



## **Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen**

**Stöpel, August**

**Stendal, 1819**

§. 618-633. Druck; wahre Horizontallinie; das Nivelliren, Geschwindigkeit, Wassermenge eines Stroms zu finden; Wasserstrahl, Tabelle für den Seitendruck; lebendige und todte Kraft; Schutzöffnung und ...

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-63556](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-63556)

## II. Hydrostatik

oder

## Lehre vom Gleichgewicht tropfbar-flüssiger Körper.

§. 618. Tropfbar-flüssige Körper drücken nach allen Richtungen, niederwärts und seitwärts; denn der leicht passende Pfropfen einer leeren Bouteille wird tiefer hinein gedrückt; je tiefer man dieselbe untertaucht; ein Schiff, das im Boden ein Loch bekommt, läßt Wasser durchdringen; eine Öffnung seitwärts eines vollen Wassergefäßes zeigt den Seitendruck.

§. 619. Der Druck nach unten in einem Gefäße ist einer Wassersäule gleich, welche die Grundfläche des Gefäßes zur Grundfläche, und die senkrechte Höhe des Wassers über derselben zur Höhe hat.

In einem Gefäße *abcd* Fig. 211. leidet ab nur den Druck von der Wassersäule abt.

Der Seitendruck ergiebt sich, wenn man die Fläche des gedrückten Theils mit der halben Höhe des Wassers multiplicirt.  $\frac{bd \cdot bf}{2}$ .

Z. B. ein 20 Fuß langer Dammi ist 5 Fuß unter dem Wasser; dann ist seine dem Wasserdruck ausgesetzte Fläche  $20 \cdot 5 = 100$  □ Fuß. Die senkrechte Wasserhöhe ist 4 Fuß; also  $\frac{100 \cdot 4}{2} = 200$  Kubikfuß, jeden zu 66 ℔ gerechnet, macht für den Seitendruck 13200 ℔.

Der Druck auf die Seitenfläche nimmt von *d* nach *b* in arithmetischer Progression ab, denn die obern Wassertheile drücken auf die untern.

Im cubischen Gefäß ist der Druck auf die Seitenfläche dem halben Druck auf die Grundfläche, und also auf alle 4 Seitenflächen dem doppelten Druck auf die Grundfläche gleich.

Der Raum *BCFG* Fig. 212. leidet in allen seinen Theilen der Grundfläche *FG* eben so viel vom Druck, als

als wenn eine Wassermasse FEDG über ihm stände; denn Öffnungen in H oder G angebracht, spritzen mit gleicher Gewalt. Diese Eigenschaft des Wassers giebt Wasserkränzen und Leitungen ihre Kraft. Auch gründet sich hierauf die erstaunliche Wirkung der hydraulischen Presse.

§. 620. Stillstehendes Wasser stellt sich stets in die wahre Horizontallinie (s. §. 597.).

Durch das Nivelliren erforscht man, wie viel ein Punct der Erdoberfläche weiter, als der andere vom Mittelpunct der Erde absteht. Dabei ist ein Unterschied zwischen der scheinbaren und wahren Horizontallinie zu beachten. Für einen Beobachter in n Fig. 213. ist nc die scheinbare, und nm die wahre Horizontallinie; die erstere steht senkrecht auf der Richtung der Schwere na, und ist daher allzeit höher, als die wahre. Um wie viel dies für jede Entfernung betrage, läßt sich berechnen.

Es sey KnO ein Bogenstück der Erdoberfläche; a ihr Mittelpunct; nc die scheinbare, nm die wahre Horizontallinie; mc ihr Unterschied oder die Erhöhung der scheinbaren Horizontallinie. Man findet sie durch die

Formel:  $\sqrt{(nc^2 + na^2)} = ac$ ; und  $ac - am = mc$   
 $\equiv$  Erhöhung der scheinbaren Horizontallinie  
 wobei am Halbmesser  $= na$ ; nc  $=$  der gegebenen Entfernung.

§. 621. Das Nivelliren kann auf mancherlei Weise geschehen; am einfachsten aber dadurch, daß man in kurzen Entfernungen von einigen hundert Fuß senkrechte Stäbe befestigt, und mittelst einer Sehwage, oder eines andern schicklichen Instruments, das einen Lothfaden hat, und mit Dioptern oder einem Fernrohre versehen ist, die scheinbare Horizontallinie sucht, und da, wo sie den nächsten Stab trifft, ein Zeichen macht. Der Unterschied zwischen der Höhe des Diopters und des Zeichens am nächsten Stabe von der Erde ist das Gefälle, welches angiebt, wie viel der Stab höher oder tiefer, als das Instrument, steht. Setzt man dies Geschäft auch bei  
 dem

den folgenden Stäben fort, und abbirt die gefundenen Unterschiede, so erfährt man das Gefälle von der ganzen Linie.

Anmerk. Zu einem solchen Geschäft sind die Fig. 142. und 143. ab abgebildeten Instrumente sehr brauchbar; denn stellt man sie so, daß der Lotfaden auf Nullgrad genau einspielt, so geben die Dioptern die scheinbare Horizontallinie an. — Die sogenannten Niveaus, welche aus Glasröhren bestehen, mit Quecksilber oder anderer Flüssigkeit gefüllt und bei manchem Feldmesser sehr beliebt sind, gewähren keine vorzügliche Genauigkeit, weil ihnen der Tubus fehlt, und die Oberfläche der Flüssigkeit keine genaue Durchschnittslinie erlaubt. Vorzüglich aber sind die mit einer Libelle und einem Fernrohre versehenen Instrumente.

Von dem durch das Nivelliren gefundenen Gefälle muß der Betrag der Erhöhung der scheinbaren Horizontallinie abgezogen werden. Wie viel dies für eine Weite beträgt, giebt folgende Tafel an.

Weiten			Erhöhh. der scheinb. Horizontallinie.			Weiten			Erhöhh. der scheinb. Horizontallinie.		
Fuß.	Zoll.	Linien.	Fuß.	Zoll.	Linien.	Fuß.	Zoll.	Linien.	Fuß.	Zoll.	Linien.
300	—	$\frac{1}{10}$	3300	3	6	300	—	$\frac{1}{10}$	3300	3	6
600	—	$\frac{1}{5}$	3600	4	—	600	—	$\frac{1}{5}$	3600	4	—
900	—	$\frac{3}{10}$	3900	4	8	900	—	$\frac{3}{10}$	3900	4	8
1200	—	$\frac{5}{10}$	4200	5	4	1200	—	$\frac{5}{10}$	4200	5	4
1500	—	$\frac{8}{10}$	4500	6	2	1500	—	$\frac{8}{10}$	4500	6	2
1800	I	—	4800	7	I	1800	I	—	4800	7	I
2400	I	$\frac{9}{10}$	5400	8	II	2400	I	$\frac{9}{10}$	5400	8	II
2700	2	3	5700	10	—	2700	2	3	5700	10	—
3000	2	9	6000	11	—	3000	2	9	6000	11	—

Anmerk. Vergleiche über dies und das Folgende Krünig Encyclopdie, 95. Th. S. 57. Artik. Mühte.

Durch das sogenannte Rück- und Vorwärtsvisiren wird die Verbesserung der scheinbaren Horizontallinie vermieden.

S. 622. Jede Flüssigkeit, die durch keine Schranken eingengt wird, fließt nach den Orten hin, welche dem Mittelpunct der Erde näher liegen. Daher fließen Ströme zum

zum Weltmeere, welches, wenn es ruhig ist, eine wahre Horizontallinie, also ein Kugelstück, bildet. Ströme und Flüsse haben ein Gefälle, wovon die Geschwindigkeit ihres Laufs abhängt; der Raum, den sie ausfüllen, ist das Bett derselben.

Unter Profildffnung eines Flusses versteht man den senkrechten Querdurchschnitt im Quadratmaas. Fig. 214, wo aghikb das Strombett, die Linie ab die Oberfläche des Wassers vorstellt. Der Flächenraum abka ist die Profildffnung. Man findet ihn folgendermaßen:

Spanne eine Schnur quer über den Fluß und lasse an verschiedenen Orten die Perpendikel eg, dh, ei, fk etc. fallen, so geben diese die Tiefen an. Hierdurch erhält man die nöthigen Angaben zur Berechnung. Denn in den Trapezien edhg, deih, efki u. s. w. weiß man die Abstände ed, de, ef etc. und die Parallelen eg, dh, ei, fk, folglich läßt sich ihr Flächenraum leicht finden und addiren. Die Summe aller Trapezien und der beiden Dreiecke bei a und b macht die Profildffnung aus.

§. 623. Um zu erfahren, wie groß die Wassermenge ist, die in einer Sekunde durch die Profildffnung fließt, muß man die Geschwindigkeit des Flusses messen, welche fast niemals an allen Puncten gleich ist. Daher muß sie an mehreren Orten, sowol oben auf dem Wasserspiegel, als in einiger Tiefe, und auf dem Grunde gemessen werden; die erhaltenen Resultate werden addirt, und die mittlere Geschwindigkeit ist für die allgemeine zu nehmen.

§. 624. Die Geschwindigkeit des Stroms zu finden.

Spanne eine Schnur über den Fluß. Oberhalb derselben lege eine hohle Kugel ins Wasser; sobald diese an die Schnur kommt, beobachte den Zeiger einer Sekundenuhr, und gehe damit am Ufer entlang, bis die Kugel an ein gemachtes Zeichen, welches auch eine Schnur seyn kann, kommt. Die Entfernung der beiden Schnuren durch die Anzahl der verfloßenen Sekunden dividirt, giebt die Geschwindigkeit in einer Sekunde.

¶

§. 625.

§. 625. Die Kraft zu finden, mit welcher der Strom auf eine gegebene Fläche wirkt.

Der geschickte Mechanikus, Herr Bouffle, bediente sich bei seinen, zu diesem Zwecke hier auf der Elbe angestellten Untersuchungen, folgender einfacher Verfahrensweise:

An dem bei B Fig. 215. mit Blei beschwerten quadratfüßigen Brett AB, welches im Strome in allerlei Höhen und Winkeln mittelst 4 feiner Schnuren, die in C zusammen laufen, gestellt werden kann, zieht man die Schnur CRG über die Rolle R. Letztere ist am Mast eines kleinen Fahrzeuges so angebracht, daß in G ein Gefäß an die Schnur gehängt, und so lange mit Wasser beschwert werden kann, bis es das Brett AB im Stillstand erhält. Die Last G ist der Kraft gleich, welche der Strom auf das Brett AB ausübt. (Hier betrug sie an verschiedenen Stellen zwischen 20 und 49  $\text{℔}$  auf 1 Quadratsfuß.)

Vermindert man die Last in G, so bewegt sich G nach R hinauf mit einer leicht zu beobachtenden Geschwindigkeit in Sekunden für den Raum MR in Fuß, welches bei Maschinen, die auf dem Wasser Bewegung hervorbringen sollen, ein Umstand von Wichtigkeit ist.

Läßt man die Schnur über eine Rolle in S laufen, und das Brett im Strome fortschwimmen, so ist an der Schnur sehr leicht zu finden, wie weit sich AB in 1 Minute entfernt, und wie viel die Geschwindigkeit in 1 Sekunde beträgt.

§. 626. Die vorbeifließende Wassermenge eines Stroms zu finden.

Multipliziert man die einem Stromstrich zukommende mittlere Geschwindigkeit mit dem Quadratinhalt der Profildöffnung, so erhält man den körperlichen Inhalt der in 1" durch dieselbe stürzende Wassermenge.

3. B. In einem Stromstrich, dessen Profildöffnung

8  $\square$  Fuß, sey  
 obere Geschwindigkeit = 6 Fuß  
 Geschwindigk. eines tief. Str. = 5 — 6 Zoll  
 untere Geschwindigkeit = 3 — 6 —

Summe 15 in 3 Theile geth., giebt

mittlere Geschwindigkeit = 5 Fuß in 1 Sekunde,  
 mit der Profildöffnung = 8 multiplicirt,

giebt 40 Kubikf. Wasser in 1 Sek.

§. 627. Wenn man an einem mit Wasser angefüllten Gefäße unterhalb der obern Wasserfläche Öffnungen anbringt, so ist die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers allemal kleiner, als die berechnete, und zwar in dem Verhältniß  $5\frac{3}{4} : 8$ , oder  $5,375 : 8$ . Bei der Höhe oder Tiefe von 1 Fuß beträgt die zugehörige wirkliche Geschwindigkeit  $5\frac{3}{4}$  Fuß, und ein gleiches Verhältniß findet bei jeder andern Höhe statt.

Es sey z. B. Fig. 217. an dem Gefäß ABDC eine Öffnung F 6 Fuß tief unter der Wasserfläche AB, man sucht die Geschwindigkeit des ausströmenden Wasserstrahls.

Formel:  $G = 5,375 \cdot \sqrt{T}$ ; oder  $5,375 \cdot \sqrt{6}$   
 $= 5,376 \cdot 2,449 = 13,163$  Fuß Geschwindigkeit in 1 Sekunde.

(G = Geschwindigkeit, T = Tiefe BF.)

Die ausströmende Wassermenge findet man, wenn man die Geschwindigkeit mit der Fläche der Öffnung multiplicirt.

§. 628. Die in einerlei Zeit aus verschiedenen Höhen F und D durch gleich große Öffnungen ausfließenden Wassermengen M und m verhalten sich zu einander, wie die Quadratwurzeln aus den Wasserhöhen.

Formel:  $M : m = \sqrt{DB} : \sqrt{FB}$ .

Der ausfließende Wasserstrahl DS bildet beinahe eine Parabel. Seine Geschwindigkeit findet man auch durch die Division des Weges OS durch die Zeit, die der Strahl gebraucht, um DO zu durchfallen. Die Zeit aber ergiebt sich aus der Fallhöhe DO.

§. 629. Wenn die Öffnung im Vergleich zur Wasserhöhe beträchtlich ist, so ist die Geschwindigkeit am obern und untern Rande der Öffnung zu suchen, und daraus und aus dem Flächenraum derselben die Wassermenge zu berechnen.

Es bezeichne B Fig. 216. den Wasserspiegel; BA die Tiefe des obern und BD des untern Randes, also AD die Öffnung, so ist BD die Axe einer Parabel, AC = a, und DG = n sind Ordinaten, welche die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers in diesen Entfernungen

nungen vom Scheitel B vorstellen. Man suche den Flächeninhalt von dem Stück ACDG.

Nenne  $BA = c$ ,  $BD = d$ ,  $f$  halt die

Formel:  $\frac{2nd}{3} - \frac{2ca}{3} = \text{Fläche von ACDG}$ ; welche mit der Breite der Öffnung multiplicirt, die ausströmende Wassermenge in 1" giebt.

3. B. Es sey die Öffnung 2 Fuß hoch und 4 Fuß breit; der obere Rand liege 1 Fuß unter der Wasserfläche, wie groß ist die ausströmende Wassermenge in 1"?

Hier ist  $BA = c = 1$ ,  $BD = d = 3$  man sucht erst nach §. 627. die Geschwindigkeiten für die Punkte A und D, d. h. die Ordinaten a und n. Die Formel war  $5,375 \cdot \sqrt{T}$ ; das ist hier  $= 5,375 \cdot \sqrt{1} = 5,4 \dots = a$  und  $5,375 \cdot \sqrt{3} = 5,4 \cdot 1,73 = 9,34 \dots = n$ .

Nun ist  $\frac{2nd}{3} - \frac{2ca}{3} = \frac{2 \cdot 9,34 \cdot 3}{3} - \frac{2 \cdot 5,4}{3} = 18,68 - 3,6 = 15,08 \square \text{ Fuß} = \text{ACGD}$   
mit  $4 \text{ Fuß}$  = der Breite der Öffnung multiplicirt, giebt  $60,32$  Kubikfuß Wassermenge in 1".

§. 630. Wenn der Einschnitt im Gefäße bis an den Wasserspiegel in B reicht, so ist der senkrechte Durchschnitt einer Parabel gleich, deren Fläche man findet durch die

Formel:  $BD \cdot DG \cdot \frac{2}{3}$ , wobei DG die Geschwindigkeit für den untersten Punkt D bedeutet. Die so erhaltene Zahl mit der Breite der Öffnung multiplicirt, giebt den Kubikinhalte der in 1" ausströmenden Wassermenge.

Nach vorigem §. war  $BD = d = 3 \text{ Fuß}$ ,  $DG = n = 9,34$ . Also  $\frac{n \cdot d \cdot 2}{3} = \frac{9,34 \cdot 3 \cdot 2}{3} = 18,68$

mit  $4 \text{ Fuß}$  Breite der Öffnung multiplicirt, giebt  $74,72$  Kubikfuß Wassermenge in 1".

Weil  $5,4 \cdot \frac{2}{3} = 3,6$ , so giebt dies, wenn man die Tiefe = T, die Breite = B nennt, folgende allgemeine



Formel:  $3,6 \cdot T \cdot B \cdot \sqrt{T} =$  der ausströmenden Wassermenge aus einer Öffnung, die zum Wasserspiegel reicht.

§. 631. Die Berechnung des Drucks des Wassers, welchen es auf die Seite oder gegen ein Schutzbrett ausübt, läßt sich aus folgender Tabelle nehmen.

Seitendruck des Wassers bei verschiedenen Standwasserhöhen auf eine quadratzöllige Fläche, in Pfunden und Lothen.

Standwasserhöhe.	Seitendruck auf 1 □ Zoll	Standwasserhöhe.	Seitendruck auf 1 □ Zoll	Standwasserhöhe.	Seitendruck auf 1 □ Zoll
Fuß. Zoll.	℥   Loth	Fuß. Zoll.	℥   Loth.	Fuß. Zoll.	℥   Loth.
1	1,25	2	2	1	6
2	1,75	3	1	9	4
3	2	4	1	12	3
4	3,25	5	1	15	4
5	3,75	6	1	18	5
6	4,25	7	1	22	6
7	5,25	8	1	25	7
8	5,88	9	1	29	8
9	6,25	10	2	—	10
10	7,25	11	2	4	11
11	7,75	—	2	7	12
1	8,5	3	1	11	13
1	10	—	2	15	14
2	12	—	3	19	15
3	14	—	4	23	16
4	16	—	5	28	17
5	18	—	6	3	18
6	20	—	7	6	19
7	22	—	8	11	20
8	24	—	9	16	21
9	26	—	10	21	22
10	28	—	11	3	23
11	30	—	12	3	24
2	—	4	—	3	25
1	—	—	1	4	26
1	3	—	2	4	27
				9	28
				3	29
				9	30

Stand-

Standwasserhöhe.		Seiten-druck auf 1 □ Zoll.		Standwasserhöhe.		Seiten-druck auf 1 □ Zoll.		Standwasserhöhe.		Seiten-druck auf 1 □ Zoll.		
Fuß.	Zoll.	℔	℔	Fuß.	Zoll.	℔	℔	Fuß.	Zoll.	℔	℔	
6	4	9	27	7	7	14	8	8	10	19	10	
	5	10	4		8	14	18		11	19	22	
	6	10	13		9	14	28		9	—	20	2
	7	10	22		10	15	6		1	20	14	
	8	10	31		11	15	16		2	20	26	
	9	11	8		8	—	15		26	3	21	6
	10	11	17		1	16	5		4	21	18	
	11	11	26		2	16	16		5	21	30	
	7	—	12		3	3	16		27	6	22	10
		1	12		12	4	17		6	7	22	22
		2	12		22	5	17		17	8	23	2
3		13	—	6	17	28	9	23	15			
4		13	10	7	18	7	10	23	28			
5		13	20	8	18	18	11	24	9			
6		13	30	9	18	30	10	—	24	22		

Mit Hülfe vorstehender Tabelle findet man den Druck gegen eine Seitenfläche, oder ein Schutzbrett bei Mühlen, indem man alle Lothe und Pfunde in der Tabelle von 1 Zoll bis zur gegebenen Standwasserhöhe addirt, und mit der Breite der Schutzöffnung multiplicirt.

z. B. Es sey Höhe des Standwassers = 3 Fuß 11 Zoll; die Breite = 3 Fuß 2 Zoll, oder 38 Zoll; wie groß ist der Druck?

Addirt man von 1 Zoll bis 3' 11" zusammen, so kommen 64 ℔, welche mit 38 Zoll multiplicirt, 2432 ℔ Druck geben.

§. 632. Wenn Druck und Gegendruck sich das Gleichgewicht halten, so erfolgt Stillstand, und die Kräfte heißen todte Kräfte. Soll nun eine Bewegung erfolgen, so muß auf einer Seite ein Übergewicht, eine lebendige Kraft vorhanden seyn. Beim Mühlenwesen nimmt man an, daß sich die lebendige Kraft zur todten verhalte, wie 9:4. Um nun zu finden, ob der Druck z. B. von 2432 ℔ wol im Stande sey, ein Mühlenwerk zu treiben, das 1080 ℔ todte Kraft hat, setzt man

$$4 : 9 = 1080 \text{ ℔} : x$$

und findet, daß 2430 ℔ für die lebendige Kraft erforderlich sind, welche von 2432 noch übertroffen werden.

§. 633. Die folgenden Aufgaben lassen sich mittelst der Tabelle §. 631. lösen.

1. Die lebendige Kraft von 2430 ℔ ist gegeben, man sucht die Schuhöffnung, wenn die Standwasserhöhe 3 Fuß 11 Zoll ist.

Aufl. Addire in der Tabelle von 1 Zoll bis 3' 11" = 64 ℔, und setze

$$64 \text{ ℔} : 1 \text{ Zoll breit} = 2430 \text{ ℔} ?$$

Man wird 38 Zoll Öffnung finden.

2. die todte Kraft einer Maschine = 1109 $\frac{1}{3}$  ℔, Höhe des Standwassers = 3 Fuß 8 Zoll; man sucht die Breite des Schuhs, die zur todten Kraft gehört, die lebendige Kraft, und die dazugehörige Schuhbreite.

Aufl. Addire in der Tafel von 1" bis 3' 8", welches 52 ℔ giebt. Dann setze 52 ℔ : 1" = 1109 $\frac{1}{3}$ ? Man wird 21 Zoll 4 Linien Schuhbreite finden, welche hinlänglich ist, wenn der Wasserdruck die Maschine im Gleichgewicht halten soll.

Die lebendige Kraft findet man  $4 : 9 = 1109\frac{1}{3} : 2496 \text{ ℔}$ . Hierzu die Schuhbrettbreite  $52 \text{ ℔} : 1 \text{ Zoll} = 2496 \text{ ℔} : 48 \text{ Zoll}$ .

3. Die Breite des Schuhs ist gegeben = 4 Fuß; man sucht die Höhe des Standwassers, welche erfordert wird, eine Gewalt von 2496 ℔ auszuüben.

Aufl. Man dividire 4 Fuß oder 48 Zoll in 2496 ℔; der Quotient ist 52. Nun addire man in der Tabelle von 1 Zoll an die Lothe und Pfunde, bis man 52 ℔ hat, so findet man bei der letzten Zahl die gesuchte Standwasserhöhe = 3 Fuß 8 Zoll.

§. 634. Friction oder Reibung ist der Widerstand, den die Körper bei ihrer Bewegung äußern, und hat ihren Grund in dem Eindringen vermöge ihrer Schwere. Die Reibung ist nicht bei allen Körpern gleich, und bei den schweren und rauhen größer, als bei den leichten und glatten. Dabei ist zu merken, daß bei Berechnung der Reibung