



Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

§. 446-485. Meßgeräthschaften, sie anzufertigen; allerlei Linien im Freien auf mancherlei Art zu messen, Gegenden aufzunehmen; Höhen zu finden auf mehrerlei Weise, Tiefen u. s. w.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-63556](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-63556)

thischen Bauart, geformt. Der sogenannte gothische Bogen, dessen Zeichnung sehr leicht ist, wird in der Baukunst zu Fensterbogen, Gewölbebogen zc. häufig angetroffen, und bei der Flächenmessung vorkommen. —

Hierüber ist nachzusehen:

- Zeichnung der Parabel S. 296, 297 und 299,
 — — der Ellipse S. 308, 329 und 343,
 — — der Hyperbel S. 351, 360,
 — — der Cissoide S. 378.
 — — der Muschellinie S. 379 und 380,
 — — der Spirallinie S. 381, 382 und 383,
 — — der Radlinie S. 384 bis 386,
 — — der logarith. Linie S. 387.
 — — der Glocken- oder Schlangelinie S. 388.
 — — der Blattlinie S. 389.
 — — der Quadratrix S. 390.

II. Linienmessung.

S. 446. Die Länge einer Linie wird nach Ruthen und deren Unterabtheilungen, oder im Großen nach Meilen gemessen. Die Preussische Ruthe hat 12 Fuß, wovon jeder 139,13 pariser Linien lang ist; 2000 Ruthen sind eine Preussische Meile. Mit Ellen (zu 2 Fuß $1\frac{1}{2}$ Zoll) mißt man nur im Handel; eine Klafter ist eine Linie von 6 Fuß, und heißt beim Seewesen Faden. Ein Lachter beim Bergbau enthält 80 Zoll, wird in Achtel zu 10 Lachterzolle, zu 10 Primen, jede zu 10 Sekunden getheilt. Alle diese Maasse der Längen sind leider in verschiedenen Ländern auch verschieden, und die Angaben der Schriftsteller oft so abweichend, daß ich eine Tabelle zur Vergleichung nicht mitzutheilen wage. Wer sie bedarf, wird in Vega's trigonometrischen Tabellen, und in andern Rechenbüchern sich einstweilen Rath's erholen müssen, bis die Zeit kommt, da alle Deutsche nach einerlei Maas, Gewicht und Münze messen, wägen und handeln.

S. 447.

§. 447. Wie kleine Linien von einigen Zollen, Fuß, Ellen u. s. w. gemessen werden, weiß jedermann; zur Messung größerer Linien, von welcher wir nun reden wollen, gehören einige Geräthschaften, die man Messgeräthschaften nennt. Zu den gebräuchlichsten gehören folgende:

1. die Messkette ist gemeiniglich 2 auch wol 5 Ruthen lang, hat an jedem Ende einen Ring, durch den ein spitzer Pfahl oder Stab gesteckt wird, um straff anziehen zu können, und Gelenke, jedes 1 Fuß lang, von starkem Drath.
2. Die Messschnur ist eine hanfene Schnur, die wegen ihrer Leichtigkeit an 5 Ruthen lang, und auch an jedem Ende mit einem Ringe und Stabe versehen seyn kann. Die Abtheilung der Fuße und Ruthen an derselben geschieht durch kleine Bänder von verschiedener Farbe. Bei feuchtem Wetter quillt sie und wird kürzer, bei trockenem länger. Daher pflegt man sie mit Öl zu tränken, und vorsichtig vor und nach dem Gebrauch zu prüfen.
3. Die Messstange giebt unstreitig ein sehr sicheres und brauchbares Maas, ist aber nicht so bequem, als die Messschnur, welche oft noch nöthig ist, um mit der Messstange in gerader Linie zu bleiben.
4. Mit einem 6 Fuß langen in Zoll und Linien eingetheilten Stabe mißt man kleinere Entfernungen von einigen Fußten oder Zollen.
5. Eine hinlängliche Anzahl weißer, glatter, 1 bis 2 Zoll dicker, 4 bis 6 Fuß hoher, unten zugespitzter Stäbe, dienen dazu, in merkwürdigen Puncten senkrecht in der Erde befestigt zu werden, um danach in beträchtlichen Entfernungen sehen zu können.
6. Einige Fahnen, die halb weiß und halb roth oder schwarz seyn können, und auf ziemlich hohen Stangen an den Endpuncten der Standlinien aufgerichtet werden.
7. Ein Senkblei, ein hölzerner Schlegel, um die Messstäbe senkrecht in die Erde zu treiben.
8. Ein Compas, die Himmelsgegenden beim Grundlegen zu bezeichnen.
9. Ein

9. Ein Winkelmesser, geometrisches Scheibeninstrument von Holz oder Messing, um die Neigung der Linien oder die Winkel zu messen.

§. 448. Das Wesentlichste an einem Winkelmesser ist folgendes:

Auf einer ebenen Fläche von 1 bis 2 Fuß im Geviert Fig. 138. ziehe aus dem Mittelpunct C einen 3fachen Kreis und theile ihn in 4 Quadranten, jeden wieder in 90° , den Grad in halbe, und wenn es die Deutlichkeit erlaubt, in Viertelgrade, oder von 5 zu 5 Minuten. An den Rand schreibe von 10 zu 10 Grad die Zahlen dabei. Im Mittelpunct C wird ein Stift befestiget, um den sich ein hölzernes oder messingnes Lineal LN bewegen läßt. Die Mitte des Stifts liegt mit der Schärfe des Lineals in einerlei Linie. An beiden Enden des Lineals in L und N sind aufrechtstehende Messingbleche angebracht; in dem an L ist ein feines Loch, in dem an N ein Fenster, über welches zwei Haare kreuzweis so ausgespannt sind, daß der Kreuzpunct der Haare und das kleine Loch im Blech an L über der Schärfe des Lineals senkrecht stehen. Diese Bleche heißen Diopter (Abschen) und daher nennt man das Lineal LN Diopterlineal. Wenn man in unebenen Gegenden Winkel messen will, so müssen die Diopter 6 bis 8 Zoll hoch und auf beiden Seiten mit Spalten oder Ritzen versehen seyn, in denen ein Pferdehaar ausgespannt ist.

§. 449. Soll das Instrument die Winkel richtig angeben, so muß nicht nur die ganze Kreistheilung äußerst zart und genau gemacht seyn, sondern auch für die wagerechte Stellung gesorgt werden, welche vermittelst einer Schwage, oder einer Libelle (Basserrwage), und eines passenden Stativs bewirkt wird. Dies Stativ ist Fig. 139. abgezeichnet.

Unter dem Punct C Fig. 138. befindet sich eine starke Messingscheibe von 3 bis 4 Zoll im Durchmesser, in deren Mitte eine cylindrische Röhre A Fig. 139. befestigt ist, in welcher sich der Zapfen Z des dreibeinigen Stativs genau hineinpassen läßt. Die Schraube B dient zum

Beste

Beststellen des Zapfens, und die Schrauben ss zum Beststellen der beweglichen Füße, die nach Beschaffenheit des Bodens und des wagerechten Standes des Instruments enger und weiter aus einander gestellt werden können. D ist von Holz und rund, aber da, wo die Füße angeschraubt werden, dreieckig. (Stative mit einer sogenannten Nuß sind noch besser.)

§. 450. Beim Winkelmessen stellt man das Stativ zuerst nach dem Augenmaaß, löst alle Schrauben, und legt die viereckte Platte Fig. 138, woran unter C die Messingplatte mit 4 Schrauben (deren Plätze neben C Fig. 139. angedeutet sind), befestigt ist, mit der cylindrischen Röhre auf den Zapfen Z, und zieht die Schraube B an; dann richtet man das Instrument mit der Schwage gehörig ab, wobei man die Füße verrückt oder mehr in den Boden drückt, und endlich die Schrauben ss anzieht; so steht das Ganze fest. Löst man die Schraube B ein wenig, so ist der Kreis mit der Röhre A um den Zapfen Z horizontal beweglich, und nach Bedürfnis zu drehen und zu stellen.

§. 451. Die genaue Eintheilung der Grade und ihrer Unterabtheilungen ist bei jedem Winkelmesser ein Haupterforderniß. Daher wird es zweckmäßig seyn, dabei noch ein wenig zu verweilen. Gemeinlich sehen Nichtkenner die Gradtheilung für sehr leicht an; allein die geübtesten Mechaniker gestehen, daß es ein sehr schwieriges Geschäft sey, einen Kreisbogen richtig in seine Grade zu theilen. Wir wollen eine Theilungsweise mittheilen, die sich unter allen durch Sicherheit und Leichtigkeit in der Ausführung auszeichnet, und sich auf den Satz gründet, daß die Tangente eines Winkels von 45° dem Radius gleich ist.

Man verfertige sich ein Lineal AB Fig. 140. von Holz oder Messing, das etwa 3 Fuß lang und so dick ist, daß es dem Werfen oder Krummwerden nicht leicht unterworfen ist. Auf dasselbe trage vom Punct b an die Tangententheile, wie sie in allen trigonometrischen Tafeln stehen, für den Radius $ba = 1000$ oder 10000 , nach einem richtigen Maaßstabe.

stabe. (Man kann schon bei einem Radius ba von 3 Fuß einzelne Minuten bekommen.)

Soll nun ein Kreis, oder Kreisbogen od in Grade getheilt werden, so bringt man das Lineal AB mit der Gradtheilung, das wir die Tangente nennen wollen, in eine solche Entfernung vom Mittelpunct des Kreises, daß $he = ba$, und ab mit ho einen rechten Winkel macht. Nun das Centrum o des zu theilenden Kreises ist ein Lineal CD beweglich, und also auf AB verschiebbar. Stellt man nun z. B. CD über 15° auf der Tangente, so schneidet die Schärfe desselben einen Punct m im Kreise ab, der 15° von o entfernt ist; in der Lage 30° C theilt es in n auf dem Kreise auch 30° ab; ruht es in der Lage aC , so ist der Bogen $od = 45^\circ$. So ist es leicht, alle Grade und ihre Theile auf den Kreis zu tragen, ohne ihn mit Hülfslinien zu verderben.

Ist der Sextant od völlig abgetheilt, so dreht man den Kreis so, daß d nach o , und f nach a kommt, und verfährt wie vorher. — Die Tangententheile sind größer, als die Bogentheile; daher wird jeder Theilungsfehler der erstern auf dem Kreise immer kleiner und unmerklicher werden, welches ein wesentlicher Vorzug dieser Theilungsart ist.

§. 452. Wer in seine Messungen Genauigkeit zu bringen bemüht ist, wird seinen Instrumenten gern eine noch größere Vollkommenheit geben wollen, wozu folgende Winke dienen.

Die Diopter sind bei sehr entfernten Gegenständen nicht recht mehr brauchbar, und die Winkel sind mit dem unbewaffneten Auge nur höchstens bis auf 2 Minuten sicher zu bestimmen, welcher Umstand oft beträchtliche Fehler in die Messung bringt. Darum ist es gut, wenn man auf dem Diopterlineale AB einen Tubus TS Fig. 141. anbringt, in dessen Ausgangspunct ein Fadenkreuz, oder ein Kreuzschnitt auf einem Planglase, befindlich ist. Es liegt wenig! daran, wenn der Tubus nur 2 Gläser hat, und die Gegenstände verkehrt vorstellt, denn man gewöhnt sich bald daran. Beim Gebrauch vertritt

der

der Kreuzschnitt im Tubus die Stelle des Diopters. Um ihn auch auf unebenem Boden benutzen zu können, ist an dem Diopter C ein verschiebbares Messingblech, worauf der Tubus liegt, und vermittelt dessen er höher gestellt werden kann. Vergrößert der Tubus z. B. 10 Mal, so kann man auch auf eine 10malige Verminderung der Fehler rechnen.

S. 453. Soll ein Winkel *acb* Fig. 138. mit dem Winkelmesser gemessen werden, so verfährt man also:

Nachdem der Kreis horizontal gestellt ist, drehe man ihn so, daß 0° oder die Linie *co* nach dem Gegenstand *b* gerichtet ist, und befestige ihn in dieser Stellung. Darauf drehe das Diopterlineal um C und richte es so, daß das an das kleine Loch L gelegte Auge den Gegenstand *a* hinter dem Fadenkreuz im Diopter N sieht. Auf dem Bogen ON lassen sich dann die Grade des Winkels *acb* ablesen; und so wird es leicht seyn, die Winkel, welche alle im Horizont herum liegende Gegenstände mit der Linie *cb* machen, zu bestimmen, wenn man nur dafür sorgt, daß *co* immer nach *b* hin gerichtet bleibt.

S. 454. Eine brauchbare Sehwage muß 1 bis 2 Fuß hoch, und mit einer Bleifugel an einem Haar oder Silberfaden, so wie mit einer feinen Directionslinie versehen seyn. Bequem ist es, wenn ihre Grundfläche so breit ist, daß sie auf einer Ebene von selbst stehen bleibt, und die Bleifugel in einer Höhlung spielt, damit die Luft sie nicht so leicht bewege. — Man bedient sich auch einer genau runden Kugel statt der Sehwage; oder einer runden messingnen Büchse mit einer Glasdecke, deren Mittelpunkt angedeutet ist. Die Büchse wird mit reinem Wasser, oder mit Spiritus ganz angefüllt, und durch eine seitwärts angebrachte Öffnung ein Tropfen wieder herausgelassen, wodurch eine Luftblase in die Büchse dringt, die dann immer über der Flüssigkeit schwebt und bei horizontaler Stellung gerade unter dem Mittelpunkt der runden Glascheibe stehen bleibt. Man nennt dies sehr brauchbare Instrument Wasserwage, und benutzt sie bei windiger Witterung mit weit mehr Sicherheit, als die Sehwage, jedoch muß sie nicht unter 4 Zoll Durchmesser haben, und sehr genau gearbeitet seyn.

S. 455.

§. 455. Zur Messung der Vertikal- oder Höhenwinkel bedient man sich der Quadranten, Sextanten u. s. w. Wir wollen nur die Einrichtung eines Instruments, das auch zum Tiefenmessen brauchbar ist, und des Sextanten beschreiben, und anmerken, daß alle dergleichen Instrumente ähnliche Einrichtungen haben.

Der Halbkreis Fig. 142. hat folgende Einrichtung:

Auf der Mitte des ebenen Brettes ag erhebt sich senkrecht ein zweites khc . - Um den Punct c ist das eiserne Lineal ACB , an welchem ein messingener Halbkreis $90^\circ, 0, 90^\circ$, beweglich. Wenn AB waagrecht steht, so muß der am Bogenstück JN angebrachte Zeiger JO , der in einer zarten Linie besteht, auf Null Grad zeigen, woraus folgt, daß der Halbkreis von Jo an nach beiden Seiten in 90° getheilt wird. Die senkrechte Stellung giebt ein Loth, das auf der andern Seite des Brettes khc angebracht seyn kann, und dessen Bleifugel in der Höhlung b zu sehen ist. Die Diopter D, d , können so eingerichtet werden, daß man von beiden Seiten abvisiren, und oben darauf einen Tubus anbringen kann. Das am Brett befestigte Bogenstück JN kann als Nonius oder Vernier dienen, und muß bei jeder Stellung des Kreises genau anschließen.

§. 456. Der Nonius oder Vernier JN dient dazu, sehr kleine Gradtheile zu bestimmen, und muß zu dem Ende folgendermaßen eingerichtet werden:

Wenn der Halbkreis z. B. in Viertelgrade getheilt ist, so nehme man einen Bogen von 14 Viertelgraden auf dem Nonius, und theile diesen Bogen in 15 gleiche Theile, so wird, wenn sich der Halbkreis am Nonius wegschiebt, jeder Viertelgrad des Halbkreises durch die Theilung auf dem Nonius in 15 kleinere Theile getheilt, welche Minuten sind. Man sieht nämlich zu, welcher von den Theilstrichen, von J an gezählt, mit einem des Nonius zusammen trifft, und erfährt, wie viel Minuten über einen gewissen Viertelgrad der Winkel mißt. Es betrage z. B. ein Winkel $30\frac{1}{2}$ Grad und so viel, daß der 9te Theilstrich

strich des Nonius mit einem Theilstrich des Halbkreises zusammenträfe, noch darüber, so würde das Maass desselben seyn: $30^{\circ} 45' + 9' = 30^{\circ} 54'$. — Ist die Theilung gut, so trifft nur 1 Theilstrich mit dem des Nonius zusammen, es sey denn, daß der Winkel genau nGrade und 15', 30' oder 45' ausmache, in welchem Falle der erste und letzte zusammentreffen.

Zum wagerechten Stellen des Halbkreises sind im Fußbrette ag an 3 Orten Schrauben angebracht, die durchgehen, und das auf eine Ebene (Tisch u. dgl.) gesetzte Instrument nach Verlangen höher oder tiefer heben.

§. 457. Der Sextant Fig. 143, welcher einen Bogen von 60° enthält, ist zum Höhenwinkelmessen gleichfalls sehr gebräuchlich, und auf mancherlei Weise eingerichtet. Eine sehr einfache Einrichtung ist folgende:

Aus dem Punkte C in dem gleichseitigen Dreieck ABC beschreibe den Bogen AB und theile ihn von A an in 60° und Unterabtheilungen. Die Seite AC theile in zwei Theile, und befestige auf der Mitte d ein Messingblech als Diopter D, senkrecht, das in der Mitte ein Fensterchen mit einem Fadenzkreuz und senkrecht darunter ein feines Loch hat. In B ist ein ähnliches Diopter, aber ohne Fenster, mit 2 kleinen Löchern in r und r (die Diopter sind seitwärts abgebildet in D und b), wodurch man sieht.

Wenn man den Sextanten um den Punkt a vermittelst eines starken Metallstiftes, auf den eine Schraube s wirkt (und der an einem Statio agC Fig. 142, in C befestigt ist), beweglich macht, und ihn so dreht, daß Ba horizontal wird, so fällt das Loth Cp in Null-Grad auf CA. Folglich dienen die Diopter in B und d zum Visiren, und der Lothfaden Cp zum Anzeigen der Grade.

Man scheue sich nicht, den Sextanten von gutem, feinem, recht trockenem Holze machen zu lassen, und gebe ihm eine Größe von 2 Fuß im Radius, wodurch es schon möglich wird, die Winkel bis auf Minuten zu bestimmen, welches für Liebhaber bei irdischem Gebrauch genau genug ist.

Auf

Auf der Rückseite des Sextanten läßt sich ein Fernrohr in der Lage B₁ anbringen, wodurch viel- mehr Genauigkeit erhalten wird, als durch bloße Diopter. Zum Lothfaden muß man ein Menschens- haar, oder recht feinen Silberfaden nehmen.

§. 458. Das Stativ zum Sextanten kann eben so, wie das des Halbkreises seyn. Die Schrauben im Fußbrett können zugleich als Mikrometer dienen, d. h. Maßstäbe für sehr kleine Bogentheile, als Sekun- den, vorstellen, und deshalb folgendermaßen beschaffen seyn:

Am vorstehenden Ende der Schraube ist ein Zeiger, welcher beim Umdrehen derselben mit seiner Spitze einen Kreis beschreibt, den man in beliebige z. B. 100 Theile theilt. Hat man nun den Sextanten gehörig gestellt, so drehe man den Zeiger einmal herum, und sehe zu, um wie viel Minuten der Loth- faden seine Lage auf dem Bogen oder Limbus verän- dert hat. Geheht, ein ganzer Umgang des Zeigers verändere den Lothfaden um 6 Minuten, und man habe einen Winkel gemessen, wobei der Lothfaden $20^{\circ} 15'$ und noch etwas darüber gezeigt; um zu fin- den, wie viel über $15'$ der Winkel betrage, drehe man den Zeiger rückwärts, bis der Lothfaden genau auf $15'$ einspielt, und merke, vor wie viele Theile der Zeiger vorbei ging. Er sey vor 25 Theilen vors- bei gerückt, so giebt die Proportion

$$100 : 6 = 25 : x, \text{ und } \frac{6 \cdot 25}{100} = 1' 30'' = x.$$

Der gemessene Winkel betrug also $20^{\circ} 15' + 1' 30''$, d. i. $20^{\circ} 16' 30''$.

§. 459. Wenn es bloß darauf ankommt, die Nei- gung zweier Linien zu bestimmen, ohne sie in Graden an- geben zu wollen, so ist das Fig. 143. b angegebene In- strument wegen seiner großen Bequemlichkeit sehr zu em- pfehlen.

Auf dem geraden Stabe AB ist ein anderer CD rechtwinklig verschiebbar, so daß CD näher an A und B gebracht, und überall festgestellt werden kann,

kann. In A ist ein Diopter, durch welches man sieht, in B ein anderes mit einem Fadentkrenz; auf dem Stabe CD ist gleichfalls ein Diopter verschiebbar. Um nun die Neigung zweier Linien AO und AG angeben zu können, halte man das Instrument so, daß der Gegenstand O durch die Diopter A und B, und der Gegenstand G durch die Diopter A und n gesehen wird, wobei man n auf CD nach Bedürfnis verschiebt. AB und CD sind mit einer feinen Scale versehen, die in Form eines tausendtheiligen Maßstabes eingerichtet seyn, und daher sehr kleine Theile angeben kann. Jetzt liest man ab, wie lang Am und mn, die beiden Catheten im rechtwinklichten Dreieck Amn sind, und trägt sie nach beliebigem Maße auf das Papier, so giebt die Hypotenuse An den zweiten Schenkel des Winkels OAG.

Wird der Winkel OAG in Graden verlangt, so findet man ihn durch die Proportion

$$\text{Am} : \text{Sin. tot.} = \text{mn} : \text{Tang. OAG} \quad (\text{Siehe Tafel XII. im Anhang.})$$

Dividirt man mit mn in Am, so erhält man die natürliche Cotangente, welche in den trigonometrischen Tafeln aufgesucht, den Winkel immer bis auf Sekunden giebt. —

In m und o lassen sich Nonien anbringen, mit welchen man die kleinsten Theile sehr bequem ablesen kann.

Wir wollen dieses einfache und überall auch zum Höhenmessen brauchbare Instrument Neigungsmesser nennen, und uns seiner zur Auslösung verschiedener Aufgaben bedienen. Es kann mehrere Fuß lang, 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll dick, und zum Auseinandernehmen eingerichtet seyn. Die beiden Diopter in A und n können auf kleinen runden drehbaren Säulen ruhen, welches bei großen Winkeln sehr nützlich ist, wie man bald bemerken wird. Beim Gebrauch legt man es auf eine Wand, einen Stamm, oder Meßstab etc. oder schraubt es an einem Tische fest und hält es mit der Hand in A an's Auge. Weiß man den

den Abstand des Gegenstandes O vom Auge, so findet man, wenn G senkrecht über O liegt, wie es bei Höhen der Fall ist, die Höhe OG durch die leichte Regel de tri

$$Am : mn = AO : OG.$$

Und wenn die Höhe OG bekannt wäre, so findet man den Abstand AO durch

$$mn : Am = OG : AO,$$

denn die Dreiecke AmO und AOG sind unter der angenommenen Bedingung stets einander ähnlich, und deswegen die ähnlichen Seiten einander proportional.

Sehr brauchbar wird dies Instrument bei der Aufnahme des Details einer Gegend dadurch, daß man einen Stab von bekannter Höhe, z. B. 10 Fuß, in O senkrecht befestigt, von A nach ihm visirt, und durch $mn : Am = OG : AO$ seinen Abstand von A findet. Darauf den Stab nach andern Punkten tragen läßt, und ihre Entfernung auf gleiche Weise bestimmt. Die Winkel, welche die horizontalen Linien von zwei Gegenständen an A machen, bestimmt man durch die horizontale Haltung des Instruments.

Anmerk. Herr Dr. Kommerhausen hat einen Diastimeter (Entfernungsmesser) in Form eines Taichensfernrohrs erfunden, der ähnliche Einrichtung zu haben scheint, und sehr empfehlenswerth ist. Schade, daß dies Instrument nicht verbreiteter ist. Weil es hier auf Bestimmung sehr kleiner Theile ankommt, so wird die Anfertigung desselben viel Genauigkeit erfordern.

§. 460. Eine gerade Linie zu messen.

Aufl. Nimm eine Messkette, Messschnur oder Messstange und schlage sie auf der Linie so oft um, als es angeht; multiplicire die Umschläge mit der Länge der Messkette, so erscheint im Product die Größe der Linie.

Beim Umschlagen der Messkette müssen zwei Personen seyn, sie straff anziehen, die Stäbe senkrecht halten, und beständig nach den beiden Endpunkten der Linie sehen.

§. 461. Eine gerade Linie über einen Berg zu messen. Fig. 144.

Aufl. Es kommen drei Fälle vor. Entweder man mißt die Krümmungen oder Unebenheiten mit, und dann ist die Messung, wie auf der Ebene (man bekommt eine Linie auf dem Netz des Berges); oder man verlangt die Größe einer geraden Linie $mn = ah$; oder man sucht mx . Um ah zu messen, stecke man die Stäbe der Messkette in a und b ein, und visire nach der Fahne in h , wobei man die am Stabe b verschiebbare Kette auf h richtet. Eben so verfähre bei jedem folgenden Umschlage. Aus der Summe der Umschläge ab, bd, df, fh ergibt sich die Hypotenuse ah .

Will man aber den horizontalen Abstand des Puncts h von a , oder die mx finden, so sehe man darauf, daß bei jedem Umschlage die Messkette in horizontaler Richtung ac, be, dg, fi sey, welches durch eine auf die Messkette gehaltene Sehwage leicht erforscht werden kann. Die Summe von $ac, be, dg, fi = mx$.

Die Linie mx ist beim Grundlegen unentbehrlich. Aus ah und mx ergibt sich die Höhe des Berges; denn $ah^2 - mx^2 = hx^2$, und $\sqrt{ah^2 - mx^2} = hx =$ der Höhe des Berges.

§. 462. Den Abstand zweier Puncte a und b , zu denen man nicht in gerader Linie kommen kann, zu messen. Fig. 145.

Miß von a bis d . In d setze einen rechten Winkel adc auf ad , bis zur Brücke; miß cf ; mache $\angle dcf$ und $\angle cfg$ rechtwinklicht; miß gb , und addire die Linien $ad + cf + gb$, so erhält man ab . — In d, e, f und g werden Meßstäbe eingeschlagen.

§. 463. Einen rechten Winkel abzustechen. Fig. 146.

Nimm auf jeder Seite des Puncts a , wenn auf ab in a das Perpendikel stehen soll, $ba = ad$. Bevestigte in b und d gleichlange Schnüre bc und dc ; gehe mit den Endpuncten derselben so weit zurück, bis

Da die Schnuren gleich straff sind und in e zusammen fallen, so liegt e senkrecht über a , und $\sphericalangle cad = \sphericalangle eab =$ rechten Winkel, denn $ad = ab$, $bc = dc$, und ca gemeinschaftlich, also die Winkel an a gleiche Nebenwinkel.

§. 464. Zu einem gegebenen Winkel einen gleichgroßen abzustechen. Fig. 147.

Auf jedem Schenkel des gegebenen Winkels miß gleiche Stücke ad und ag , so wie auch die Sehne dg . — Nimm zwei Schnuren $= ad$ und ag , und befestige beide in a , so läßt sich das Ende g so halten, daß eine dritte Schnur, in d befestigt, mit dem andern Endpunkte in g zusammen trifft. Der Winkel an a muß, von gleichen Schenkeln und gleicher Chorde eingeschlossen, nothwendig wieder so werden, als er war. — In a , g und d stehen Stäbe.

§. 465. Einen Winkel dag Fig. 147. in verlangte gleiche Theile zu theilen, z. B. in 2.

Mache die Schenkel ad und ag einander gleich, theile die Chorde dg in zwei Theile (durch Rechnung) und ziehe aus a durch den Theilpunct eine gerade Linie.

§. 466. Aus drei gegebenen Seiten bc , ad und db Fig. 146. einen Triangel zu bilden.

Bevestige in b an einem Stabe zwei Schnuren bc und bd , die den gegebenen Seiten gleich sind, und mache das Ende von bd in d eben so fest. An d bevestige nun auch die Schnur cd mit dem einen Ende in d , und gehe mit den Endpunkten so weit zurück, bis beide straff angezogene Schnuren in c zusammen kommen.

Reichen die Schnuren nicht, wie es mehrentheils der Fall ist, so mache den Winkel $b =$ gleich dem gegebenen, und verlängere die Seiten bc und bd , bis auch sie den gegebenen gleich werden, so liegen die Endpunkte d und c in der richtigen Entfernung. Da sich jede geradlinigte Figur in Dreiecke zerlegen läßt,

läßt, so wird man sie auch auf dem Felde mit Hilfe der letzten 7 SS. darstellen können.

§. 467. Die Entfernung ab Fig. 148. zu finden, wenn ein Hinderniß dazwischen, aber von einem Punkte c nach a und b zu messen ist.

Aufl. I. Wähle den Standpunct c, miß cb und ca; nimm von jeder Linie einen gewissen Theil, als $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ ic. und trage ihn von c nach m und n, endlich miß mn. Dann sprich:

$$cm : mn = ca : ab,$$

denn die Dreiecke cmn und cab sind einander ähnlich.

Z. B. Es sey $ca = 48$; $cb = 30$ Ruthen, und

$cm = \frac{1}{3} ca$, also $= 16$; $cn = \frac{30}{3} = 10$; mn aber 18 Ruthen gefunden, so ist

$$16 : 18 = 48 : ab, \text{ und } ab = \frac{18 \cdot 48}{16} = 54 \text{ Ruthen.}$$

Diese Auflösungsweise wollen wir die arithmetische nennen.

Aufl. II. Miß die beiden Schenkel ca und cb, und mit einem Winkelmesser den Winkel z, so sind im $\triangle abc$ drei Stücke, zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel bekannt, wonach das Dreieck verjüngt auf's Papier zu tragen, und ab mit dem Zirkel und Maßstabe zu messen ist.

Nämlich: trage mit Hilfe des Transporteurs den Winkel z auf das Papier, und verlängere seine Schenkel, bis sie nach dem verjüngten Maßstabe die gemessene Länge haben; ziehe dann die Endpunkte zusammen, so ist ab die gesuchte Linie, und mit dem Zirkel zu messen.

Die Neigung der beiden Linien ca und cb kann auch mit dem §. 459. beschriebenen Neigungsmesser leicht gefunden und auf's Papier getragen, übrigens, wie vorher verfahren werden.

Weil diese Auflösung mit Zirkel und Lineal zu bewerkstelligen ist, so heiße sie die geometrische.

Aufl.

Aufl. III. Durch eine trigonometrische Rechnung, wenn $\angle z$ in Graden bekannt ist. Es sind im $\triangle abc$ zwei Seiten und ihr eingeschlossener Winkel bekannt, daher ist die dritte Seite nach S. 244. 2, wo ein Exempel ausgerechnet ist, das hier paßt, folgendermaßen zu finden.

$(ac + bc) : (ac - bc) = \text{Tang. } \frac{1}{2}(a + b) : \text{Tang. } \frac{1}{2}(b - a)$, oder Differenzwinkels; und addirt man den gefundenen Winkel zur halben Summe der unbekanntem Winkel, so erhält man $\angle b$, welcher der größten Seite gegenüber steht. Darauf

$$\text{Sin. } b : ac = \text{Sin. } z : ab.$$

Man bemerkt leicht, daß es bei allen solchen Aufgaben darauf ankommt, in einem Dreieck drei bekannte Stücke zu erhalten, woraus die übrigen auf mancherlei Art gefunden werden.

S. 468. Die Entfernung zweier Punkte bd Fig. 149. zu finden, zu deren einem b man nur kommen kann.

Aufl. I. Errichte in b auf bd einen rechten Winkel und verlängere den Schenkel bc beliebig bis in c . Miß cb , und nimm den Punkt e willkürlich, etwa so, daß $ce = \frac{1}{2}cb$ sey. Darauf errichte in e das Perpendikel ef , so daß f mit c und d in gerader Linie steht; miß ef und sprich:

$$ce : ef = cb : bd.$$

Sollte sich in b kein rechter Winkel errichten lassen, so nehme man den Winkel x willkürlich, mache aber $\angle y = \angle x$, damit fe parallel bd wird, und die Dreiecke cef und cbd ähnlich bleiben.

Aufl. II. Erforsche, welche Stücke im $\triangle bed$ bekannt sind, und zeichne einen ähnlichen \triangle auf Papier. Nun sind aber außer bc auch noch die beiden Winkel x und z zu messen. Wenn man daher die bc verjüngt auf's Papier trägt, und die Winkel x und z daran setzt, so durchschneiden sich die Schenkel in d . Man messe mit dem Zirkel die bd , halte die Öffnung an den verjüngten Maßstab, so giebt dieser dieser die Entfernung an.

¶

Mit dem Neigungsmesser sind gleichfalls die Winkel x und z zu messen.

Aufl. III. Außer der arithmetischen und geometrischen Auflösung führen wir noch die trigonometrische an.

Zieht man nämlich $\sphericalangle x + \sphericalangle z$ von 180° ab, so bleibt $\sphericalangle d$. Und $\text{Sin. } d : bc = \text{Sin. } z : bd$ giebt die Entfernung.

Wenn $\sphericalangle x$ ein rechter ist: $r : bc = \text{Tang. } z : bd$.

z. B. Es sey

$$bc = 480 \text{ Fuß. } \log. \text{Tang. } 48^\circ = 10,0455626$$

$$x = 90^\circ \quad \text{---} \quad 480 = \underline{2,6812412}$$

$$z = 48^\circ \quad \log. bd = \underline{2,7268038} = 533, \text{r}$$

folglich ist die gesuchte Entfernung 533 Fuß 1 Zoll.

S. 469. Diese drei Auflösungsweisen halte ich von den vielen möglichen für die sichersten, einfachsten und liberall anwendbarsten. Sind die Winkel gut gemessen, so ist die trigonometrische Auflösung die genaueste; die geometrische ist zwar sehr leicht, und bei den meisten Feldmessern die gewöhnlichste, erfordert aber einen guten richtigen Maasstab und Transporteure, so wie sehr genaue Zeichnung. Wenn mehrere Personen einerlei geometrische Zeichnung machen, so stimmen sehr selten die Resultate vollkommen überein, woraus folgt, daß ein guter Geometer ohne Trigonometrie nicht bestehen kann. Die arithmetische Auflösung ist so genau, als die trigonometrische, wenn man sich beim Visiren eines Diopters bedient, die Stäbe senkrecht stellt, und sich keine Nachlässigkeiten im Abmessen der Linien zu Schulden kommen läßt. Ueberdies hat sie den Vorzug, daß sie mit Stäben und Messschnuren auf der Stelle auszuführen ist. Nur bei sehr großen Messungen, dergleichen die Aufnahme einer ganzen Landschaft ist, bleibt die trigonometrische die einzig brauchbare.

S. 470. Weil das Messen und Auftragen der Winkel immer seine Schwierigkeiten hat, so sann man auf Mittel, beides zu ersparen, und dennoch eine getreue Zeichnung von den betreffenden Linien zu erhalten. Spanne über ein Reißbrett rits Fig. 150. einen Bogen Papier, stelle

stelle es horizontal auf ein Statio (Fig. 139.), und wähle auf dem Reißbrett den Punct c , lege an denselben das Diopterlineal, richte es nach dem Gegenstand B , und ziehe mit einer feinen Bleifeder an der Schärfe desselben die Linie cb . Bei feststehendem Reißbrett richte das Diopterlineal von c nach dem Gegenstand A , und ziehe die Linie ca , so ist der Winkel $bca = \angle BCA$. In c pflegt man der Bequemlichkeit wegen eine feine Nadel senkrecht zu befestigen, um daran das Diopterlineal legen zu können.

Sind die Schenkel cB und cA gemessen, so trägt man ihre Größe verjüngt auf die Linien ca und cb , und zieht ab zusammen. Alsdann hat man auf dem Reißbrett ein Dreieck cab , welches dem großen cAB vollkommen ähnlich ist, und die Entfernung AB verjüngt auf dem Papier in der ab , welche sich mit dem Zirkel messen läßt. Dieses Instrument heißt Nestisch oder Nensel und ist zur Auflösung vieler Aufgaben, besonders zum Grundlegen der Feldmarken äußerst bequem; sein Gebrauch erfordert aber auch Vorsichtsmaßregeln, zu denen vorzüglich eine völlige Ebenheit des übergespannten Papiers, horizontale Stellung, feine Linien, fester Stand, einerlei Temperatur der Atmosphäre, damit das Papier einerlei Spannung behalte, gehören. Wenn alle Vorsichtsmaßregeln angewendet werden, so kann auf keine andere Weise ein Winkel richtiger auf's Papier gebracht werden, als es mit dem Nestisch geschieht, welcher daher unstreitig zu den besten und wohlfeilsten Meßgeräthschaften gehört.

§. 471. Eine Entfernung cd Fig. 151. zu finden, zu deren Endpuncten man nicht messen kann.

Aufl. I. Miß eine Standlinie ab ; setze den Winkelmesser auf den Punct a , richte 0° nach b hin, und befestige so den Kreis; dann miß den Winkel bad , und $\angle bac$; setze den Winkelmesser nun über b , richte ihn so, daß Null-Grad nach a hinsteht, und miß den Winkel abc und $\angle abd$. Trage alles Gemessene in eine Schreibtafel vorläufig ein.

Die

Die Zeichnung fange mit dem Auftragen der Standlinie ab an; setze an a die Winkel bad und bac; und an b setze die Winkel abe und abd, wie sie auf dem Felde gemessen worden sind, so werden sich die nach den Punkten c und d laufenden Ebenfel in c und d schneiden. Miß mit dem Zirkel die Linie cd.

z. B. Es sey $ab = 150$ Ruthen; $\sphericalangle bad = 50^\circ$;
 $\sphericalangle bac = 100^\circ$; $\sphericalangle abe = 45^\circ 30'$; $\sphericalangle abd = 101^\circ$.

Trägt man diese Angaben gehörig auf's Papier, so findet man die Linie $cd = 232$ Ruthen. Auch die Linien ac, ad, bc und bd sind auf der Zeichnung verjüngt dargestellt, und mit dem Zirkel zu messen.

Aufl. II. Mit dem Fig. 143. b. abgebildeten Neigungsmesser kann man nicht nur die Neigung der Linien ad, ac etc. gegen die Standlinie ab finden, sondern sie auch viel genauer, als mit dem Transporteur, auf's Papier tragen. Die Neigung zweier Linien wird dabei durch Am und mn bestimmt. Macht man nun ao (Fig. 151.) $= Am$; und $og = mn$, so ist ad in der richtigen Lage auf der Zeichnung. Die Lage der ac wird am besten nach ad zu bestimmen seyn, und auf ähnliche Weise auch bei b verfahren werden müssen. Aus den Durchschnitten der Ebenfel ergeben sich die Punkte c und d, wie vorher.

Aufl. III. Trigonometrisch. Im $\triangle abc$ sind die beiden Winkel an der Standlinie, folglich auch der dritte $\sphericalangle acb$ bekannt, also gilt

$$\text{Sin. } \sphericalangle acb : ab = \text{Sin. } \sphericalangle cab : cb.$$

Im $\triangle adb$ sind bekannt $\sphericalangle dab$, $\sphericalangle abd$, also auch $\sphericalangle adb$; daher

$$\text{Sin. } \sphericalangle adb : ab = \text{Sin. } \sphericalangle dab : db.$$

Nun sind im $\triangle cdb$ zwei Seiten cb, db und der von ihnen eingeschlossene Winkel cbd bekannt, woraus sich die Seite cd finden läßt. Nämlich

$$cb + bd : cb - bd = \text{Tang. } \frac{1}{2} (\sphericalangle bed + \sphericalangle cdb) : \text{Tang. des Differenzwinkels.}$$

Der Ausdruck $\frac{1}{2} (\angle bed + \angle cdb)$ ist $= \frac{180^\circ - \angle cbd}{2}$

= der halben Summe der beiden unbekanntem Winkel. Addirt man den Differenzwinkel zur halben Summe der unbekanntem Winkel, so erhält man den Winkel $\angle cdb$, welcher der größten Seite gegenüber steht; subtrahirt man den Differenzwinkel von jener halben Summe, so bekommt man $\angle bed$. Weil nun im $\triangle cdb$ alle Winkel und 2 Seiten bekannt sind, so findet man endlich die cd durch

$$\text{Sin. } \angle bdc : bc = \text{Sin. } \angle cbd : cd.$$

Es sey, wie vorher, die Standlinie $ab = 150$ Ruthen; $\angle bad = 50^\circ$; $\angle bac = 100^\circ$; $\angle abc = 45^\circ 30'$; $\angle abd = 101^\circ$;

Ist $\angle bac = 100^\circ$ $+ \angle abc = 45^\circ 30'$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 2px 0;"/> $180^\circ - 145^\circ 30'$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 2px 0;"/> $= \angle acb = 34^\circ 30'$	$\text{Sin. } 34^\circ 30' : 150 = \text{Sin. } 100^\circ : cb$ $= \text{Sin. } 80^\circ$ $\log. \text{Sin. } 80^\circ = 9,9933515$ $\quad \quad \quad 150 = 2,1760913$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 2px 0;"/> $12,1694428$ $- 34^\circ 30' = 9,7531280$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 2px 0;"/> $\log. cb = 2,4163148$ $= 260,8 = cb.$
---	---

Ferner um db zu finden: $\angle abd = 101^\circ$
 $\angle bad = 50^\circ$

$180^\circ - 151^\circ$

 $= \angle adb = 29^\circ.$

$\text{Sin. } 29^\circ : 150 = \text{Sin. } 50^\circ : db.$
 $\log. \text{Sin. } 50^\circ = 9,8842540$
 $\quad \quad \quad 150 = 2,1760913$

 $12,0603453$
 $\log. \text{Sin. } 29^\circ = 9,6855712$

 $\log. db = 2,3747741 = 237,02 = db.$

Nun ist $cb = 260,8$ $bd = 237,02$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 2px 0;"/> $\text{Summe} = 497,82$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 2px 0;"/> $\text{Untersch.} = 23,78$	und $\angle abd = 101^\circ$ $- \angle abc = 45^\circ 30'$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 2px 0;"/> $= \angle cbd = 55^\circ 30'$ halbe Summe $= 62^\circ 15'$	und 180° $- 55^\circ 30'$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 2px 0;"/> $\text{Summe} 124^\circ 30'$ halbe Summe $= 62^\circ 15'$
--	---	--

$497,82 : 23,78 = \text{Tang. } 62^\circ 15' : \text{Tang. des Differenzw.}$

$\log. \text{Tang. } 62^\circ 15' = 10,2789107$

$\log. 23,78 = 1,3762119$

11,6551226

$\log. 497,82 = 2,6970723$

$\log. \text{Tang.} = 8,9580503 = 5^\circ 11' 10'' = \text{Diff. w.}$

halbe Summe $62^\circ 15'$

+ $5^\circ 11'$

< cdb = $67^\circ 26'$

< bcd = $57^\circ 4'$

Daher $\text{Sin. } 57^\circ 4' : \text{bd} = \text{Sin. } 55^\circ 30' : \text{cd}$

$\log. \text{Sin. } 55^\circ 30' = 9,9159937$

$\log. \text{bd} = 237,02 = 2,3747741$

12,2907678

$\log. 57^\circ 4' = 9,9239191$

$\log. \text{cd} = 2,3668487 = 232,72 = \text{cd.}$

Die gesuchte Entfernung ist also = 232 Ruthen,
7 Fuß, 2 Zoll.

Im Verfolg der Rechnung fanden wir

$bc = 260$ Ruthen 8 Fuß

und $db = 237$ Ruthen 0 Fuß 2 Zoll.

Die Linie ac giebt die Proportion:

$\text{Sin. acb} : ab = \text{Sin. abc} : ac.$

und die Linie ad

$\text{Sin. adb} : ab = \text{Sin. abd} : ad.$

Obgleich eine solche Rechnung etwas mühsam ist, so belohnt doch die große Genauigkeit den darauf verwendeten Fleiß reichlich. Der Lehrer wird sie oft bedürfen, um die verschiedenen Resultate der Zeichnungen seiner Schüler zu berichtigen.

Aufl. IV. Mit dem Meßtisch ist das Geschäft viel einfacher. Setze ihn über den Punct a und bezeichne auf dem Meßtisch ghki Fig. 152. den Punct a; richte nun das Diopterlineal auf b, auf d und c, und ziehe die dazu gehörigen Linien ab, am, az.

Setze

Setze nun den Meßtisch in b , drehe ihn so, daß a nach a hinsteht, trage die Standlinie verjüngt auf ab , leg das Diopterlineal an b und richte es nach c und d , und ziehe über den Meßtisch Linien bz und bm . Jetzt ist die Zeichnung zm auf dem Meßtisch der Figur cd vollkommen ähnlich, und die Entfernung cd verjüngt in der zm zu messen.

§. 472. Eine Gegend aufzunehmen oder in den Grund zu legen. Fig. 153.

Aufl. I. Unter Grundlegen versteht der Geometer die Zeichnung einer Chartre von einer Gegend (Grundriß), wobei alle Entfernungen im richtigen verjüngten Verhältniß stehen. Wenn c, d, e, g, h, k, l hervorstehende Punkte einer Gegend sind, so wähle in einer passenden Lage die Standlinie ba und miß sie. Setze den Winkelmessers in b , richte 0° auf a , befestige ihn, und miß nun die Winkel $cba, dba, eba, gba, hba, kba, lba$. Setze nun das Instrument in a , richte 0° auf b , befestige es, und miß die Winkel $cab, dab, eab, gab, hab, kab, lab$. Notire das Maß aller Winkel vorläufig in der Schreibrtafel.

Die Zeichnung beginne mit dem Auftragen der Standlinie ab . Setze an b mit dem Transporteur die dahin gehörigen Winkel, und eben so an a , so durchschneiden sich die nach einerlei Punkt gehenden Linien in c, d, e, g, h, k, l , und diese Punkte sind in der richtigen Lage, und ihre Abstände mit dem Zirkel zu messen. Die minder wichtigen Punkte, die sich im Umfange der Gegend befinden, werden aus freier Hand gezeichnet, oder durch Ordinaten, Perpendikel auf geraden Linien bestimmt.

Aufl. II. Jeder der gemessenen Punkte macht mit der Standlinie ab ein Dreieck, in welchem die beiden Winkel an derselben (folglich auch der dritte) bekannt sind; und man kann daher leicht die Entfernungen der Punkte c, d etc. von dem Punkte a , oder b , trigonometrisch finden. So ist z. B. die Entfernung gb durch

$$\text{Sin. } g : ba = \text{Sin. } \angle gab : bg$$

und $\text{Sin. } g : ba = \text{Sin. } \angle gba : ag$ zu finden.

Wie

Wie die Abstände ge , ed , dc u. s. w. zu finden sind, ist in der vorigen Aufgabe schon vorgekommen.

Aufsl. III. Mit dem Meßtisch. Setze ihn in a , wähle auf demselben einen (über a liegenden) schicklichen Punct a , und ziehe eine nach b hin gehende Linie mit der Bleifeder, welche die Standlinie ab verjüngt vorstellt. Richte nun das Diopterlineal von a aus nach den Gegenständen g , f , e , d , c u. s. und ziehe jedesmal eine Linie willkürlich lang über den Meßtisch nach dem betreffenden Puncte.

Setze nun den Meßtisch in b , richte den Punct a auf dem Papier nach dem Endpunct a der Standlinie, und das Diopterlineal von b aus nach den genannten Puncten, so schneidet die Schärfe desselben auf den zugehörigen Linien Puncte g , e , d , c , l , k , h ab, welche im richtigen verjüngten Verhältniß liegen. Diese Puncte werden bezeichnet, die Hülfslinien ausgezogen, und so bekommt man die Hauptpuncte einer Gegend richtig auf's Papier, ohne Winkel zu messen, oder zu rechnen.

Zur Bezeichnung der Himmelsgegenden setze den Compaß an die Standlinie auf dem Meßtisch, drehe ihn so, daß er in seine Abweichung einspielt, und ziehe an der Seite desselben die Mittagslinie.

S. 473. Die Bouffole, deren sich manche Feldmesser, die es mit der Genauigkeit nicht strenge nehmen, bei ihren Arbeiten bedienen, ist ein mit bequemer Dioptern und passendem Stativ versehener Compaß. Sobald man sie nur zum Auftragen gemessener Linien, zur Bestimmung der Himmelsgegend, und zu oberflächlichen Entwürfen benützt, leistet sie gute Dienste; allein bei geforderter größerer Genauigkeit ist sie deshalb nicht als Winkelmesser zu empfehlen, weil man höchstens nur bis auf Viertelgrade die Winkel genau damit angeben kann, und sie also eben nicht mehr leistet, als der gemeine Transporteur. Weil aber alle Winkel, die mit der Bouffole gemessen werden, sich auf die magnetische Mittagslinie beziehen, so hat auch dieses Instrument seine eigenen Vorzüge, zu denen folgender gehört:

Es sey Fig. 154. die Lage und Entfernung ab bekannt, und man befinde sich mit der Bouffole in c , so läßt sich der Punct e finden. Denn $\sphericalangle p$, welchen die Mittagelinie cM mit cN macht, ist $\sphericalangle o$; und $\sphericalangle r \sphericalangle q$, weil es Wechselwinkel sind. Legt man daher in a und b (auf der Zeichnung) Mittagslinien ag und bh , und die Winkel q und $o \sphericalangle r$ und p , so durchschneiden sich die Ebenen in e .

Ferner ist die Bouffole in Waldungen, wo man nicht weit um sich sehen kann, sehr vorthailhaft zu gebrauchen.

Die Aufnahme einer Gegend mit der Bouffole von den Standpuncten a und b Fig. 153. geschieht am leichtesten dadurch, daß man mittelst derselben den Winkel bestimmt, den eine Linie ae oder ad mit der magnetischen Linie in a , und dann in b macht. Darauf trägt man die Standlinie auf's Papier, setzt in a und b Mittagslinien, und daran die im Felde gemessenen Winkel, so erhält man in den Durchschnitten c , d u. die gesuchten Puncte.

Anmerk. Siehe hierüber: Große Korollarien zur praktischen Geometrie. S. 26. 10.

S. 474. Einen Wald, oder eine Stadt, ein Dorf, Gewässer u. dgl. in den Grund zu legen. Fig. 155.

Aufl. Da man innerhalb der bezeichneten Puncte a , b , c , d u. keine Standlinie wählen kann, so setze man den Winkelmesser in a , miß den $\sphericalangle iab$, die Linien ia und ab ; setze das Instrument in b , miß $\sphericalangle abc$ und die Linie bc ; setze es in c , miß $\sphericalangle ccb$, und Linie cd ; in d miß $\sphericalangle edc$ und de ; in e miß $\sphericalangle fed$; in f miß $\sphericalangle gfe$, und jedesmal die folgende Linie, bis endlich wieder nach a .

Trägt man nun sowol Linien als Winkel so auf's Papier, wie sie auf dem Felde gemessen worden, so erhält man die Puncte a , b , c , d , e , f , g , h , i in übereinstimmiger Lage auf dem Papier.

Sind Straßen, Alleen u. dgl. wie af mit aufzuzeichnen, so bestimmt man am Umfange die Endpuncte derselben, und mißt hervorstehende Puncte, als Ecken, Plätze u. eben so, wie vorher.

Wenig

Wenn man mit diesem Verfahren nicht die größte Genauigkeit verbindet, so pflegt die Figur am Ende nicht zu schließen, ein Umstand, der dem Feldmesser oft begegnet, und den er dadurch beseitigt, daß er hier und da etwas verändert, bis die Figur schließt. — Mit dem Meßtisch erhält man die Zeichnung, wenn man ihn über a setzt, ab mißt, verjüngt aufträgt; ihn über b setzt, ba nach a richtet, aus b nach c visirt, cb mißt und aufträgt u. s. w. Die Winkel erhält man völlig genau, ohne sie in Graden angeben zu können, und daher schließt auch die Figur, wenn man nach i kommt. — Oft aber soll die Zeichnung (der Grundriß) größer seyn, als die Oberfläche des Meßtisches seyn kann, dann ist entweder ein frischer Bogen Papier über den Meßtisch zu spannen, oder der Winkelmesser nothwendig. — Die Bouffole leistet auch hierbei gute Dienste, besonders wenn man Gewandtheit im Auftragen der Declinationen besitzt.

Trigonometrisch findet man zwar auch alle diese Linien, allein eine solche Rechnung wird zweckmäßiger angewendet werden können, unzugängliche Punkte, dergleichen Thürme, Bäume u. s. w. darbieten, zu bestimmen, wozu man sich außerhalb der Stadt eine passende Standlinie wählt.

§. 475. Eine Zeichnung zu copiren.

Aufl. Jede erste Zeichnung (Original) wird wegen der vielen Hülfslinien selten recht sauber gerathen, daher vervielfältigt man sie bequem auf folgende Art.

Lege die Originalzeichnung auf ein feines ebenes Papier, und befestige sie am Rande mit Mundlack oder Stecknadeln; dann stich mit einer feinen englischen Nähnadel durch alle bemerkenswerthe Punkte so, daß die Nadel auch das darunter liegende Papier mit trifft. Nimm nun die Zeichnung ab, so lassen sich alle auf dem reinen Papier befindlichen Punkte ohne Hülfslinien zusammen ziehen, wie es nach der Originalzeichnung verlangt wird. Kann das Durchstechen nicht angehen, so müssen zuerst die wichtigsten Punkte mit dem Zirkel gemessen, und auf die Weise

Wese, wie bei der Dreieckconstruction gezeigt ist, auf das reine Blatt gebracht, und dazwischen die übrigen Punkte und Linien eben so getragen werden.

§. 476. Eine gegebene Zeichnung zu reduciren, oder zu verkleinern.

Aufl. I. Theile die Zeichnung durch Bleistift-Linien in kleine Quadrate oder Rechtecke. Theile die Fläche, worauf die verkleinerte Zeichnung kommen soll, in eben so viele, aber kleinere Quadrate oder Rechtecke, die jenen ähnlich sind, und das Verhältniß der Verkleinerung haben. Nummerire die Quadrate durch leicht verlöschbare Zahlen; und zeichne nun in jedes der kleinern Rechtecke das, was in dem gleichnamigen Rechtecke auf der größern Zeichnung enthalten ist, wobei Genauigkeit zu empfehlen ist.

Die Größe der kleinern Zeichnung ergibt sich aus dem gegebenen Reducionsverhältniß nach §. 188. Es sey eine Zeichnung, die 12 Zoll lang, und 10 Zoll breit ist, auf eine Fläche zu bringen, die nur $\frac{3}{5}$ der erstern enthält. Wie lang und breit muß letztere seyn?

Der Quadratinhalt der großen Zeichnung ist $= 120$; der der kleinern $= \frac{3}{5} \cdot 120 = 72$ Quadrat-zoll; nach §. 188. gilt

$$120 : 72 = 12^2 : l^2; \text{ und } l = \sqrt{\frac{72 \cdot 144}{120}} = 9,3 \text{ Zoll}$$

$$= 5 : 3 = 144 : l^2 \quad \text{in der Länge.}$$

Und um die Breite zu finden:

$$5 : 3 = 10^2 : b^2, \text{ und } b = \sqrt{\frac{3 \cdot 100}{5}} = 7,74 \text{ Zoll}$$

in der Breite.

Aufl. II. Mit Hülfe eines Reducirlineals. Fig. 156. Das Lineal AB ist um die Nadel in C beweglich; der Theil CA ist von C aus in 100 oder 1000 Theile, der Theil CB in eben so viel, aber kleinere Theile getheilt, die an der abgedachten Kante des Lineals scharf auslaufen. Die Zeichnung abcd lege unter den Theil des Lineals, auf dem die größern Theile,

das

das Mayter fghm unter den, auf dem die kleinere befindlich sind, und beide Zeichnungen so, daß Null an cd, und unterhalb e Null an fg trifft; cd aber fg parallel bleibt; und bevestige die Zeichnungen in dieser Lage.

Soll nun z. B. der Punct P von der großen Zeichnung auf die kleinere gebracht werden, so schiebe das Lineal auf P und zähle den Abstand CP nach den Theilen auf CA; es mag hier $CP = 75$ seyn. Zähle darauf auf CB ebenfalls 75 Theile = cp ab, und bezeichne p mit einem Punct. Der Punct N wird nach n kommen u. s. w.

Man muß zwar für jedes geforderte Reductions-Verhältniß ein anderes Lineal haben; allein das Geschäft ist auch dafür äußerst schnell und genau zu vollenden, welches für diejenigen, die dergleichen Reductionen zu machen haben, ein wichtiger Umstand ist.

Aufl. III. Das Verjüngen und Vergrößern einer Zeichnung nach dem Maßstabe ist mühsam und erfordert für jeden überzutragenden Punct eine kleine Rechnung. Man muß nämlich den Abstand eines Puncts N von ab und bp messen, denselben mit dem gegebenen Verhältniß multipliciren, das Erhaltens als Abstand von lg und lh ansehen, und so auf die neue Zeichnung bringen.

§. 477. Eine gegebene Zeichnung zu vergrößern.

Aufl. Alle drei im vorigen §. mitgetheilte Ausfüh-
rungsweisen sind dabei ebenfalls anwendbar, wie man ohne Erinnern bemerken wird; allein man ver-
binde die größte Genauigkeit mit diesem Geschäft, weil geringe Fehler im Vergrößerungsverhältniß auf der neuen Zeichnung wachsen.

§. 478. Geometrische Zeichnungen zu illustriren, oder auszumalen.

Aufl. Hierzu sind Tuschfarben nöthig: Carmin, das schönste Roth, wird mit etwas Gummi oder Zucker oder Citronensaft auf Glas oder Tuschnäp-
chen

den gerieben. Gummigutt, eine sehr sanfte, unendlich theilbare, gelbe Farbe, wird mit reinem Wasser aufgerieben. Nußbraun, Liliengrün, Grünspan werden mit reinem Wasser, oder besser mit Essig abgerieben. Berlinerblau am besten mit Gummivasser; Hellblau, mit reinem oder Gummivasser; Zinnober, mit Branntwein oder Gummivasser aufgerieben; schwarze Tusche. Alle diese Tuschefarben sind dann am besten, wenn sie sich leicht abreiben und, naß gemacht, und auf die Hand gestrichen, reine Striche geben. Durch Vermischung derselben erhält man alle mögliche Farben, z. B. Violett entsteht aus Carmin und Blau; alle Sorten von Grün aus der Vermischung der gelben und blauen Farbe. Aschgrau ist dünne schwarze Tusche. Das Anstreichen einer Fläche mit Farbe heißt Auftragen. Wenn das Auftragen gut gelingen soll, so müssen alle Farben sehr dünn oder recht flüssig seyn; will man die Farbe hervorstechender haben, so überstreiche man sie mehr, als einmal. Zum Schattiren gebraucht man jederzeit etwas dunklere Farbe, z. B. zur Schattirung des Gelben nimmt man Braun, des Hellblauen das Dunkelblaue, des Hellgrünen das Dunkelgrün, des Hellrothen das Dunkelrothe &c. Die Lage der Schatten ist allemal bei geometrischen Zeichnungen auf der rechten Seite, weil das Licht von der linken herkommt, folglich haben Vertiefungen ihren Schatten auf der linken Seite.

Zum Auftragen der Farben nehme man einen nicht zu kleinen Pinsel, der die feinen Haare in eine Spitze vereinigt, viele Flüssigkeit faßt, und egale Striche macht; sehe sich vor, daß man mit dem Pinsel nicht wieder zurück in die schon rein aufgetragene Farbe komme, weil dadurch eine Ungleichheit in ihrer Stärke entsteht; und wenn sich etwa die Farbe auf einem Orte mehr anhäufen sollte, drücke man den Pinsel aus, und halte ihn an die angehäuften Farbe, so wird er sie wieder einziehen.

Alle Grundrisse stellen das Bild einer Gegend oder eines Places so vor,

2

wie

wie es erschein würde, wenn sich das Auge in unendlicher Ferne senkrecht darz über befände.

S. 479. Zur Liniemessung gehört die Altimetrie oder Höhenmessung, welche gleichfalls auf dem Grundsatz, daß die ähnlichen Seiten ähnlicher Figuren einander proportional sind, beruht. Es kommen dabei mehrere Fälle, und allerlei Auflösungsweisen vor, wovon wir die vornehmsten anführen wollen. Ist eine Höhe so beschaffen, daß man vom höchsten Punct derselben eine Schnur senkrecht herab lassen kann, so giebt das Maas dieser Schnur die Höhe an. Dies würde z. B. anwendbar seyn, die Tiefe eines Brunnens zu erforschen.

S. 480. Eine Höhe zu finden, zu deren unterstem Punct man kommen kann. Fig. 157.

Aufl. I. Nimm zwei Stäbe von verschiedener, aber bekannter Länge ba und dc , und stelle sie senkrecht so hinter einander, daß das Auge in a den höchsten Punct der Höhe BA über dem Stabe dc in gerader Linie erblickt. Dann sind die Dreiecke age und aDA einander ähnlich; daher gilt:

$$ag : cg = aD : DA, \text{ wozu noch } DB = ab \text{ addirt wird.}$$

In Worten: der Abstand der beiden Stäbe von einander verhält sich zu ihrem Unterschiede in der Länge, wie der Abstand des kleinen Stabes von der Höhe zur Höhe selbst.

Es sey $ab = 3$; $cd = 8$, $ag = 4$, $aD = 16$ Fuß; so ist

$$4 : 5 = 16 : DA, \text{ und } DA = \frac{5 \cdot 16}{4} = 20 \text{ Fuß.}$$

$$\text{Hiezu } DB \text{ oder } ab = 3$$

Gesuchte Höhe 23 Fuß.

Diese arithmetische Auflösung ist genau, wenn die Stäbe nicht zu kurz im Verhältniß zur Höhe AB sind, und man in a ein Diopter hält, um die Nebenricht (Parallaxe) des Auges zu vermeiden.

hab

Hat man nur einen Stab cd , so lege man das Auge da in R an die Erde, wo die Linie Ac verlängert hintrifft, und schliesse:

$$Rd : dc = RB : BA.$$

Aufl. II. Mit dem Neigungsmesser läßt sich diese Aufgabe ebenfalls sehr genau lösen. Lege ihn auf den Stab ag so, daß das Auge in a am Diopter desselben ruht, die aufrechtstehende Cathete gc (am Instrument mn) senkrecht steht, und das verschiebbare Diopter in c mit a und A in einer Linie ist, so läßt sich ag und gc am Instrument ablesen, und $aD = bB$ messen. Darauf schliesse auch hier

$$ag : gc = aD : DA.$$

Es sey $ag = 15$ Zoll, $gc = 18$ Zoll 7 Linien 5 Scrupel $= 1,875$ Fuß, so wird 15 Zoll ($1\frac{1}{2}$) $= 1,5$ Fuß : $1,875$ Fuß $= 16$ Fuß : DA und

$$DA = \frac{1,875 \cdot 16}{1,5} = 20 \text{ Fuß gefunden.}$$

Die senkrechte Stellung der Cathete mn am Instrument kann sehr leicht durch einen feinen Faden, an dem eine Bleifugel hängt, erhalten werden.

Anmerk. Um ihm die sanfteste Bewegung zu geben, bringe man in s eine Schraube (oder Wirbel) an, um welche sich eine mit CD verbundene Saite wickelt.

Aufl. III. Auch mit einem Spiegel kann man diese Höhe finden. Es sey Fig. 158. BA die zu messende Höhe, so lege in einer schicklichen Entfernung BS den Spiegel S wagerecht auf die Erde, und halte den Stab ba senkrecht so weit zurück, bis das an a gehaltene Auge die Spitze des Gegenstandes BA im Spiegel an einem darüber gelegten Faden erblickt. Weil nun nach optischen Grundsätzen der Zurückstrahlungswinkel aSb dem Einfallswinkel ASB gleich ist, und in beiden Dreiecken abs und ABS rechte Winkel, also die Δ einander ähnlich sind, so gilt auch hier die Proportion $Sb : ba = SB : BA$.

Aufl. IV. Geometrisch. Nimm in einiger Entfernung den Standpunct S Fig. 158., miß mit einem

nem Sextanten oder Halbkreise (Fig. 142.) den Winkel BSA und den Abstand BS.

Trage nun BS verjüngt auf's Papier, errichte in B ein Perpendikel, und setze an S den gemessenen Winkel, so muß der Schenkel SA das Perpendikel BA in A durchschneiden, und BA mit dem Zirkel sich messen lassen. Zur so gefundenen Höhe addirt man alsdann noch die des Winkelmessers, oder des Stativs, weil der Punct B in gleicher Höhe mit den horizontalgestellten Dioptern Dd (Fig. 142.) angenommen werden muß.

Wenn der $\angle ASB = 50^\circ$, und der Abstand $BS = 70$ Fuß gemessen ist, so giebt eine geometrische Construction die $AB = 83$ Fuß.

+ 4 — Höhe d. Instruments,

Summe 87 Fuß.

Aufl. V. Trigonometrisch. Im rechtwinklichten Dreieck ABS sind alle Winkel und die Seite BS bekannt, daher findet man BA durch

$$\text{Sin. tot.} : 70 = \text{Tang. } 50^\circ : AB$$

$$\text{log. Tang. } 50^\circ = 10,07618$$

$$- 70 \text{ Fuß} = 1,84509$$

$$\hline \sqrt{1,92127} = 83,42$$

$$\text{dazu Höhe des Stativs} = 4$$

Höhe des Gegenstandes 87,42 Fuß.

Nennt man den Abstand $BS = a$, den Winkel $BSA = w$ und die gesuchte Höhe $= H$, so hat man die

allgemeine Formel $\frac{a \cdot \text{Tang. } w}{\text{Sin. tot.}} = H$, welche für alle solche Fälle gilt.

Wie man die Höhe eines Gegenstandes aus seiner Schattenlänge finden könne, wird in der Lehre vom Licht S. 666. vorkommen.

S. 481. Eine Höhe zu messen, zu deren unterstem Puncte man nicht kommen kann, Fig. 159.

Aufl. I.

Aufl. I. Geometrisch. Miß in einiger Entfernung eine Standlinie cd , und mit einem Winkelmeßfer in c den Winkel m , und in d den Winkel n .

Trage nun die Standlinie verjüngt auf's Papier, setze an c den Winkel m , an d den $< n$, und verlängere die Schenkel, bis sie sich in A schneiden. Von A falle ein Perpendikel auf die verlängerte Standlinie, so ist dies Perpendikel = der gesuchten Höhe.

Die Neigung der Linien cA und dA kann auch mit dem Neigungsmesser gemessen, und auf die bekannte Weise auf's Papier getragen werden, wobei sich eine hohe Genauigkeit erreichen läßt.

Aufl. II. Trigonometrisch. Im $\triangle cAd$ ist $< m$, $< o$ als Ergänzung zu 180° von n , folglich auch $< p$, und cd bekannt. Daher gilt $\text{Sin. } p : dc = \text{Sin. } m : dA$.

Im rechtwinklichten $\triangle ABd$ ist nun Seite dA und $< n$ bekannt, folglich

$$\text{Sin. tot.} : dA = \text{Sin. } n : AB.$$

Daraus ergibt sich, daß man AB geradezu durch folgendes Formular finden können:

$$AB = \frac{dc \cdot \text{Sin. } m \cdot \text{Sin. } n}{\text{Sin. } (n - m)}$$

Von der Kennziffer des kommenden Logarithmen werden die Zehner abgestrichen, weil eigentlich noch mit Sin. tot. dividirt werden sollte.

Es sey die Standlinie $cd = 76$ Fuß, $< m = 40^\circ$, $< n = 56^\circ$, dann ist $n - m = 56 - 40 = 16^\circ$, und

$$\log. dc = 76 = 1,88081$$

$$- \text{Sin. } m = 40^\circ = 9,80806$$

$$- \text{Sin. } n = 56^\circ = 9,91857$$

$$\hline 21,60744$$

$$\log. \text{Sin. } (n - m) = 16^\circ = 9,44033$$

$$\log. AB = 72,16711 = 146,9 \text{ Fuß}$$

$$\text{Höhe des Stativs} = +3$$

$$\text{Höhe des Gegenstandes} = 149 \text{ Fuß } 9 \text{ Zoll.}$$

Aufl.

Aufl. III. Mit dem Neigungsmesser. Da wir hiemit die Neigung der Linien nach dem Abstand des verschiebbaren Stabes CD und des Diopters n (Fig. 143. b) bestimmen, so heiße der Kürze wegen $Am = b$ und $mn = c$, und wenn man auf dem zweiten Standpuncte mißt, mögen diese Abstände b' und c' , die Standlinie $= a$, die Linie AB Fig. 159. vom 2ten Standpuncte bis zur Höhe aber $= x$, und die Höhe $= y$ heißen, weil diese letztern beiden Linien unbekannt sind.

Nachdem man das Instrument horizontal gelegt, und alles gehörig gemessen hat, schließt man:

$$b : c = a + x : y, \text{ und } x = \frac{by - ac}{c};$$

auf dem zweiten Standpunct schließt man:

$$b' : c' = x : y, \text{ und } y = \frac{b'y}{c'}.$$

Die beiden abgefonderten Werthe von x sind sich gleich, und darum ist aus der Gleichung

$$\frac{by - ac}{c} = \frac{b'y}{c'} \text{ die } y, \text{ oder Höhe BA zu finden}$$

$$\frac{bc'y - acc'}{c} = b'y$$

$$\frac{bc'y - acc'}{c} = b'cy$$

$$bc'y - b'cy = acc'$$

$$(bc' - b'e)y = acc', \text{ und } y = \frac{acc'}{bc' - b'e} = BA.$$

Nimmt man $c = c'$, was sehr wohl angeht, indem man den Stab CD am Instrument nur allein verschiebt, bis das Diopter n gehörig mit dem Auge und dem höchsten Punct der Höhe in gerader Linie steht, so ist die

$$\text{Beständige Formel für jede Höhe} = \frac{ac}{b - b'}$$

Will man mit zwei Stäben diese Aufgabe lösen, so bedeutet c den Unterschied ihrer Länge, b den

Abstand beider Stäbe am ersten, und b' den Abstand beider Stäbe am zweiten Standpunct; a gleichfalls die Standlinie.

§. 482. Eine Höhe AB von zwei Standpuncten a und b , die nicht in einer wagerechten Linie liegen, zu messen. Fig. 160.

Aufl. I. Geometrisch. Untersuche, wie viel der zweite Standpunct b tiefer, als a liegt. Der Unterschied sey hier $ab = ac$. Nachdem die Standlinie ab , Winkel m bei a , und $\angle n$ bei b gemessen, ziehe auf dem Papiere eine wagerechte Linie aB ; und in dem Abstand $ab = ac$ eine Parallele cG ; dann trage die Standlinie von a nach b .

Den Winkel m setze in a auf die Linie aB ; $\angle n$ aber in b auf die Linie cG ; denn die gemessenen Höhenwinkel beziehen sich auf horizontale Linien.

Die Schenkel der Winkel m und n durchschneiden sich in A ; und ein Perpendikel von A auf ab oder cG giebt die gesuchte Höhe.

Aufl. II. Trigonometrisch. Wäre die Standlinie $ie = ag$, und $\angle n$ in g gemessen worden, so würde die Rechnung, wie im vorigen §. 481. seyn. Man muß also untersuchen, welche Standlinie für die gemessenen Winkel m und n gehört, wenn sie horizontal läge, und $= ag$ wäre. Die ag kann im $\triangle abg$, wo wir ab schon kennen, aus dieser und $\angle gab$ und gba gefunden werden.

Es ist nun im rechtwinklichten $\triangle acb$ die ab , und ac bekannt, folglich $ab : \text{Sin. tot.} = ac : \text{Sin. abc}$; und $\angle abc = \angle gab$; und $180^\circ - (\angle n + \angle abc) = \angle gba$.

Im $\triangle gab$ sind jetzt zwei Winkel (folglich auch der 3te) und die Seite ab bekannt; daher

$$\text{Sin. } \angle agb : ab = \text{Sin. } \angle gba : ga.$$

Nun bringe man anstatt der ab die ag in die Rechnung, und verfähre wie §. 481; nämlich

$$AB = \frac{ga \cdot \text{Sin. } m \cdot \text{Sin. } n}{\text{Sin. } (n - m)}.$$

§. 483. Die Höhe eines auf einem unzugänglichen Felsen befindlichen Gegenstandes AB zu messen. Fig. 161.

Aufl. I. Miß eine Standlinie ab, und in a die Winkel m und n, welche die Gesichtslinien aA und aB mit der Horizontallinie aD machen, so wie in b die Winkel o und p.

Trage nun die Standlinie verjüngt auf's Papier, setze an a die Winkel m und n; an b aber die Winkel o und p, so werden sich die Schenkel in A und B schneiden. Der Abstand der Durchschnitte ist die Höhe des Gegenstandes, und das Perpendikel BD die Höhe des Berges.

Aufl. II. Trigonometrisch.

$$DA = \frac{ab \cdot \sin. m \cdot \sin. o}{\sin. (o - m)}$$

$$DB = \frac{ab \cdot \sin. n \cdot \sin. p}{\sin. (p - n)}$$

und $DA - DB = AB$; wobei $\sphericalangle m = AaD$, und $\sphericalangle o = Abd$.

Es ist leicht einzusehen, daß die im §. 482. und 483. gegebenen Aufgaben auch mit dem Neigungsmesser oder zwei Stäben (wie §. 481. Aufl. III.) gelöst werden können.

§. 484. Aus zwei Fenstern a und b Fig. 162. die Höhe des Gegenstandes DC zu messen.

Aufl. I. Miß den Abstand der Beobachtungspuncte b und a in den Fenstern, und in jedem den Winkel, den die horizontale Linie aF oder bE mit der Gesichtslinie nach der Spitze C macht, also $\sphericalangle m$ und $\sphericalangle n$.

Trage nun die Linie ab verjüngt auf Papier, errichte in a und b die Perpendikel aF und bE, und setze in a den $\sphericalangle m$, und in b den $\sphericalangle n$ an, so werden sich die Schenkel in C schneiden. Von C falle auf Fa oder Eb ein Perpendikel; miß mit dem Zirkel nach dem verjüngten Maßstabe die CF oder CE. Addirt man dazu $ED = bd$, so giebt die Summe die DC.

Aufl. II.

Aufl. II. Trigonometrisch. Im $\triangle bac$ ist $\angle bac = 90^\circ + m$ und $\angle abc = 90^\circ - n$, folglich auch $\angle c = 0$, und Seite ab bekannt. Daher gilt $\text{Sin. } 0 : ab = \text{Sin. } \angle bac : bc$, wodurch im rechtwinklichten Dreieck ebc die Seite bc , und $\angle n$ bekannt sind, und also $\text{Sin. } 0 : cb = \text{Sin. } n : CE$; und $CE + bd = CD$ gefunden wird.

Aufl. III. Mit dem Neigungsmesser. Nennen wir hier, wie S. 481. Aufl. III., die beständige Linie (ab) $= a$; den Abstand des verschiebbaren Stabes vom Auge $= b$ und b' in beiden Endpunkten der Standlinie; die Höhe des Gegenstandes $y = FC$; so finden wir für y auf eine ähnliche Weise, wie S. 481, die sehr bequeme Formel $\frac{b \cdot a}{b - b'} = FC$; und $FC + ad = DC$.

Nämlich im Fenster a gilt: $b : c = x : y$, und $x = \frac{b \cdot y}{c}$

und im Fenster b gilt: $b' : c = x : y + a$, und $x = \frac{b' \cdot y + b' \cdot a}{c}$, also ist $\frac{b \cdot y}{c} = \frac{b' \cdot y + b' \cdot a}{c}$

und daraus $y = \frac{b' \cdot a}{b - b'}$, wozu noch die Höhe a addirt wird, um DC zu erhalten.

S. 485. Die Tiefe eines Thales adb Fig. 163., dessen tiefster Punkt d ist, zu messen.

Aufl. I. Miß von b aus eine passende Standlinie bc in's Thal hinab, und mit einem Halbkreis, oder andern zum Tiefenmessen schicklichen Instrumente, die Winkel x , y und w , indem man Nullgrad auf der senkrechten bg annimmt, und nach a und d visirt. In a kann $\angle c$ eben so gemessen werden.

Unter einem Winkel $m = n$ trage nun die Standlinie bc auf's Papier, lege in b den $\angle x$, in c den Winkel y an, so durchschneiden sich die Schenkel in a , folglich hat man hiedurch die Breite des Thales. Setze in a den Winkel 0 an, so schneidet der Schenkel

fel ad die bd in d. Ein Perpendikel aus d auf ab, hier dp, ist die Tiefe des Thales.

Aufl. II. Trigonometrisch. Im $\triangle abc$ ist $\text{Sin. } z : bc = \text{Sin. } x : ac$; oder $\text{Sin. } z : bc = \text{Sin. } y : ab$.

Im $\triangle abd$ gilt $\text{Sin. } adb : ab = \text{Sin. } dab : bd$, und $\angle o + z = \angle dab$; und $\angle o + z + x$ von 180° abgezogen, giebt $\angle adb$.

Die Tiefe pd giebt die Proportion:

$$\text{Sin. tot.} : bd = \text{Sin. } x : pd.$$

III. Flächenmessung.

§. 486. Die Flächen sind entweder von geraden oder krummen Linien, oder von beiden zugleich eingeschlossen. In allen Fällen suche man sie in regelmäßige geometrische Figuren zu zerlegen, welches durch Hilfslinien, Diagonalen &c. geschieht, und bei einem nur einigermaßen geübten Scharfblick nicht schwer wird. Zu den regelmäßigen Figuren gehören Parallelogramme, Triangel, gleichseitige Vielecke, Trapezia, Kreise, Parabeln, Ellipsen und andere krumme Linien. Wir beschäftigen uns nun damit, die Flächen der regelmäßigen Figuren zu berechnen, und Formeln dazu zu geben. Vergleiche §. 190., wo vom Flächenmaaß das Nöthigste gesagt ist.

§. 487. Den Flächenraum eines Quadrats zu finden.

Aufl. Multiplicire eine Seite ($= 1$) mit sich selbst. Der Flächenraum ($= F$) ist $= 1^2$ oder $1 \cdot 1$.

3. B. Es sey eine Seite 12,5 Fuß, so ist $F = 12,5 \cdot 12,5 = 156,25$ Quadratfuß; oder (weil 100 Quadratfuß $= 1$ Quadratruthe) $= 1$ Quadratruthe, 56 Quadratfuß; 25 Quadrat Zoll. Der Kürze wegen werden wir schreiben \square Rth. \square F. \square Z.

§. 488. Die Fläche eines Rechtecks zu finden.

Aufl.