Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

II. Linienmessung.

urn:nbn:de:hbz:466:1-63556

thischen Bauart, geformt. Der sogenannte gothische Bogen, dessen Zeichnung sehr leicht ist, wird in der Baukunst zu Fensterbogen, Gewölbebogen ꝛc. häufig angetroffen, und bei der Flächenmessung vorkommen. —

Hierüber ist nachzusehen:

Zeichnung der Parabel §. 296, 297 und 299,
— — der Ellipse §. 308, 329 und 343,
— — der Hyperbel §. 351, 360,
— — der Cissoide §. 378.
— — der Muschellinie §. 379 und 380,
— — der Spirallinie §. 381, 382 und 383,
— — der Radlinie §. 384 bis 386,
— — der logarith. Linie §. 387.
— — der Glocken- oder Schlangenlinie §. 388.
— — der Blattlinie §. 389.
— — der Quadratrix §. 390.

II. Linienmessung.

§. 446. Die Länge einer Linie wird nach Ruthen und deren Unterabtheilungen, oder im Großen nach Meilen gemessen. Die Preußische Ruthe hat 12 Fuß, wovon jeder 139,13 pariser Linien lang ist; 2000 Ruthen sind eine Preußische Meile. Mit Ellen (zu 2 Fuß $1\frac{1}{2}$ Zoll) mißt man nur im Handel; eine Klafter ist eine Linie von 6 Fuß, und heißt beim Seewesen Faden. Ein Lachter beim Bergbau enthält 80 Zoll, wird in Achtel zu 10 Lachterzolle, zu 10 Primen, jede zu 10 Sekunden getheilt. Alle diese Maaße der Längen sind leider in verschiedenen Ländern auch verschieden, und die Angaben der Schriftsteller oft so abweichend, daß ich eine Tabelle zur Vergleichung nicht mitzutheilen wage. Wer sie bedarf, wird in Vega's trigonometrischen Tabellen, und in andern Rechenbüchern sich einstweilen Raths erholen müssen, bis die Zeit kommt, da alle Deutsche nach einerlei Maaß, Gewicht und Münze messen, wägen und handeln.

§. 447.

§. 447. Wie kleine Linien von einigen Zollen, Fußen, Ellen u. s. w. gemessen werden, weiß jedermann; zur Messung größerer Linien, von welcher wir nun reden wollen, gehören einige Geräthschaften, die man Meßgeräthschaften nennt. Zu den gebräuchlichsten gehören folgende:

1. die Meßkette ist gemeiniglich 2 auch wol 5 Ruthen lang, hat an jedem Ende einen Ring, durch den ein spitzer Pfahl oder Stab gesteckt wird, um straff anziehen zu können, und Gelenke, jedes 1 Fuß lang, von starkem Drath.
2. Die Meßschnur ist eine hanfene Schnur, die wegen ihrer Leichtigkeit an 5 Ruthen lang, und auch an jedem Ende mit einem Ringe und Stabe versehen seyn kann. Die Abtheilung der Fuße und Ruthen an derselben geschieht durch kleine Bänder von verschiedener Farbe. Bei feuchtem Wetter quillt sie und wird kürzer, bei trocknem länger. Daher pflegt man sie mit Ol zu tränken, und vorsichtig vor und nach dem Gebrauch zu prüfen.
3. Die Meßstange giebt unstreitig ein sehr sicheres und brauchbares Maaß, ist aber nicht so bequem, als die Meßschnur, welche oft noch nöthig ist, um mit der Meßstange in gerader Linie zu bleiben.
4. Mit einem 6 Fuß langen in Zoll und Linien eingetheilten Stabe mißt man kleinere Entfernungen von einigen Fußen oder Zollen.
5. Eine hinlängliche Anzahl weißer, glatter, 1 bis 2 Zoll dicker, 4 bis 6 Fuß hoher, unten zugespitzter Stäbe, dienen dazu, in merkwürdigen Puncten senkrecht in der Erde befestigt zu werden, um danach in beträchtlichen Entfernungen sehen zu können.
6. Einige Fahnen, die halb weiß und halb roth oder schwarz seyn können, und auf ziemlich hohen Stangen an den Endpuncten der Standlinien aufgerichtet werden.
7. Ein Senkblei, ein hölzerner Schlegel, um die Meßstäbe senkrecht in die Erde zu treiben.
8. Ein Compaß, die Himmelsgegenden beim Grundlegen zu bezeichnen.

9. Ein

9. Ein Winkelmesser, geometrisches Scheibeninstrument von Holz oder Messing, um die Neigung der Linien oder die Winkel zu messen.

§. 448. Das Wesentlichste an einem Winkelmesser ist folgendes:

Auf einer ebenen Fläche von 1 bis 2 Fuß im Geviert Fig. 138. ziehe aus dem Mittelpunct C einen 3fachen Kreis und theile ihn in 4 Quadranten, jeden wieder in 90°, den Grad in halbe, und wenn es die Deutlichkeit erlaubt, in Viertelgrade, oder von 5 zu 5 Minuten. An den Rand schreibe von 10 zu 10 Grad die Zahlen dabei. Im Mittelpunct C wird ein Stift bevestiget, um den sich ein hölzernes oder messingnes Lineal LN bewegen läßt. Die Mitte des Stifts liegt mit der Schärfe des Lineals in einerlei Linie. An beiden Enden des Lineals in L und N sind aufrechtstehende Messingbleche angebracht; in dem an L ist ein feines Loch, in dem an N ein Fenster, über welches zwei Haare kreuzweis so ausgespannt sind, daß der Kreuzpunct der Haare und das kleine Loch im Blech an L über der Schärfe des Lineals senkrecht stehen. Diese Bleche heißen Diopter (Absehen) und daher nennt man das Lineal LN Diopterlineal. Wenn man in unebenen Gegenden Winkel messen will, so müssen die Diopter 6 bis 8 Zoll hoch und auf beiden Seiten mit Spalten oder Ritzen versehen seyn, in denen ein Pferdehaar ausgespannt ist.

§. 449. Soll das Instrument die Winkel richtig angeben, so muß nicht nur die ganze Kreistheilung äußerst zart und genau gemacht seyn, sondern auch für die wagerechte Stellung gesorgt werden, welche vermittelst einer Setzwage, oder einer Libelle (Wasserwage), und eines passenden Stativs bewirkt wird. Dies Stativ ist Fig. 139. abgezeichnet.

Unter dem Punct C Fig. 138. befindet sich eine starke Messingscheibe von 3 bis 4 Zoll im Durchmesser, in deren Mitte eine cylindrische Röhre A Fig. 139. bevestigt ist, in welcher sich der Zapfen Z des dreibeinigen Stativs genau hineinpassen läßt. Die Schraube B dient zum

Best-

Beststellen des Zapfens, und die Schrauben s s zum Beststellen der beweglichen Füße, die nach Beschaffenheit des Bodens und des wagerechten Standes des Instruments enger und weiter aus einander gestellt werden können. D ist von Holz und rund, aber da, wo die Füße angeschraubt werden, dreieckig. (Stative mit einer sogenannten Nuß sind noch besser.)

§. 450. Beim Winkelmessen stellt man das Stativ zuerst nach dem Augenmaaß, löst alle Schrauben, und legt die viereckte Platte Fig. 138, woran unter C die Messingplatte mit 4 Schrauben (deren Plätze neben C Fig. 139 angedeutet sind), bevestigt ist, mit der cylindrischen Röhre auf den Zapfen Z, und zieht die Schraube B an; dann richtet man das Instrument mit der Setzwage gehörig ab, wobei man die Füße verrückt oder mehr in den Boden drückt, und endlich die Schrauben s s anzieht; so steht das Ganze vest. Löst man die Schraube B ein wenig, so ist der Kreis mit der Röhre A um den Zapfen Z horizontal beweglich, und nach Bedürfniß zu drehen und zu stellen.

§. 451. Die genaue Eintheilung der Grade und ihrer Unterabtheilungen ist bei jedem Winkelmesser ein Haupterforderniß. Daher wird es zweckmäßig seyn, dabei noch ein wenig zu verweilen. Gemeiniglich sehen Nichtkenner die Gradtheilung für sehr leicht an; allein die geübtesten Mechaniker gestehen, daß es ein sehr schwieriges Geschäft sey, einen Kreisbogen richtig in seine Grade zu theilen. Wir wollen eine Theilungsweise mittheilen, die sich unter allen durch Sicherheit und Leichtigkeit in der Ausführung auszeichnet, und sich auf den Satz gründet, daß die Tangente eines Winkels von 45° dem Radius gleich ist.

Man verfertige sich ein Lineal AB Fig. 140. von Holz oder Messing, das etwa 3 Fuß lang und so dick ist, daß es dem Werfen oder Krummwerden nicht leicht unterworfen ist. Auf dasselbe trage vom Punct b an die Tangententheile, wie sie in allen trigonometrischen Tafeln stehen, für den Radius ba = 1000 oder 10000, nach einem richtigen Maaßstabe.

stabe. (Man kann schon bei einem Radius ba von 3 Fuß einzelne Minuten bekommen.)

Soll nun ein Kreis, oder Kreisbogen od in Grade getheilt werden, so bringt man das Lineal AB mit der Gradtheilung, das wir die Tangente nennen wollen, in eine solche Entfernung vom Mittelpunct des Kreises, daß bc = ba, und ab mit bc einen rechten Winkel macht. Um das Centrum c des zu theilenden Kreises ist ein Lineal CD beweglich, und also auf AB verschiebbar. Stellt man nun z. B. CD über 15° auf der Tangente, so schneidet die Schärfe desselben einen Punct m im Kreise ab, der 15° von o entfernt ist; in der Lage 30° C theilt es in n auf dem Kreise auch 30° ab; ruht es in der Lage aC, so ist der Bogen od = 45°. So ist es leicht, alle Grade und ihre Theile auf den Kreis zu tragen, ohne ihn mit Hülfslinien zu verderben.

Ist der Octant od völlig abgetheilt, so dreht man den Kreis so, daß d nach o, und f nach d kommt, und verfährt wie vorher. — Die Tangententheile sind größer, als die Bogentheile; daher wird jeder Theilungsfehler der erstern auf dem Kreise immer kleiner und unmerklicher werden, welches ein wesentlicher Vorzug dieser Theilungsart ist.

§. 452. Wer in seine Messungen Genauigkeit zu bringen bemüht ist, wird seinen Instrumenten gern eine noch größere Vollkommenheit geben wollen, wozu folgende Winke dienen.

Die Diopter sind bei sehr entfernten Gegenständen nicht recht mehr brauchbar, und die Winkel sind mit dem unbewaffneten Auge nur höchstens bis auf 2 Minuten sicher zu bestimmen, welcher Umstand oft beträchtliche Fehler in die Messung bringt. Darum ist es gut, wenn man auf dem Diopterlineale AB einen Tubus TS Fig. 141. anbringt, in dessen Augenglases Brennpunct ein Fadenkreuz, oder ein Kreuzschnitt auf einem Planglase, befindlich ist. Es liegt wenig daran, wenn der Tubus nur 2 Gläser hat, und die Gegenstände verkehrt vorstellt, denn man gewöhnt sich bald daran. Beim Gebrauch vertritt der

der Kreuzschnitt im Tubus die Stelle des Diopters. Um ihn auch auf unebenem Boden benutzen zu können, ist an dem Diopter C ein verschiebbares Messingblech, worauf der Tubus liegt, und vermittelst dessen er höher gestellt werden kann. Vergrößert der Tubus z. B. 10 Mal, so kann man auch auf eine 10malige Verminderung der Fehler rechnen.

§. 453. Soll ein Winkel acb Fig. 138. mit dem Winkelmesser gemessen werden, so verfährt man also:

Nachdem der Kreis horizontal gestellt ist, drehe man ihn so, daß 0° oder die Linie co nach dem Gegenstand b gerichtet ist, und bevestige ihn in dieser Stellung. Darauf drehe das Diopterlineal um C und richte es so, daß das an das kleine Loch L gelegte Auge den Gegenstand a hinter dem Fadenkreuz im Diopter N sieht. Auf dem Bogen ON lassen sich dann die Grade des Winkels acb ablesen; und so wird es leicht seyn, die Winkel, welche alle im Horizont herum liegende Gegenstände mit der Linie cb machen, zu bestimmen, wenn man nur dafür sorgt, daß co immer nach b hin gerichtet bleibt.

§. 454. Eine brauchbare Setzwage muß 1 bis 2 Fuß hoch, und mit einer Bleikugel an einem Haar oder Silberfaden, so wie mit einer feinen Directionslinie versehen seyn. Bequem ist es, wenn ihre Grundfläche so breit ist, daß sie auf einer Ebene von selbst stehen bleibt, und die Bleikugel in einer Höhlung spielt, damit die Luft sie nicht so leicht bewege. — Man bedient sich auch einer genau runden Kugel statt der Setzwage; oder einer runden messingnen Büchse mit einer Glasdecke, deren Mittelpunct angedeutet ist. Die Büchse wird mit reinem Wasser, oder mit Spiritus ganz angefüllt, und durch eine seitwärts angebrachte Öffnung ein Tropfen wieder herausgelassen, wodurch eine Luftblase in die Büchse dringt, die dann immer über der Flüssigkeit schwebt und bei horizontaler Stellung gerade unter dem Mittelpunct der runden Glasscheibe stehen bleibt. Man nennt dies sehr brauchbare Instrument Wasserwage, und benutzt sie bei windiger Witterung mit weit mehr Sicherheit, als die Setzwage, jedoch muß sie nicht unter 4 Zoll Durchmesser haben, und sehr genau gearbeitet seyn.

§. 455.

§. 455. Zur Messung der Vertikal- oder Höhenwinkel bedient man sich der Quadranten, Sextanten u. s. w. Wir wollen nur die Einrichtung eines Instruments, das auch zum Tiefenmessen brauchbar ist, und des Sextanten beschreiben, und anmerken, daß alle dergleichen Instrumente ähnliche Einrichtungen haben.

Der Halbkreis Fig. 142. hat folgende Einrichtung:

Auf der Mitte des ebenen Brettes ag erhebt sich senkrecht ein zweites khc. Um den Punct c ist das eiserne Lineal ACB, an welchem ein messingner Halbkreis 90°, 0, 90°, beweglich. Wenn AB wagerecht steht, so muß der am Bogenstück JN angebrachte Zeiger JO, der in einer zarten Linie besteht, auf Null Grad zeigen, woraus folgt, daß der Halbkreis von Jo an nach beiden Seiten in 90° getheilt wird. Die senkrechte Stellung giebt ein Loth, das auf der andern Seite des Brettes khc angebracht seyn kann, und dessen Bleikugel in der Höhlung b zu sehen ist. Die Diopter D, d, können so eingerichtet werden, daß man von beiden Seiten abvisiren, und oben darauf einen Tubus anbringen kann. Das am Brett bevestigte Bogenstück JN kann als Nonius oder Vernier dienen, und muß bei jeder Stellung des Kreises genau anschließen.

§. 456. Der Nonius oder Vernier JN dient dazu, sehr kleine Gradtheile zu bestimmen, und muß zu dem Ende folgendermaßen eingerichtet werden:

Wenn der Halbkreis z. B. in Viertelgrade getheilt ist, so nehme man einen Bogen von 14 Viertelgraden auf dem Nonius, und theile diesen Bogen in 15 gleiche Theile, so wird, wenn sich der Halbkreis am Nonius wegschiebt, jeder Viertelgrad des Halbkreises durch die Theilung auf dem Nonius in 15 kleinere Theile getheilt, welche Minuten sind. Man sieht nämlich zu, welcher von den Theilstrichen, von J an gezählt, mit einem des Nonius zusammen trifft, und erfährt, wie viel Minuten über einen gewissen Viertelgrad der Winkel mißt. Es betrage z. B. ein Winkel 30¼ Grad und so viel, daß der 9te Theilstrich

strich des Nonius mit einem Theilstrich des Halbkreises zusammenträfe, noch darüber, so würde das Maaß desselben seyn: $30^\circ 45' + 9' = 30^\circ 54'$. — Ist die Theilung gut, so trifft nur 1 Theilstrich mit dem des Nonius zusammen, es sey denn, daß der Winkel genau n Grade und 15′, 30′ oder 45′ ausmache, in welchem Falle der erste und letzte zusammentreffen.

Zum wagerechten Stellen des Halbkreises sind im Fußbrette ag an 3 Orten Schrauben angebracht, die durchgehen, und das auf eine Ebene (Tisch u. dgl.) gesetzte Instrument nach Verlangen höher oder tiefer heben.

§. 457. Der Sextant Fig. 143, welcher einen Bogen von 60° enthält, ist zum Höhenwinkelmessen gleichfalls sehr gebräuchlich, und auf mancherlei Weise eingerichtet. Eine sehr einfache Einrichtung ist folgende:

Aus dem Puncte C in dem gleichseitigen Dreieck ABC beschreibe den Bogen AB und theile ihn von A an in 60° und Unterabtheilungen. Die Seite AC theile in zwei Theile, und bevestige auf der Mitte d ein Messingblech als Diopter D, senkrecht, das in der Mitte ein Fensterchen mit einem Fadenkreuz und senkrecht darunter ein feines Loch hat. In B ist ein ähnliches Diopter, aber ohne Fenster, mit 2 kleinen Löchern in r und r (die Diopter sind seitwärts abgebildet in D und b), wodurch man sieht.

Wenn man den Sextanten um den Punct m vermittelst eines starken Metallstiftes, auf den eine Schraube s wirkt (und der an einem Stativ agC Fig. 142, in C bevestigt ist), beweglich macht, und ihn so dreht, daß Ba horizontal wird, so fällt das Loth Cp in Null-Grad auf CA. Folglich dienen die Diopter in B und d zum Visiren, und der Lothfaden Cp zum Anzeigen der Grade.

Man scheue sich nicht, den Sextanten von gutem, feinem, recht trocknem Holze machen zu lassen, und gebe ihm eine Größe von 2 Fuß im Radius, wodurch es schon möglich wird, die Winkel bis auf Minuten zu bestimmen, welches für Liebhaber bei irdischem Gebrauch genau genug ist.

Auf

Auf der Rückseite des Sextanten läßt sich ein Fernrohr in der Lage Bd anbringen, wodurch vielmehr Genauigkeit erhalten wird, als durch bloße Diopter. Zum Lothfaden muß man ein Menschenhaar, oder recht feinen Silberfaden nehmen.

§. 458. Das Stativ zum Sextanten kann eben so, wie das des Halbkreises seyn. Die Schrauben im Fußbrett können zugleich als Mikrometer dienen, d. h. Maaßstäbe für sehr kleine Bogentheile, als Sekunden, vorstellen, und deshalb folgendermaßen beschaffen seyn:

Am vorstehenden Ende der Schraube ist ein Zeiger, welcher beim Umdrehen derselben mit seiner Spitze einen Kreis beschreibt, den man in beliebige z. B. 100 Theile theilt. Hat man nun den Sextanten gehörig gestellt, so drehe man den Zeiger einmal herum, und sehe zu, um wie viel Minuten der Lothfaden seine Lage auf dem Bogen oder Limbus verändert hat. Gesetzt, ein ganzer Umgang des Zeigers verändere den Lothfaden um 6 Minuten, und man habe einen Winkel gemessen, wobei der Lothfaden 20° 15′ und noch etwas darüber gezeigt; um zu finden, wie viel über 15′ der Winkel betrage, drehe man den Zeiger rückwärts, bis der Lothfaden genau auf 15′ einspielt, und merke, vor wie viele Theile der Zeiger vorbei ging. Er sey vor 25 Theilen vorbei gerückt, so giebt die Proportion

$$100 : 6 = 25 : x, \text{ und } \frac{6 \cdot 25}{100} = 1' \, 30'' = x.$$

Der gemessene Winkel betrug also 20° 15′ + 1′ 30″, d. i. 20° 16′ 30″.

§. 459. Wenn es bloß darauf ankommt, die Neigung zweier Linien zu bestimmen, ohne sie in Graden angeben zu wollen, so ist das Fig. 143. b angegebene Instrument wegen seiner großen Bequemlichkeit sehr zu empfehlen.

Auf dem geraden Stabe AB ist ein anderer CD rechtwinklicht verschiebbar, so daß CD näher an A und B gebracht, und überall vestgestellt werden kann. In A ist ein Diopter, durch welches man sieht, in B ein anderes mit einem Fadenkreuz; auf dem Stabe CD ist gleichfalls ein Diopter verschiebbar. Um nun die Neigung zweier Linien AO und AG angeben zu können, halte man das Instrument so, daß der Gegenstand O durch die Diopter A und B, und der Gegenstand G durch die Diopter A und n gesehen wird, wobei man n auf CD nach Bedürfniß verschiebt. AB und CD sind mit einer feinen Scale versehen, die in Form eines tausendtheiligen Maßstabes eingerichtet seyn, und daher sehr kleine Theile angeben kann. Jetzt liest man ab, wie lang Am und mn, die beiden Catheten im rechtwinklichten Dreieck Amn sind, und trägt sie nach beliebigem Maaße auf das Papier, so giebt die Hypotenuse An den zweiten Schenkel des Winkels OAG.

Wird der Winkel OAG in Graden verlangt, so findet man ihn durch die Proportion

Am : Sin. tot. = mn : Tang. OAG (Siehe Tafel XII. im Anhang.)

Dividirt man mit mn in Am, so erhält man die natürliche Cotangente, welche in den trigonometrischen Tafeln aufgesucht, den Winkel immer bis auf Sekunden giebt. —

In m und o lassen sich Nonien anbringen, mit welchen man die kleinsten Theile sehr bequem ablesen kann.

Wir wollen dieses einfache und überall auch zum Höhenmessen brauchbare Instrument Neigungsmesser nennen, und uns seiner zur Auflösung verschiedener Aufgaben bedienen. Es kann mehrere Fuß lang, 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll dick, und zum Auseinandernehmen eingerichtet seyn. Die beiden Diopter in A und n können auf kleinen runden drehbaren Säulen ruhen, welches bei großen Winkeln sehr nützlich ist, wie man bald bemerken wird. Beim Gebrauch legt man es auf eine Wand, einen Stamm, oder Meßstab ꝛc. oder schraubt es an einem Tische vest und hält es mit der Hand in A an's Auge. Weiß man den Abstand des Gegenstandes O vom Auge, so findet man, wenn G senkrecht über O liegt, wie es bei Höhen der Fall ist, die Höhe OG durch die leichte Regel de tri

$$Am : mn = AO : OG.$$

Und wenn die Höhe OG bekannt wäre, so findet man den Abstand AO durch

$$mn : Am = OG : AO,$$

denn die Dreiecke Amn und AOG sind unter der angenommenen Bedingung stets einander ähnlich, und deswegen die ähnlichen Seiten einander proportional.

Sehr brauchbar wird dies Instrument bei der Aufnahme des Details einer Gegend dadurch, daß man einen Stab von bekannter Höhe, z. B. 10 Fuß, in O senkrecht bevestigt, von A nach ihm visirt, und durch mn : Am = OG : AO seinen Abstand von A findet, darauf den Stab nach andern Puncten tragen läßt, und ihre Entfernung auf gleiche Weise bestimmt. Die Winkel, welche die horizontalen Linien von zwei Gegenständen an A machen, bestimmt man durch die horizontale Haltung des Instruments.

Anmerk. Herr Dr. Rommershausen hat einen Diastimeter (Entfernungsmesser) in Form eines Taschenfernrohrs erfunden, der ähnliche Einrichtung zu haben scheint, und sehr empfehlenswerth ist. Schade, daß dies Instrument nicht verbreiteter ist. Weil es hier auf Bestimmung sehr kleiner Theile ankommt, so wird die Anfertigung desselben viel Genauigkeit erfordern.

§. 460. Eine gerade Linie zu messen.

Aufl. Nimm eine Meßkette, Meßschnur oder Meßstange und schlage sie auf der Linie so oft um, als es angeht; multiplicire die Umschläge mit der Länge der Meßkette, so erscheint im Product die Größe der Linie.

Beim Umschlagen der Meßkette müssen zwei Personen seyn, sie straff anziehen, die Stäbe senkrecht halten, und beständig nach den beiden Endpuncten der Linie sehen.

§. 461. Eine gerade Linie über einen Berg zu messen. Fig. 144.

Aufl. Es kommen drei Fälle vor. Entweder man mißt die Krümmungen oder Unebenheiten mit, und dann ist die Messung, wie auf der Ebene (man bekommt eine Linie auf dem Netz des Berges); oder man verlangt die Größe einer geraden Linie mn = ah; oder man sucht mx. Um ah zu messen, stecke man die Stäbe der Meßkette in a und b ein, und visire nach der Fahne in h, wobei man die am Stabe b verschiebbare Kette auf h richtet. Eben so verfahre bei jedem folgenden Umschlage. Aus der Summe der Umschläge ab, bd, df, fh ergiebt sich die Hypotenuse ah.

Will man aber den horizontalen Abstand des Puncts h von a, oder die mx finden, so sehe man darauf, daß bei jedem Umschlage die Meßkette in horizontaler Richtung ac, be, dg, fi sey, welches durch eine auf die Meßkette gehaltene Setzwage leicht erforscht werden kann. Die Summe von ac, be, dg, fi = mx.

Die Linie mx ist beim Grundlegen unentbehrlich. Aus ah und mx ergiebt sich die Höhe des Berges; denn $ah^2 - mx^2 = hx^2$, und $\sqrt{(ah^2 - mx^2)} = hx =$ der Höhe des Berges.

§. 462. Den Abstand zweier Puncte a und b, zu denen man nicht in gerader Linie kommen kann, zu messen. Fig. 145.

Miß von a bis d. In d setze einen rechten Winkel adc auf ad, bis zur Brücke; miß cf; mache $<$ dcf und $<$ cfg rechtwinklicht; miß gb, und addire die Linien ad + cf + gb, so erhält man ab. — In d, c, f und g werden Meßstäbe eingeschlagen.

§. 463. Einen rechten Winkel abzustecken. Fig. 146.

Nimm auf jeder Seite des Puncts a, wenn auf db in a das Perpendikel stehen soll, ba = ad. Befestige in b und d gleichlange Schnuren bc und dc; gehe mit den Endpuncten derselben so weit zurück, bis

bis die Schnuren gleich straff sind und in c zusammen fallen, so liegt c senkrecht über a, und < cad = < cab = rechten Winkel, denn ad = ab, bc = dc, und ca gemeinschaftlich, also die Winkel an a gleiche Nebenwinkel.

§. 464. **Zu einem gegebenen Winkel einen gleich großen abzustecken.** Fig. 147.

Auf jedem Schenkel des gegebenen Winkels miß gleiche Stücke ad und ag, so wie auch die Sehne dg. — Nimm zwei Schnuren = ad und ag, und bevestige beide in a, so läßt sich das Ende g so halten, daß eine dritte Schnur, in d bevestigt, mit dem andern Endpuncte in g zusammen trifft. Der Winkel an a muß, von gleichen Schenkeln und gleicher Chorde eingeschlossen, nothwendig wieder so werden, als er war. — In a, g und d stehen Stäbe.

§. 465. **Einen Winkel dag Fig. 147. in verlangte gleiche Theile zu theilen, z. B. in 2.**

Mache die Schenkel ad und ag einander gleich, theile die Chorde dg in zwei Theile (durch Rechnung) und ziehe aus a durch den Theilpunct eine gerade Linie.

§. 466. **Aus drei gegebenen Seiten bc, cd und db Fig. 146. einen Triangel zu bilden.**

Bevestige in b an einem Stabe zwei Schnuren bc und bd, die den gegebenen Seiten gleich sind, und mache das Ende von bd in d eben so vest. An d bevestige nun auch die Schnur cd mit dem einen Ende in d, und gehe mit den Endpuncten so weit zurück, bis beide straff angezogene Schnuren in c zusammen kommen.

Reichen die Schnuren nicht, wie es mehrentheils der Fall ist, so mache den Winkel b = gleich dem gegebenen, und verlängere die Seiten bc und bd, bis auch sie den gegebenen gleich werden, so liegen die Endpuncte d und c in der richtigen Entfernung. Da sich jede geradlinigte Figur in Dreiecke zerlegen läßt,

läßt, so wird man sie auch auf dem Felde mit Hülfe der letzten 7 §§. darstellen können.

§. 467. Die Entfernung ab Fig. 148. zu finden, wenn ein Hinderniß dazwischen, aber von einem Puncte c nach a und b zu messen ist.

Aufl. I. Wähle den Standpunct c, miß cb und ca; nimm von jeder Linie einen gewissen Theil, als $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ ꝛc. und trage ihn von c nach m und n, endlich miß mn. Dann sprich:

$$cm : mn = ca : ab,$$

denn die Dreiecke cmn und cab sind einander ähnlich. Z. B. Es sey ca = 48; cb = 30 Ruthen, und

$cm = \frac{1}{3}$ ca, also = 16; $cn = \frac{30}{3} = 10$; mn aber 18 Ruthen gefunden, so ist

$$16 : 18 = 48 : ab, \text{ und } ab = \frac{18 \cdot 48}{16} = 54 \text{ Ruthen.}$$

Diese Auflösungsweise wollen wir die arithmetische nennen.

Aufl. II. Miß die beiden Schenkel ca und cb, und mit einem Winkelmesser den Winkel z, so sind im △ abc drei Stücke, zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel bekannt, wonach das Dreieck verjüngt auf's Papier zu tragen, und ab mit dem Zirkel und Maaßstabe zu messen ist.

Nämlich: trage mit Hülfe des Transporteurs den Winkel z auf das Papier, und verlängere seine Schenkel, bis sie nach dem verjüngten Maßstabe die gemessene Länge haben; ziehe dann die Endpuncte zusammen, so ist ab die gesuchte Linie, und mit dem Zirkel zu messen.

Die Neigung der beiden Linien ca und cb kann auch mit dem §. 459. beschriebenen Neigungsmesser leicht gefunden und auf's Papier getragen, übrigens, wie vorher verfahren werden.

Weil diese Auflösung mit Zirkel und Lineal zu bewerkstelligen ist, so heiße sie die geometrische.

Aufl. III. Durch eine trigonometrische Rechnung, wenn < z in Graden bekannt ist. Es sind im △ abc zwei Seiten und ihr eingeschlossener Winkel bekannt, daher ist die dritte Seite nach §. 244. 2, wo ein Exempel ausgerechnet ist, das hier paßt, folgendermaßen zu finden.

(ac + bc) : (ac — bc) = Tang. $\frac{1}{2}$(a + b) : Tang. $\frac{1}{2}$(b — a), oder Differenzwinkels; und addirt man den gefundenen Winkel zur halben Summe der unbekannten Winkel, so erhält man < b, welcher der größten Seite gegenüber steht. Darauf

Sin. b : ac = Sin. z : ab.

Man bemerkt leicht, daß es bei allen solchen Aufgaben darauf ankommt, in einem Dreieck drei bekannte Stücke zu erhalten, woraus die übrigen auf mancherlei Art gefunden werden.

§. 468. Die Entfernung zweier Puncte bd Fig. 149. zu finden, zu deren einem b man nur kommen kann.

Aufl. I. Errichte in b auf bd einen rechten Winkel und verlängere den Schenkel bc beliebig bis in c. Miß cb, und nimm den Punct e willkührlich, etwa so, daß ce = $\frac{1}{3}$ cb sey. Darauf errichte in e das Perpendikel ef, so daß f mit c und d in gerader Linie steht; miß ef und sprich:

ce : ef = cb : bd.

Sollte sich in b kein rechter Winkel errichten lassen, so nehme man den Winkel x willkührlich, mache aber < y = < x, damit fe parallel bd wird, und die Dreiecke cef und cbd ähnlich bleiben.

Aufl. II. Erforsche, welche Stücke im △ bcd bekannt sind, und zeichne einen ähnlichen △ auf Papier. Nun sind aber außer bc auch noch die beiden Winkel x und z zu messen. Wenn man daher die bc verjüngt auf's Papier trägt, und die Winkel x und z daran setzt, so durchschneiden sich die Schenkel in d. Man messe mit dem Zirkel die bd, halte die Öffnung an den verjüngten Maaßstab, so giebt dieser dieser die Entfernung an.

Mit

Mit dem Neigungsmesser sind gleichfalls die Winkel x und z zu messen.

Aufl. III. Außer der arithmetischen und geometrischen Auflösung führen wir noch die trigonometrische an.

Zieht man nämlich $< x + < z$ von $180°$ ab, so bleibt $< d$. Und Sin. $d : bc =$ Sin. $z : bd$ giebt die Entfernung.

Wenn $< x$ ein rechter ist: $r : bc =$ Tang. $z : bd$.

Z. B. Es sey

$bc = 480$ Fuß.	log. Tang. $48° =$	$10,0455626$
$x = 90°$	— $480 =$	$2,6812412$
$z = 48°$	log. bd	$= 2,7268038 = 533,1$

folglich ist die gesuchte Entfernung 533 Fuß 1 Zoll.

§. 469. Diese drei Auflösungsweisen halte ich von den vielen möglichen für die sichersten, einfachsten und überall anwendbarsten. Sind die Winkel gut gemessen, so ist die trigonometrische Auflösung die genaueste; die geometrische ist zwar sehr leicht, und bei den meisten Feldmessern die gewöhnlichste, erfordert aber einen guten richtigen Maaßstab und Transporteur, so wie sehr genaue Zeichnung. Wenn mehrere Personen einerlei geometrische Zeichnung machen, so stimmen sehr selten die Resultate vollkommen überein, woraus folgt, daß ein guter Geometer ohne Trigonometrie nicht bestehen kann. Die arithmetische Auflösung ist so genau, als die trigonometrische, wenn man sich beim Visiren eines Diopters bedient, die Stäbe senkrecht stellt, und sich keine Nachläßigkeiten im Abmessen der Linien zu Schulden kommen läßt. Überdies hat sie den Vorzug, daß sie mit Stäben und Meßschnuren auf der Stelle auszuführen ist. Nur bei sehr großen Messungen, dergleichen die Aufnahme einer ganzen Landschaft ist, bleibt die trigonometrische die einzig brauchbare.

§. 470. Weil das Messen und Auftragen der Winkel immer seine Schwierigkeiten hat, so sann man auf Mittel, beides zu ersparen, und dennoch eine getreue Zeichnung von den betreffenden Linien zu erhalten. Spanne über ein Reißbrett rits Fig. 150. einen Bogen Papier,

stelle

stelle es horizontal auf ein Stativ (Fig. 139.), und wähle auf dem Reißbrett den Punct c, lege an denselben das Diopterlineal, richte es nach dem Gegenstand B, und ziehe mit einer feinen Bleifeder an der Schärfe desselben die Linie cb. Bei veststehendem Reißbrett richte das Diopterlineal von c nach dem Gegenstand A, und ziehe die Linie ca, so ist der Winkel bca $= <$ BCA. In c pflegt man der Bequemlichkeit wegen eine feine Nadel senkrecht zu bevestigen, um daran das Diopterlineal legen zu können.

Sind die Schenkel cB und cA gemessen, so trägt man ihre Größe verjüngt auf die Linien ca und cb, und zieht ab zusammen. Alsdann hat man auf dem Reißbrett ein Dreieck cab, welches dem großen cAB vollkommen ähnlich ist, und die Entfernung AB verjüngt auf dem Papier in der ab, welche sich mit dem Zirkel messen läßt. Dieses Instrument heißt Meßtisch oder Mensel und ist zur Auflösung vieler Aufgaben, besonders zum Grundlegen der Feldmarken äußerst bequem; sein Gebrauch erfordert aber auch Vorsichtsmaßregeln, zu denen vorzüglich eine völlige Ebenheit des übergespannten Papiers, horizontale Stellung, feine Linien, vester Stand, einerlei Temperatur der Atmosphäre, damit das Papier einerlei Spannung behalte, gehören. Wenn alle Vorsichtsmaßregeln angewendet werden, so kann auf keine andere Weise ein Winkel richtiger auf's Papier gebracht werden, als es mit dem Meßtisch geschieht, welcher daher unstreitig zu den besten und wohlfeilsten Meßgeräthschaften gehört.

§. 471. Eine Entfernung cd Fig. 151. zu finden, zu deren Endpuncten man nicht messen kann.

Aufl. I. Miß eine Standlinie ab; setze den Winkelmesser auf den Punct a, richte 0° nach b hin, und bevestige so den Kreis; dann miß den Winkel bad, und $<$ bac; setze den Winkelmesser nun über b, richte ihn so, daß Null-Grad nach a hinsteht, und miß den Winkel abc und $<$ abd. Trage alles Gemessene in eine Schreibtafel vorläufig ein.

Die Zeichnung fange mit dem Auftragen der Standlinie ab an; setze an a die Winkel bad und bac; und an b setze die Winkel abc und abd, wie sie auf dem Felde gemessen worden sind, so werden sich die nach den Puncten c und d laufenden Schenkel in c und d schneiden. Miß mit dem Zirkel die Linie cd.

Z. B. Es sey ab = 150 Ruthen; $<$ bad $= 50°$; $<$ bac $= 100°$; $<$ abc $= 45° \, 30'$; $<$ abd $= 101°$. Trägt man diese Angaben gehörig auf's Papier, so findet man die Linie cd = 232 Ruthen. Auch die Linien ac, ad, bc und bd sind auf der Zeichnung verjüngt dargestellt, und mit dem Zirkel zu messen.

Aufl. II. Mit dem Fig. 143 b. abgebildeten Neigungsmesser kann man nicht nur die Neigung der Linien ad, ac ꝛc. gegen die Standlinie ab finden, sondern sie auch viel genauer, als mit dem Transporteur, auf's Papier tragen. Die Neigung zweier Linien wird dabei durch Am und mn bestimmt. Macht man nun ao (Fig. 151.) = Am; und og = mn, so ist ad in der richtigen Lage auf der Zeichnung. Die Lage der ac wird am besten nach ad zu bestimmen seyn, und auf ähnliche Weise auch bei b verfahren werden müssen. Aus den Durchschnitten der Schenkel ergeben sich die Puncte c und d, wie vorher.

Aufl. III. Trigonometrisch. Im $\triangle$ abc sind die beiden Winkel an der Standlinie, folglich auch der dritte $<$ acb bekannt, also gilt

$$\text{Sin.} < acb : ab = \text{Sin.} < cab : cb.$$

Im $\triangle$ adb sind bekannt $<$ dab, $<$ abd, also auch $<$ adb; daher

$$\text{Sin.} < adb : ab = \text{Sin.} < dab : db.$$

Nun sind im $\triangle$ cdb zwei Seiten cb, db und der von ihnen eingeschlossene Winkel cbd bekannt, woraus sich die Seite cd finden läßt. Nämlich

$$cb + bd : cb - bd = \text{Tang.} \tfrac{1}{2} (< bcd + cdb) : \text{Tang. des Differenzwinkels.}$$

Der

Der Ausdruck $\frac{1}{2}$ (< bcd + < cdb ist $= \frac{180^\circ - < cbd}{2}$ = der halben Summe der beiden unbekannten Winkel. Addirt man den Differenzwinkel zur halben Summe der unbekannten Winkel, so erhält man den Winkel cdb, welcher der größten Seite gegenüber steht; subtrahirt man den Differenzwinkel von jener halben Summe, so bekommt man < bcd. Weil nun im △ cdb alle Winkel und 2 Seiten bekannt sind, so findet man endlich die cd durch

Sin. < bdc : bc = Sin. < cbd : cd.

Es sey, wie vorher, die Standlinie ab = 150 Ruthen; < bad = 50°; < bac = 100°; < abc = 45° 30′; < abd = 101°;

so ist < bac = 100°	Sin. 34°30′ : 150 = Sin. 100° : cb
+ < abc = 45°30′	= Sin. 80°
180° — 145°30	log. Sin. 80° = 9,9933515
= < acb = 34°30′	— 150 = 2,1760913
	12,1694428
	— 34° 30′ = 9,7531280
	log. cb = 2,4163148
	= 260,8 = cb.

Ferner um db zu finden: < abd = 101°
< bad = 50
180° — 151
= < adb = 29°.

Sin. 29° : 150 = Sin. 50° : db.
log. Sin. 50° = 9,8842540
— 150 = 2,1760913
12,0603453
log. Sin. 29° = 9,6855712
log. db = 2,3747741 = 237,02 = db.

Nun ist cb = 260,8	und < abd = 101°	und 180°
bd = 237,02	— < abc = 45°30′	— 55°30′
Summe = 497,82	= < cbd = 55°30′	Sum̃e 124°30′
Untersch. = 23,78		halbe Summe = 62° 15′

497,

497,82 : 23,78 = Tang. 62° 15′ : Tang. des Differenzw.

log. Tang. 62° 15′ = 10,2789107
log. 23,78 = 1,3762119

11,6551226
log. 497,82 = 2,6970723

log. Tang. = 8,9580503 = 5° 11′ 10″ = Diff. w.

halbe Summe 62° 15′
± 5° 11′

< cdb = 67° 26′
< bcd = 57° 4′

Daher Sin. 57° 4′ : bd = Sin. 55° 30′ : cd

log. Sin. 55° 30′ = 9,9159937
log. bd = 237,02 = 2,3747741

12,2907678
log. 57° 4′ = 9,9239191

log. cd = 2,3668487 = 232,72 = cd.

Die gesuchte Entfernung ist also = 232 Ruthen, 7 Fuß, 2 Zoll.

Im Verfolg der Rechnung fanden wir
bc = 260 Ruthen 8 Fuß
und db = 237 Ruthen 0 Fuß 2 Zoll.

Die Linie ac giebt die Proportion:

Sin. acb : ab = Sin. abc : ac.

und die Linie ad

Sin. adb : ab = Sin. abd : ad.

Obgleich eine solche Rechnung etwas mühsam ist, so belohnt doch die große Genauigkeit den darauf verwendeten Fleiß reichlich. Der Lehrer wird sie oft bedürfen, um die verschiedenen Resultate der Zeichnungen seiner Schüler zu berichtigen.

Aufl. IV. Mit dem Meßtisch ist das Geschäft viel einfacher. Setze ihn über den Punct a und bezeichne auf dem Meßtisch ghki Fig. 152. den Punct a; richte nun das Diopterlineal auf b, auf d und c, und ziehe die dazu gehörigen Linien ab, am, az.

Setze

Setze nun den Meßtisch in b, drehe ihn so, daß a nach a hinsieht, trage die Standlinie verjüngt auf ab, leg das Diopterlineal an b und richte es nach c und d, und ziehe über den Meßtisch Linien bz und bm. Jetzt ist die Zeichnung zmba auf dem Meßtisch der Figur cdba vollkommen ähnlich, und die Entfernung cd verjüngt in der zm zu messen.

§. 472. Eine Gegend aufzunehmen oder in den Grund zu legen. Fig. 153.

Aufl. I. Unter Grundlegen versteht der Geometer die Zeichnung einer Charte von einer Gegend (Grundriß), wobei alle Entfernungen im richtigen verjüngten Verhältniß stehen. Wenn c, d, e, g, h, k, l hervorstehende Puncte einer Gegend sind, so wähle in einer passenden Lage die Standlinie ba und miß sie. Setze den Winkelmesser in b, richte 0° auf a, bevestige ihn, und miß nun die Winkel cba, dba, eba, gba, hba, kba, lba. Setze nun das Instrument in a, richte 0° auf b, bevestige es, und miß die Winkel cab, dab, eab, gab, hab, kab, lab. Notire das Maaß aller Winkel vorläufig in der Schreibtafel.

Die Zeichnung beginne mit dem Auftragen der Standlinie ab. Setze an b mit dem Transporteur die dahin gehörigen Winkel, und eben so an a, so durchschneiden sich die nach einerlei Punct gehenden Linien in c, d, e, g, h, k, l, und diese Puncte sind in der richtigen Lage, und ihre Abstände mit dem Zirkel zu messen. Die minder wichtigen Puncte, die sich im Umfange der Gegend befinden, werden aus freier Hand gezeichnet, oder durch Ordinaten, Perpendikel auf geraden Linien bestimmt.

Aufl. II. Jeder der gemessenen Puncte macht mit der Standlinie ab ein Dreieck, in welchem die beiden Winkel an derselben (folglich auch der dritte) bekannt sind; und man kann daher leicht die Entfernungen der Puncte c, d 2c. von dem Puncte a, oder b, trigonometrisch finden. So ist z. B. die Entfernung gb durch

$$\text{Sin. } g : ba = \text{Sin.} < gab : bg$$

und $\text{Sin. } g : ba = \text{Sin.} < gba : ag$ zu finden.

Wie

Wie die Abstände ge, ed, dc u. s. w. zu finden sind, ist in der vorigen Aufgabe schon vorgekommen.

Aufl. III. Mit dem Meßtisch. Setze ihn in a, wähle auf demselben einen (über a liegenden) schicklichen Punct a, und ziehe eine nach b hin gehende Linie mit der Bleifeder, welche die Standlinie ab verjüngt vorstellt. Richte nun das Diopterlineal von a aus nach den Gegenständen g, f, e, d, c rc. und ziehe jedesmal eine Linie willkührlich lang über den Meßtisch nach dem betreffenden Puncte.

Setze nun den Meßtisch in b, richte den Punct a auf dem Papier nach dem Endpunct a der Standlinie, und das Diopterlineal von b aus nach den genannten Puncten, so schneidet die Schärfe desselben auf den zugehörigen Linien Puncte g, e, d, c, l, k, h ab, welche im richtigen verjüngten Verhältniß liegen. Diese Puncte werden bezeichnet, die Hülfslinien ausgelöscht, und so bekommt man die Hauptpuncte einer Gegend richtig auf's Papier, ohne Winkel zu messen, oder zu rechnen.

Zur Bezeichnung der Himmelsgegenden setze den Compaß an die Standlinie auf dem Meßtisch, drehe ihn so, daß er in seine Abweichung einspielt, und ziehe an der Seite desselben die Mittagslinie.

§. 473. Die Boussole, deren sich manche Feldmesser, die es mit der Genauigkeit nicht strenge nehmen, bei ihren Arbeiten bedienen, ist ein mit bequemen Dioptern und passendem Stative versehener Compaß. Sobald man sie nur zum Auftragen gemessener Linien, zur Bestimmung der Himmelsgegend, und zu oberflächlichen Entwürfen benutzt, leistet sie gute Dienste; allein bei geforderter größerer Genauigkeit ist sie deshalb nicht als Winkelmesser zu empfehlen, weil man höchstens nur bis auf Viertelgrade die Winkel genau damit angeben kann, und sie also eben nicht mehr leistet, als der gemeine Transporteur. Weil aber alle Winkel, die mit der Boussole gemessen werden, sich auf die magnetische Mittagslinie beziehen, so hat auch dieses Instrument seine eigenen Vorzüge, zu denen folgender gehört:

Es sey Fig. 154. die Lage und Entfernung ab bekannt, und man befinde sich mit der Boussole in c, so läßt sich der Punct c finden. Denn < p, welchen die Mittagslinie c M mit c N macht, ist = < o; und < r = < q, weil es Wechselswinkel sind. Legt man daher an a und b (auf der Zeichnung) Mittagslinien ag und bh, und die Winkel q und o = r und p, so durchschneiden sich die Schenkel in c.

Ferner ist die Boussole in Waldungen, wo man nicht weit um sich sehen kann, sehr vortheilhaft zu gebrauchen.

Die Aufnahme einer Gegend mit der Boussole von den Standpuncten a und b Fig. 153. geschieht am leichtesten dadurch, daß man mittelst derselben den Winkel bestimmt, den eine Linie ac oder ad mit der magnetischen Linie in a, und dann in b macht. Darauf trägt man die Standlinie auf's Papier, setzt in a und b Mittagslinien, und daran die im Felde gemessenen Winkel, so erhält man in den Durchschnitten c, d ꝛc. die gesuchten Puncte.

Anmerk. Siehe hierüber: Große Korollarien zur practischen Geometrie. S. 26 ꝛc.

§. 474. Einen Wald, oder eine Stadt, ein Dorf, Gewässer u. dgl. in den Grund zu legen. Fig. 155.

Aufl. Da man innerhalb der bezeichneten Puncte a, b, c, d ꝛc. keine Standlinie wählen kann, so setze man den Winkelmesser in a, miß den < iab, die Linien ia und ab; setze das Instrument in b, miß < abc und die Linie bc; setze es in c, miß < dcb, und Linie cd; in d miß < cde und de; in e miß < fed; in f miß < gfe, und jedesmal die folgende Linie, bis endlich wieder nach a.

Trägt man nun sowol Linien als Winkel so auf's Papier, wie sie auf dem Felde gemessen worden, so erhält man die Puncte a, b, c, d, e, f, g, h, i in übereinstimmiger Lage auf dem Papier.

Sind Straßen, Alleen u. dgl. wie mf mit aufzuzeichnen, so bestimmt man am Umfange die Endpuncte derselben, und mißt hervorstehende Puncte, als Ecken, Plätze ꝛc. eben so, wie vorher.

Wenn man mit diesem Verfahren nicht die größte Genauigkeit verbindet, so pflegt die Figur am Ende nicht zu schließen, ein Umstand, der dem Feldmesser oft begegnet, und den er dadurch beseitigt, daß er hie und da etwas verändert, bis die Figur schließt. — Mit dem Meßtisch erhält man die Zeichnung, wenn man ihn über a setzt, ab mißt, verjüngt aufträgt; ihn über b setzt, ba nach a richtet, aus b nach c visirt, cb mißt und aufträgt u. s. w. Die Winkel erhält man völlig genau, ohne sie in Graden angeben zu können, und daher schließt auch die Figur, wenn man nach i kommt. — Oft aber soll die Zeichnung (der Grundriß) größer seyn, als die Oberfläche des Meßtisches seyn kann, dann ist entweder ein frischer Bogen Papier über den Meßtisch zu spannen, oder der Winkelmesser nothwendig. — Die Boussole leistet auch hierbei gute Dienste, besonders wenn man Gewandheit im Auftragen der Declinationen besitzt.

Trigonometrisch findet man zwar auch alle diese Linien, allein eine solche Rechnung wird zweckmäßiger angewendet werden können, unzugängliche Puncte, dergleichen Thürme, Bäume rc. u. s. w. darbieten, zu bestimmen, wozu man sich außerhalb der Stadt eine passende Standlinie wählt.

§. 475. Eine Zeichnung zu copiren.

Aufl. Jede erste Zeichnung (Original) wird wegen der vielen Hülfslinien selten recht sauber gerathen, daher vervielfältigt man sie bequem auf folgende Art.

Lege die Originalzeichnung auf ein feines ebenes Papier, und bevestige sie am Rande mit Mundlack oder Stecknadeln; dann stich mit einer feinen englischen Nähnadel durch alle bemerkenswerthe Puncte so, daß die Nadel auch das darunter liegende Papier mit trifft. Nimm nun die Zeichnung ab, so lassen sich alle auf dem reinen Papier befindlichen Puncte ohne Hülfslinien zusammen ziehn, wie es nach der Originalzeichnung verlangt wird. Kann das Durchstechen nicht angehen, so müssen zuerst die wichtigsten Puncte mit dem Zirkel gemessen, und auf die

Weise, wie bei der Dreieckconstruction gezeigt ist, auf das reine Blatt gebracht, und dazwischen die übrigen Puncte und Linien eben so getragen werden.

§. 476. Eine gegebene Zeichnung zu reduziren, oder zu verkleinern.

Aufl. I. Theile die Zeichnung durch Bleistift-Linien in kleine Quadrate oder Rechtecke. Theile die Fläche, worauf die verkleinerte Zeichnung kommen soll, in eben so viele, aber kleinere Quadrate oder Rechtecke, die jenen ähnlich sind, und das Verhältniß der Verkleinerung haben. Numerire die Quadrate durch leicht verlöschbare Zahlen; und zeichne nun in jedes der kleinern Rechtecke das, was in dem gleichnamigen Rechtecke auf der größern Zeichnung enthalten ist, wobei Genauigkeit zu empfehlen ist.

Die Größe der kleinern Zeichnung ergiebt sich aus dem gegebenen Reductionsverhältniß nach §. 188. Es sey eine Zeichnung, die 12 Zoll lang, und 10 Zoll breit ist, auf eine Fläche zu bringen, die nur $\frac{3}{5}$ der erstern enthält. Wie lang und breit muß letztere seyn?

Der Quadratinhalt der großen Zeichnung ist $= 120$; der der kleinern $= \frac{3}{5} \cdot 120 = 72$ Quadratzoll; nach §. 188. gilt

$$120 : 72 = 12^2 : l^2; \text{ und } l = \sqrt{\frac{72 \cdot 144}{120}} = 9{,}3 \text{ Zoll}$$

$$= 5 : 3 = 144 : l^2 \qquad \text{in der Länge.}$$

Und um die Breite zu finden:

$$5 : 3 = 10^2 : b^2, \text{ und } b = \sqrt{\frac{3 \cdot 100}{5}} = 7{,}74 \text{ Zoll}$$

in der Breite.

Aufl. II. Mit Hülfe eines Reducirlineals. Fig. 156. Das Lineal AB ist um die Nadel in C beweglich; der Theil CA ist von C aus in 100 oder 1000 Theile, der Theil CB in eben so viel, aber kleinere Theile getheilt, die an der abgedachten Kante des Lineals scharf auslaufen. Die Zeichnung abcd lege unter den Theil des Lineals, auf dem die größern Theile, das

das Papier fghm unter den, auf dem die kleinern befindlich sind, und beide Zeichnungen so, daß Null an cd, und unterhalb 'e Null an fg trifft; cd aber fg parallel bleibt; und bevestige die Zeichnungen in dieser Lage.

Soll nun z. B. der Punct P von der großen Zeichnung auf die kleinere gebracht werden; so schiebe das Lineal auf P und zähle den Abstand CP nach den Theilen auf CA; es mag hier CP = 75 seyn, zähle darauf auf CB ebenfalls 75 Theile = cp ab, und bezeichne p mit einem Punct. Der Punct N wird nach n kommen u. s. w.

Man muß zwar für jedes geforderte Reductionsverhältniß ein anderes Lineal haben; allein das Geschäft ist auch dafür äußerst schnell und genau zu vollenden, welches für diejenigen, die dergleichen Reductionen zu machen haben, ein wichtiger Umstand ist.

Aufl. III. Das Verjüngen und Vergrößern einer Zeichnung nach dem Maßstabe ist mühsam und erfordert für jeden überzutragenden Punct eine kleine Rechnung. Man muß nämlich den Abstand eines Puncts N von ab und bp messen, denselben mit dem gegebenen Verhältniß multipliciren, das Erhaltene als Abstand von fg und fh ansehen, und so auf die neue Zeichnung bringen.

§. 477. Eine gegebene Zeichnung zu vergrößern.

Aufl. Alle drei im vorigen §. mitgetheilte Auflösungsweisen sind dabei ebenfalls anwendbar, wie man ohne Erinnern bemerken wird; allein man verbinde die größte Genauigkeit mit diesem Geschäft, weil geringe Fehler im Vergrößerungsverhältniß auf der neuen Zeichnung wachsen.

§. 478. Geometrische Zeichnungen zu illuminiren, oder auszumalen.

Aufl. Hiezu sind Tuschfarben nöthig: Carmin, das schönste Roth, wird mit etwas Gummi oder Zucker oder Citronensaft auf Glas oder Tuschnäpfchen ben gerieben. Gummigutt, eine sehr sanfte, unendlich theilbare, gelbe Farbe, wird mit reinem Wasser aufgerieben. Nußbraun, Liliengrün, Grünspan werden mit reinem Wasser, oder besser mit Essig abgerieben. Berlinerblau am besten mit Gummiwasser; Hellblau, mit reinem oder Gummiwasser; Zinnober, mit Branntwein oder Gummiwasser aufgerieben; schwarze Tusche. Alle diese Tuschfarben sind dann am besten, wenn sie sich leicht abreiben und, naß gemacht, und auf die Hand gestrichen, reine Striche geben. Durch Vermischung derselben erhält man alle mögliche Farben, z. B. Violett entsteht aus Carmin und Blau; alle Sorten von Grün aus der Vermischung der gelben und blauen Farbe. Aschgrau ist dünne schwarze Tusche. Das Anstreichen einer Fläche mit Farbe heißt Auftragen. Wenn das Auftragen gut gelingen soll, so müssen alle Farben sehr dünn oder recht flüssig seyn; will man die Farbe hervorstechender haben, so überstreiche man sie mehr, als einmal. Zum Schattiren gebraucht man jederzeit etwas dunklere Farbe, z. B. zur Schattirung des Gelben nimmt man Braun, des Hellblauen das Dunkelblaue, des Hellgrünen das Dunkelgrün, des Hellrothen das Dunkelrothe rc. Die Lage der Schatten ist allemal bei geometrischen Zeichnungen auf der rechten Seite, weil das Licht von der linken herkommt, folglich haben Vertiefungen ihren Schatten auf der linken Seite.

Zum Auftragen der Farben nehme man einen nicht zu kleinen Pinsel, der die feinen Haare in eine Spitze vereinigt, viele Flüssigkeit faßt, und egale Striche macht; sehe sich vor, daß man mit dem Pinsel nicht wieder zurück in die schon rein aufgetragene Farbe komme, weil dadurch eine Ungleichheit in ihrer Stärke entsteht; und wenn sich etwa die Farbe auf einem Orte mehr anhäufen sollte, drücke man den Pinsel aus, und halte ihn an die angehäufte Farbe, so wird er sie wieder einziehen.

Alle Grundrisse stellen das Bild einer Gegend oder eines Platzes so vor, wie es erscheinen würde, wenn sich das Auge in unendlicher Ferne senkrecht darüber befände.

---

§. 479. Zur Linienmessung gehört die Altimetrie oder Höhenmessung, welche gleichfalls auf dem Grundsatze, daß die ähnlichen Seiten ähnlicher Figuren einander proportional sind, beruht. Es kommen dabei mehrere Fälle, und allerlei Auflösungsweisen vor, wovon wir die vornehmsten anführen wollen. Ist eine Höhe so beschaffen, daß man vom höchsten Punct derselben eine Schnur senkrecht herab lassen kann, so giebt das Maaß dieser Schnur die Höhe an. Dies würde z. B. anwendbar seyn, die Tiefe eines Brunnens zu erforschen.

§. 480. Eine Höhe zu finden, zu deren unterstem Punct man kommen kann. Fig. 157.

Aufl. I. Nimm zwei Stäbe von verschiedener, aber bekannter Länge ba und dc, und stelle sie senkrecht so hinter einander, daß das Auge in a den höchsten Punct der Höhe BA über dem Stabe dc in gerader Linie erblickt. Dann sind die Dreiecke age und aDA einander ähnlich; daher gilt:

$ag : cg = aD : DA$, wozu noch $DB = ab$ addirt wird.

In Worten: der Abstand der beiden Stäbe von einander verhält sich zu ihrem Unterschiede in der Länge, wie der Abstand des kleinen Stabes von der Höhe zur Höhe selbst.

Es sey $ab = 3$; $cd = 8$, $ag = 4$, $aD = 16$ Fuß; so ist

$$4 : 5 = 16 : DA, \text{ und } DA = \frac{5 \cdot 16}{4} = 20 \text{ Fuß.}$$

Hiezu DB oder $ab = 3$ —

Gesuchte Höhe 23 Fuß.

Diese arithmetische Auflösung ist genau, wenn die Stäbe nicht zu kurz im Verhältniß zur Höhe AB sind, und man in a ein Diopter hält, um die Nebensicht (Parallaxe) des Auges zu vermeiden.

Hal

Hat man nur einen Stab cd, so lege man das Auge da in R an die Erde, wo die Linie Ac verlängert hintrifft, und schließe:

$$Rd : dc = RB : BA.$$

Aufl. II. Mit dem Neigungsmesser läßt sich diese Aufgabe ebenfalls sehr genau lösen. Lege ihn auf den Stab dg so, daß das Auge in a am Diopter desselben ruht, die aufrechtstehende Cathete gc (am Instrument mn) senkrecht steht, und das verschiebbare Diopter in c mit a und A in einer Linie ist, so läßt sich ag und gc am Instrument ablesen, und aD = bB messen. Darauf schließe auch hier

$$ag : gc = aD : DA.$$

Es sey ag = 15 Zoll, gc = 18 Zoll 7 Linien 5 Scrupel = 1,875 Fuß, so wird 15 Zoll ($1\frac{1}{2}$) = 1,5 Fuß : 1,875 Fuß = 16 Fuß : DA und

$$DA = \frac{1,875 \cdot 16}{1,5} = 20 \text{ Fuß gefunden.}$$

Die senkrechte Stellung der Cathete mn am Instrument kann sehr leicht durch einen feinen Faden, an dem eine Bleikugel hängt, erhalten werden.

Anmerk. Um ihm die sanfteste Bewegung zu geben, bringe man in S eine Schraube (oder Wirbel) an, um welche sich eine mit CD verbundene Saite wickelt.

Aufl. III. Auch mit einem Spiegel kann man diese Höhe finden. Es sey Fig. 158. BA die zu messende Höhe, so lege in einer schicklichen Entfernung BS den Spiegel S wagerecht auf die Erde, und halte den Stab ba senkrecht so weit zurück, bis das an a gehaltene Auge die Spitze des Gegenstandes BA im Spiegel an einem darüber gelegten Faden erblickt. Weil nun nach optischen Grundsätzen der Zurückstrahlungswinkel aSb dem Einfallswinkel ASB gleich ist, und in beiden Dreiecken abS und ABS rechte Winkel, also die △ einander ähnlich sind, so gilt auch hier die Proportion Sb : ba = SB : BA.

Aufl. IV. Geometrisch. Nimm in einiger Entfernung den Standpunct S Fig. 158., miß mit einem Sextanten oder Halbkreise (Fig. 142.) den Winkel BSA und den Abstand BS.

Trage nun BS verjüngt auf's Papier, errichte in B ein Perpendikel, und setze an S den gemessenen Winkel, so muß der Schenkel SA das Perpendikel BA in A durchschneiden, und BA mit dem Zirkel sich messen lassen. Zur so gefundenen Höhe addirt man alsdann noch die des Winkelmessers, oder des Stativs, weil der Punct B in gleicher Höhe mit den horizontalgestellten Dioptern Dd (Fig. 142.) angenommen werden muß.

Wenn der $< ASB = 50°$, und der Abstand $BS = 70$ Fuß gemessen ist, so giebt eine geometrische Construction die AB = 83 Fuß.

+ 4 — Höhe d. Instruments,

Summe 87 Fuß.

Aufl. V. Trigonometrisch. Im rechtwinklichten Dreieck ABS sind alle Winkel und die Seite BS bekannt, daher findet man BA durch

Sin. tot. : 70 = Tang. 50° : AB

log. Tang 50° = 10,07618

— 70 Fuß = 1,84509

$\overline{}$ 1,92127 = 83,42

dazu Höhe des Stativs = 4

Höhe des Gegenstandes 87,42 Fuß.

Nennt man den Abstand BS = a, den Winkel BSA = w und die gesuchte Höhe = H, so hat man die allgemeine Formel $\frac{a . \text{Tang.} w}{\text{Sin. tot.}} = H$, welche für alle solche Fälle gilt.

Wie man die Höhe eines Gegenstandes aus seiner Schattenlänge finden könne, wird in der Lehre vom Licht §. 666. vorkommen.

§. 481. Eine Höhe zu messen, zu deren unterstem Puncte man nicht kommen kann. Fig. 159.

Aufl. I.

Aufl. I. Geometrisch. Miß in einiger Entfernung eine Standlinie cd, und mit einem Winkelmesser in c den Winkel m, und in d den Winkel n.

Trage nun die Standlinie verjüngt auf's Papier, setze an c den Winkel m, an d den $<$ n, und verlängere die Schenkel, bis sie sich in A schneiden. Von A fälle ein Perpendikel auf die verlängerte Standlinie, so ist dies Perpendikel = der gesuchten Höhe.

Die Neigung der Linien cA und dA kann auch mit dem Neigungsmesser gemessen, und auf die bekannte Weise auf's Papier getragen werden, wobei sich eine hohe Genauigkeit erreichen läßt.

Aufl. II. Trigonometrisch. Im $\triangle$ cAd ist $<$ m, $<$ o als Ergänzung zu 180° von n, folglich auch $<$ p, und cd bekannt. Daher gilt Sin. p : dc = Sin. m : dA.

Im rechtwinklichten $\triangle$ ABd ist nun Seite dA und $<$ n bekannt, folglich

Sin. tot : dA = Sin, n : AB.

Daraus ergiebt sich, daß man AB geradezu durch folgendes Formular finden können:

$$AB = \frac{dc\ .\ \text{Sin. } m\ .\ \text{Sin. } n}{\text{Sin. } (n-m)}.$$

Von der Kennziffer des kommenden Logarithmen werden die Zehner abgestrichen, weil eigentlich noch mit Sin. tot. dividirt werden sollte.

Es sey die Standlinie cd = 76 Fuß, $<$ m = 40°, $<$ n = 56°, dann ist n − m = 56 − 40 = 16°, und

$$\begin{array}{lrcl}
 & \log.\ dc = 76 & = & 1{,}88081 \\
 & -\ \text{Sin. } m = 40° & = & 9{,}80806 \\
 & -\ \text{Sin. } n = 56° & = & \underline{9{,}91857} \\
 & & & 21{,}60744 \\
\log.\ \text{Sin. } (n-m) = 16° & & = & \underline{9{,}44033} \\
 & \log.\ AB & = & \cancel{1}2{,}16711 = 146{,}9 \text{ Fuß} \\
 & \text{Höhe des Stativs} & = & +3 \\
 & \text{Höhe des Gegenstandes} & = & 149 \text{ Fuß } 9 \text{ Zoll.}
\end{array}$$

Aufl.

Aufl. III. Mit dem Neigungsmesser. Da wir hiemit die Neigung der Linien nach dem Abstand des verschiebbaren Stabes CD und des Diopters n (Fig. 143. b) bestimmen, so heiße der Kürze wegen $Am = b$ und $mn = c$, und wenn man auf dem zweiten Standpuncte mißt, mögen diese Abstände b' und c', die Standlinie $= a$, die Linie AB Fig 159. vom 2ten Standpuncte bis zur Höhe aber $= x$, und die Höhe $= y$ heißen, weil diese letztern beiden Linien unbekannt sind.

Nachdem man das Instrument horizontal gelegt, und alles gehörig gemessen hat, schließt man:

$$b : c = a + x : y, \text{ und } x = \frac{by - ac}{c};$$

auf dem zweiten Standpunct schließt man:

$$b' : c' = x : y, \text{ und } y = \frac{b'y}{c'}.$$

Die beiden abgesonderten Werthe von x sind sich gleich, und darum ist aus der Gleichung

$$\frac{by - ac}{c} = \frac{b'y}{c'} \text{ die } y, \text{ oder Höhe BA zu finden}$$

$$(c'$$

$$\frac{bc'y - acc'}{c} = b'y$$

$$(c$$

$$bc'y - acc' = b'cy$$

$$bc'y - b'cy = acc'$$

$$(bc' - b'c)y = acc', \text{ und } y = \frac{acc'}{bc' - b'c} = BA.$$

Nimmt man $c = c'$, was sehr wohl angeht, indem man den Stab CD am Instrument nur allein verschiebt, bis das Diopter n gehörig mit dem Auge und dem höchsten Punct der Höhe in gerader Linie steht, so ist die

beständige Formel für jede Höhe $= \dfrac{ac}{b - b'}$.

Will man mit zwei Stäben diese Aufgabe lösen, so bedeutet c den Unterschied ihrer Länge, b den Ab-

Abstand beider Stäbe am ersten, und b′ den Abstand beider Stäbe am zweiten Standpunct; a gleichfalls die Standlinie.

§. 482. Eine Höhe AB von zwei Standpuncten a und b, die nicht in einer wagerechten Linie liegen, zu messen. Fig. 160.

Aufl. I. Geometrisch. Untersuche, wie viel der zweite Standpunct b tiefer, als a liegt. Der Unterschied sey hier db = ac. Nachdem die Standlinie ab, Winkel m bei a, und < n bei b gemessen, ziehe auf dem Papiere eine wagerechte Linie aB; und in dem Abstand db = ac eine Parallele cG; dann trage die Standlinie von a nach b.

Den Winkel m setze in a auf die Linie aB; < n aber in b auf die Linie cG; denn die gemessenen Höhenwinkel beziehen sich auf horizontale Linien.

Die Schenkel der Winkel m und n durchschneiden sich in A; und ein Perpendikel von A auf aB oder cG giebt die gesuchte Höhe.

Aufl. II. Trigonometrisch. Wäre die Standlinie = ag, und < n in g gemessen worden, so würde die Rechnung, wie im vorigen §. 481. seyn. Man muß also untersuchen, welche Standlinie für die gemessenen Winkel m und n gehört, wenn sie horizontal läge, und = ag wäre. Die ag kann im △ abg, wo wir ab schon kennen, aus dieser und < gab und gba gefunden werden.

Es ist nun im rechtwinklichten △ acb die ab, und ac bekannt, folglich ab : Sin. tot. = ac : Sin. abc; und < abc = < gab; und 180° — (< n + < abc) = < gba.

Im △ gab sind jetzt zwei Winkel (folglich auch der 3te) und die Seite ab bekannt; daher

$$\text{Sin.} < agb : ab = \text{Sin.} < gba : ga.$$

Nun bringe man anstatt der ab die ag in die Rechnung, und verfahre wie §. 481; nämlich

$$AB = \frac{ga \,.\, \text{Sin. } m \,.\, \text{Sin. } n}{\text{Sin.}\,(n - m)}.$$

§. 483.

§. 483. Die Höhe eines auf einem unzugänglichen Felsen befindlichen Gegenstandes AB zu messen. Fig. 161.

Aufl. I. Miß eine Standlinie ab, und in a die Winkel m und n, welche die Gesichtslinien aA und aB mit der Horizontallinie aD machen, so wie in b die Winkel o und p.

Trage nun die Standlinie verjüngt auf's Papier, setze an a die Winkel m und n; an b aber die Winkel o und p, so werden sich die Schenkel in A und B schneiden. Der Abstand der Durchschnitte ist die Höhe des Gegenstandes, und das Perpendikel BD die Höhe des Berges.

Aufl. II. Trigonometrisch.

$$DA = \frac{ab \, . \, \text{Sin. } m \, . \, \text{Sin. } o}{\text{Sin. } (o - m)};$$

$$DB = \frac{ab \, . \, \text{Sin. } n \, . \, \text{Sin. } p}{\text{Sin. } (p - n)}$$

und $DA - DB = AB$; wobei $< m = AaD$, und $< o = AbD$.

Es ist leicht einzusehen, daß die im §. 482. und 483. gegebenen Aufgaben auch mit dem Neigungsmesser oder zwei Stäben (wie §. 481. Aufl. III.) gelöst werden können.

§. 484. Aus zwei Fenstern a und b Fig. 162. die Höhe des Gegenstandes DC zu messen.

Aufl. I. Miß den Abstand der Beobachtungspuncte b und a in den Fenstern, und in jedem den Winkel, den die horizontale Linie aF oder bE mit der Gesichtslinie nach der Spitze C macht, also $< m$ und $< n$.

Trage nun die Linie ab verjüngt auf Papier, errichte in a und b die Perpendikel aF und bE, und setze in a den $< m$, und in b den $< n$ an, so werden sich die Schenkel in C schneiden. Von C fälle auf Fa oder Eb ein Perpendikel; miß mit dem Zirkel nach dem verjüngten Maßstabe die CF oder CE. Addirt man dazu $ED = bd$, so giebt die Summe die DC.

Aufl. II.

Aufl. II. Trigonometrisch. Im $\triangle$ baC ist $< baC = 90^\circ + m$ und $< abC = 90^\circ - n$, folglich auch $< o$, und Seite ab bekannt. Daher gilt Sin. o : ab = Sin. < baC : bC, wodurch im rechtwinklichten Dreieck EbC die Seite bC, und < n bekannt sind, und also Sin. tot : Cb = Sin. n : CE; und CE + bd = CD gefunden wird.

Aufl. III. Mit dem Neigungsmesser. Nennen wir hier, wie §. 481. Aufl. III., die beständige Linie (ab) = a; den Abstand des verschiebbaren Stabes vom Auge = b und b′ in beiden Endpuncten der Standlinie; die Höhe des Gegenstandes y = FC: so finden wir für y auf eine ähnliche Weise, wie §. 481, die sehr bequeme Formel:

$$\frac{b'a}{b-b'} = FC; \text{ und } FC + ad = DC.$$

Nämlich im Fenster a gilt: $b : c = x : y$, und $x = \frac{b \cdot y}{c}$ und im Fenster b gilt: $b' : c = x : y + a$, und $x = \frac{b' \cdot y + b' \cdot a}{c}$, also ist $\frac{b \cdot y}{c} = \frac{b' \cdot y + b' \cdot a}{c}$, und daraus $y = \frac{b' \cdot a}{b - b'}$, wozu noch die Höhe da addirt wird, um DC zu erhalten.

§. 485. Die Tiefe eines Thales adb Fig. 163., dessen tiefster Punct d ist, zu messen.

Aufl. I. Miß von b aus eine passende Standlinie bc in's Thal hinab, und mit einem Halbkreis, oder andern zum Tiefenmessen schicklichen Instrumente, die Winkel x, y und w, indem man Nullgrad auf der senkrechten bg annimmt, und nach a und d visirt. In a kann < o eben so gemessen werden.

Unter einem Winkel m = n trage nun die Standlinie bc auf's Papier, lege in b den < x, in c den Winkel y an, so durchschneiden sich die Schenkel in a, folglich hat man hiedurch die Breite des Thales. Setze in a den Winkel o an, so schneidet der Schenkel

kel ad die bd in d. Ein Perpendikel aus d auf ab, hier dp, ist die Tiefe des Thales.

Aufl. II. Trigonometrisch. Im △ abc ist Sin. z : bc = Sin. x : ac; oder Sin. z : bc = Sin. y : ab.

Im △ abd gilt Sin. adb : ab = Sin. dab : bd, und < o + z = < dab; und < o + z + x vom 180° abgezogen, giebt < adb.

Die Tiefe pd giebt die Porportion:

Sin. tot. : bd = Sin. x : pd.

III. Flächenmessung.

§. 486. Die Flächen sind entweder von geraden oder krummen Linien, oder von beiden zugleich eingeschlossen. In allen Fällen suche man sie in regelmäßige geometrische Figuren zu zerlegen, welches durch Hülfslinien, Diagonalen rc. geschieht, und bei einem nur einigermaßen geübten Scharfblick nicht schwer wird. Zu den regelmäßigen Figuren gehören Parallelogramme, Triangel, gleichseitige Vielecke, Trapezia, Kreise, Parabeln, Ellipsen und andere krumme Linien. Wir beschäftigen uns nun damit, die Flächen der regelmäßigen Figuren zu berechnen, und Formeln dazu zu geben. Vergleiche §. 190., wo vom Flächenmaaß das Nöthigste gesagt ist.

§. 487. Den Flächenraum eines Quadrats zu finden.

Aufl. Multiplicire eine Seite (= l) mit sich selbst. Der Flächenraum (= F) ist = l^2 odee l . l.

Z. B. Es sey eine Seite 12,5 Fuß, so ist F = 12,5 . 12,5 = 156,25 Quadratfuß; oder (weil 100 Quadratfuß = 1 Quadratruthe) = 1 Quadratruthe, 56 Quadratfuß, 25 Quadratzoll. Der Kürze wegen werden wir schreiben □ Rth. □ F. □ Z.

§. 488. Die Fläche eines Rechtecks zu finden.

Aufl.