so erhaltenen 4 gleichen Dreiecke entsteht ein Tetraeder.

§. 438. Ein Octaedrum zu zeichnen. Fig. 130.

Aufl. Beschreibe ein Quadrat abdc, ziehe die Diagonalen ad und cb, und schattire zwei Seiten.

Dieser Körper ist in 8 gleichseitigen Dreiecken eingeschlossen.

§. 439. Das Netz eines Octaeders zu zeichnen. Fig. 131.

Aufl. Zeichne zwei gleichseitige Dreiecke abc und bgo; theile jede Seite in 2 Theile und ziehe die Theilpuncte durch gerade Linien zusammen, so erhält man 8 gleich große Dreiecke, die, gehörig zusammengelegt, das Octaeder bilden.

§. 440. Ein Dodecaedrum zu zeichnen. Fig. 152.

Aufl. Beschreibe ein gleichseitiges Fünfeck abcde, und und ziehe aus dem Mittelpunct r durch a die Linie raf, so daß af der halben Seite des Fünfecks gleich ist. Mit rf beschreibe einen Kreis, theile ihn in 5 Theile und ziehe die Theilpuncte f, g, h, i, k mit a, b, c, d, e zusammen. Theile die Bogen fg, gh, hi ꝛc. noch einmal in 2 Theile, und ziehe fl, lg, gm, mh u. s. w. Der Kreis ist Hülfslinie und wird

wie-

wieder ausgelöscht. Schattire die dem Licht abgewendeten Seiten des Dodecaeders, welches in 12 gleichen Fünfecken eingeschlossen ist.

§. 441. Das Netz eines Dodecaeders zu zeichnen. Fig. 133.

Aufl. An jede Seite des regulären Fünfecks abcde zeichne ein gleich großes Fünfeck, welches so mühsam nicht ist, als es scheint, wenn man nur die Seiten ba und de verlängert, die sich in f schneiden, wo die Spitze eines solchen Fünfecks liegt. Diese so gezeichneten 6 Fünfecke sind nur die Hälfte der Oberfläche; folglich ist noch eine solche Zeichnung von 6 Fünfecken nöthig, um aus ihrer Zusammenlegung ein Dodecaeder zu bilden.

§. 442. Ein Icosaedrum zu zeichnen. Fig. 134.

Aufl. Mit der einen Seite des gleichseitigen Dreiecks ors beschreibe aus seinem Mittelpunct a einen Kreis und theile ihn in 6 gleiche Theile. Von den Theilpuncten im Kreise ziehe nach den Spitzen des Dreiecks die Linien go, bo, co; cr, dr, er u. s. w., und schattire die dem Licht abgewendeten Seiten. Dieser Körper ist in 20 gleiche Dreiecke eingeschlossen.

§. 443. Das Netz eines Icosaeders zu zeichnen. Fig. 135.

Aufl. Beschreibe das gleichseitige Dreieck abc, und verlängere ac noch 4 mal, bis in e. Durch b lege eine Parallele bd $\overset{\perp}{=}$ ae; theile sie in 5 Theile, und ziehe durch die Theilpuncte gerade Linien ai, hg u. s. w., so wie nb, mi ꝛc., wodurch 20 gleich große Dreiecke entstehen, welche dieses Icosaeder einschließen.

§. 444. Einen steigenden Bogen zu zeichnen. Fig. 136.

Aufl. Dieser Bogen aqprsn ist mit dem Zirkel aus 5 Puncten d, c, t, z, k zu ziehen, die man also findet:

Zeichne ein Quadrat tvga und theile es durch kn und uw in 4 andere. ai = gh ist $\frac{1}{12}$ von ak; kb kb = hc = $\frac{1}{2}$ kt. Hierdurch ist der Punct c gefunden, woraus das Bogenstück iq gezogen wird.

Mache cl = fh und die senkrechte ld = cf, wodurch der Punct d gefunden ist, aus dem sich das Bogenstück qp ziehen läßt. Mache no = cf, ziehe oz parallel mit nk, und oz = gx, so wird z gefunden seyn; ziehe fr durch z, und aus l das Bogenstück pr, so wie aus z den Bogen rs; endlich aus k den Bogen sn.

In der Baukunst wird der steigende Bogen bei Gewölben, auf welchen steinerne Treppen ruhen, angewendet, und in r der Ruhepunct angelegt. Das Quadrat ist um $\frac{1}{6}$ höher, als der steigende Bogen. Wenn daher die Höhe des Bogens gegeben ist, so findet man die Höhe des Quadrats, indem man $\frac{1}{5}$ der Bogenhöhe zu derselben addirt.

Man erhält diesen Bogen beinahe, wenn man ak, nv, vp und pk jede in 8 Theile theilt, und die gleichnamigen Punete durch gerade Linien zusammen zieht, wodurch aber die Figur etwas eckig wird. Die Theile werden von a nach k; von k nach p; von p nach v, und von v nach n hin gezählt.

§. 445. Einen steigenden Bogen anderer Art zu zeichnen. Fig. 137.

Aufl. In dem Quadrat abcd ziehe die Diagonale ac, und aus dem Punct c den Bogen bg.

Nimm ch = $\frac{1}{4}$ cb, und hf parallel mit dc, so giebt der Durchschnitt m den Mittelpunct für den Bogen gk. Nimm kn = ch = $\frac{1}{4}$ bc und ziehe aus n den Bogen kp, so ist bgkp der steigende Bogen, welcher etwas steiler, als der vorige, aber auch noch mehr geeignet ist, große Lasten besonders in k zu tragen. Vergl. §. 391.

Wie andere krumme Linien, als parabolische, elliptische, hyperbolische, so wie die Linien höherer Ordnungen und transcendenten zu zeichnen sind, ist an seinem Orte gewiesen. In der Baukunst werden Keller- und Thorwegsgewölbe, die viel Raum enthalten sollen, nach elliptischen Bogen; sollen große Lasten darauf ruhen, nach parabolischen oder hyperbolischen Bogen, wie in der go-

thi-

thischen Bauart, geformt. Der sogenannte gothische Bogen, dessen Zeichnung sehr leicht ist, wird in der Baukunst zu Fensterbogen, Gewölbebogen rc. häufig angetroffen, und bei der Flächenmessung vorkommen. —

Hierüber ist nachzusehen:
Zeichnung der Parabel §. 296, 297 und 299,
— — der Ellipse §. 308, 329 und 343,
— — der Hyperbel §. 351, 360,
— — der Cissoide §. 378.
— — der Muschellinie §. 379 und 380,
— — der Spirallinie §. 381, 382 und 383,
— — der Radlinie §. 384 bis 386,
— — der logarith. Linie §. 387.
— — der Glocken- oder Schlangenlinie §. 388.
— — der Blattlinie §. 389.
— — der Quadratrix §. 390.

II. Linienmessung.

§. 446. Die Länge einer Linie wird nach Ruthen und deren Unterabtheilungen, oder im Großen nach Meilen gemessen. Die Preußische Ruthe hat 12 Fuß, wovon jeder 139,13 pariser Linien lang ist; 2000 Ruthen sind eine Preußische Meile. Mit Ellen (zu 2 Fuß $1\frac{1}{2}$ Zoll) mißt man nur im Handel; eine Klafter ist eine Linie von 6 Fuß, und heißt beim Seewesen Faden. Ein Lachter beim Bergbau enthält 80 Zoll, wird in Achtel zu 10 Lachterzolle, zu 10 Primen, jede zu 10 Sekunden getheilt. Alle diese Maaße der Längen sind leider in verschiedenen Ländern auch verschieden, und die Angaben der Schriftsteller oft so abweichend, daß ich eine Tabelle zur Vergleichung nicht mitzutheilen wage. Wer sie bedarf, wird in Vega's trigonometrischen Tabellen, und in andern Rechenbüchern sich einstweilen Raths erholen müssen, bis die Zeit kommt, da alle Deutsche nach einerlei Maaß, Gewicht und Münze messen, wägen und handeln.