UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

§. 660-667. Optik, Erleuchtung, Sehewinkel, Größe der Schatten und Halbschatten;

urn:nbn:de:hbz:466:1-63556

Visual Library

V. Vom Licht.

§. 660. Der Lichtstoff ist eine feine, elastische, unwägbare, sehr verbreitete, oft gebundene, meist freie Materie, die auf alle Naturdinge wesentlich wirkt, und gesunden Augen das Sehen gewährt. Seine Gegenwart ist Helligkeit, seine Abwesenheit Finsterniß. Er ist auch da vorhanden, wohin kein Tageslicht dringt. Viele Thiere sehen im Finstern.

Seine Geschwindigkeit ist erstaunlich groß. Aus der Verfinsterung der Jupiterstrabanten weiß man, daß das Licht in 8 Minuten $7\frac{1}{2}$ Sekunde einen Weg von 20 Millionen Meilen, in 1 Sekunde aber 40000 Meilen zurücklegt; 976000mal schneller, als der Schall; $1\frac{1}{2}$ Millionen mal schneller, als eine Kanonenkugel, und 10310 mal schneller, als die Bewegung der Erde ist.

§. 661. Die Bewegung den Lichts ist stets geradlinicht. — Millionen Lichtstrahlen gehen durch einen Nadelstich. Ein leuchtender Punct zersplittert seine Strahlen nach allen möglichen Richtungen in unendlicher Anzahl.

Die Lehre vom gerade fortgehenden Licht heißt Optik. Strahlen, die von einem leuchtenden Puncte auf die Ebenen ab und df Fig. 221. (welche von c aus unter gleichen Winkeln erscheinen) fallen, erleuchten die entferntere weniger, als die nähere. Denn es fallen zwar auf ab eben so viel Strahlen, als auf df, allein sie liegen auf ab zerstreuter. Jeder Punct auf der nähern df erhält daher mehr Licht, als ein Punct auf der ferneren ab. Zieht man mit cd, und darauf mit ca Kreise, so verhalten sich diese Kreisflächen, wie die Quadrate der Halbmesser; und weil die Erleuchtung auf dem fernern Körper schwächer, als auf dem nähern, so gilt $cd^2 : ca^2 = E : e$, wo E die Lichtstärke auf ab, und e die auf df bezeichnet. Folglich haben wir die

Formel: $\frac{cd^2 . e}{ca^2} = E =$ der Erleuchtung auf ab,

$\frac{ca^2 . E}{cd^2} = e =$ der Erleuchtung auf df.

Z. B. es sey $cd = 3$; $ca = 4$, so ist $E = \frac{3^2 \cdot 1}{4^2}$ $= \frac{9}{16} =$ der Erleuchtung auf ab, wenn die auf $df = 1$ gesetzt wird.

Die Stärke der Erleuchtung auf jeder Fläche verhält sich umgekehrt, wie die Quadrate der Entfernung vom leuchtenden Punct. Eine 3mal größere Entfernung erlaubt eine $3 \cdot 3 = 9$ mal schwächere Erleuchtung.

§. 662. Eine schiefe Ebene ab Fig. 222. erhält vom leuchtenden Punct c nur so viel Licht, als das Perpendikel bd, das doch beträchtlich kleiner ist. Man kann db als den Sinus des Winkels acb ansehen, unter welchem von c aus die Ebene ab erscheint. Folglich hängt die Stärke der Erleuchtung vom Sinus des Winkels acb, unter welchem ab erscheint, ab.

Daher erwärmen die Lichtstrahlen im Winter und überhaupt bei niedriger Sonnenhöhe nur wenig.

§. 663. Gleich große Gegenstände ba und ed Fig. 223. erscheinen bei verschiedenen Entfernungen unter verschiedenen Sehewinkeln acb und dce.

Ist der Winkel, unter welchem ein erleuchteter Körper erscheint, kleiner, als eine Minute, so ist er nicht mehr mit bloßem Auge wahrzunehmen; leuchtende Körper sind aber bei einem Winkel unter 1 Sekunde noch sichtbar.

Im $\triangle$ abc ist bei b ein rechter Winkel; ist nun der Sehewinkel acb und die Entfernung bc bekannt, so läßt sich die Größe ab finden, denn Cosin. c : bc = Sin. c : ba; oder noch kürzer Sin. tot. : bc = Tang. c : ab; daher die

Formeln: $\frac{ab}{\text{Tang. } c} = bc =$ dem Abstande des Gegenstandes.

$bc \cdot \text{Tang. } c = ab =$ der Größe des Gegenstandes.

$\frac{ab}{bc} = \text{Tang. } c =$ der Tangente des Gesichtswinkels.

Eben

Eben so können die Werthe im $\triangle$ dce gefunden werden.

Der Sehewinkel nimmt mit der Entfernung ab; und ist daher 1= 2= 3mal kleiner, wenn der Gegenstand 1= 2= 3mal entferner ist.

§. 664. Zwei Körper E und B Fig. 227. bewegen sich von E nach G, und von B nach C in gleicher Zeit gleich weit, während ein Auge in O ruht. Ihre wahren Geschwindigkeiten sind gleich, oder verhalten sich wie EG zu BC; aber ihre Winkelgeschwindigkeiten EOG und BOC sind ungleich, und der nähere B scheint einen größern Weg zurückgelegt zu haben, weil $<$BOC größer ist, als $<$EOG. Die scheinbaren Geschwindigkeiten hängen also von den Winkeln EOG und BOC ab.

Formel: $BO : EO = \text{Tang. } EOG : \text{Tang. } BOC.$

Vergleicht man die Wege dh und EG, die in gleichen Zeiten gleiche Winkel machen, so gilt die

Formel: $Od : dh = OE : EG.$

Und wenn Winkel und Entfernungen verschieden sind:

Formel: $\frac{Od}{dh} : \frac{BC}{BO} = \text{Tang. } dOh : \text{Tang. } BOC.$

§. 665. Man will finden, wie groß das leuchtende und erleuchtete Stück des Abstandes zweier Kugeln ist, von denen eine leuchtend, und der Halbmesser einer jeden gegeben ist. Fig. 224.

Aufl. In dem bekannten Abstande $= a$ beschreibe mit den gegebenen Halbmessern p und q die Halbkugeln HCF und GDK; dann ziehe an die äußersten Puncte C, D eine Tangente LE, welche die AE in E durchschneiden wird. Ist nun die große Kugel leuchtend, so ist FC die Hälfte der leuchtenden Fläche, und GD die Hälfte der erleuchteten Fläche auf der kleinen Kugel in Graden.

Der $<CAF = 180^\circ - <GBD = 90^\circ - <ABN.$ Die BN ist parallel mit CD und auf AC senkrecht. Daher ist $AN = AC - BD = p - q$; und

$$AN : AB = AC : AE$$
$$= p-q : a = p : AE$$

Also ist $\frac{a \cdot p}{p-q} = AE =$ Länge des Abstandes des Schattenkegelendpuncts vom leuchtenden Körper.

Formel: $\frac{a \cdot p}{p-q} - a = BE$, oder $= \frac{a \cdot q}{p-q} = BE$ } = der Länge des Schattenkegels vom Centro des dunkeln Körpers gerechnet.

Den Winkel ABN findet man

$$AB : \text{Sin. tot.} = AN : \text{Sin. } ABN$$
$$= a : \text{Sin. tot.} = p-q : \text{Sin.} < ABN.$$

Formel: $\text{Sin. } ABN = \frac{\text{Sin. tot.} \cdot (p-q)}{a}$;

und also ist $\frac{p-q}{a} + 90° = GBD =$ der Hälfte des erleuchteten Theils;

und $90° - \frac{p-q}{a} = FAC =$ der Hälfte des leuchtenden Theils.

Z. B. Der Abstand der Erde von der Sonne sey $= a = 22000$

der Sonne Halbmesser $= p = 100$

der Erde Halbmesser $= q = 1.$

Hier ist $p - q = 100 - 1 = 99$; der Winkel ABN so zu finden:

$$\log. 99 = 1{,}9956352 + 10$$
$$\log. 22000 = 4{,}3424227$$

$$\log. \text{Sin. } ABN = 7{,}6532125 = 15' 28''.$$

Hier ist $90° - 15' 28'' = 89° 44' 32''$, und doppelt $= 179° 29' 4'' =$ demjenigen Theil der Sonne, welcher der Erde leuchtet; und $90° 15' 28''$ doppelt $= 180° 30' 56'' =$ dem von der Sonne erleuchteten Theil der Erdoberfläche.

Der Erdschatten reicht $\frac{a \cdot q}{p-q} = \frac{22000}{99} = 222\frac{22}{99} = BE.$

§. 666.

§. 666. Aus der Sonnenhöhe und Schattenlänge eines Körpers seine Höhe zu finden.

Aufl. Es stehe die Sonne in L Fig. 225., der Schatten des Gegenstandes TS falle in v, so ist $< m$ = der Sonnenhöhe, Tv die Schattenlänge, beides bekannt; man sucht TS.

Geometrisch. Trage Tv verjüngt auf das Papier, setze in v den Winkel m daran, und errichte in T ein Perpendikel, welches den Schenkel vL in S durchschneiden, und die verlangte Höhe verjüngt darstellen wird.

Arithmetisch. Setze einen Stab ab von bekannter Höhe senkrecht so, daß sein Schatten mit dem der Höhe TS in v zusammen fällt, und schließe: $va : ab = vT : TS$. Oder überhaupt gilt: die Schattenlänge des Stabes verhält sich zur Höhe des Stabes, wie die Schattenlänge des Gegenstandes zur Höhe desselben.

Trigonometrisch.

Formel: $\text{Sin. tot.} : Tv = \text{Tang. } m : TS$.

Also ist $Tv \cdot \text{Tang. } m = TS$ = Höhe des Körpers.

$$\frac{TS}{\text{Tang. } m} = Tv = \text{der Länge des Schattens.}$$

$$\frac{TS}{Tv} = \text{Tang. } m = \text{Tangente der Sonnenhöhe.}$$

Es sey

$< m = 27°$, u. log. Tang. $27° = 9,7071659$

Länge d. Schat. $Tv = 10'$, log. $10 = 1$

so ist log. $TS = 10,7071659 = 5,0952 = TS$.

§. 667. Den Halbschatten Vv zu finden.

Der leuchtende Körper Ll Fig. 226. leuchtet mit seinen äußersten Puncten L in V, und l in v; Vz wird nur von dem halben Ll erleuchtet. Der Schatten Vv wird immer lichter, bis er in v ganz verschwindet, aber TV heißt Kernschatten, weil wegen der Undurchsichtigkeit des Körpers TS daselbst gar kein Licht hinkommt. Der Punct L ist um den Durchmesser $lL = < lSL$ höher, als l. Der Winkel $x = < m - < y$.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Formel: Tang. x : TS = Sin. tot. : Tv; und Vv = Tv − TV. (Siehe §. 666.)

§. 668. Katoptrik, oder Lehre von der Zurückwerfung der Lichtstrahlen.

Eine recht glatt polirte Ebene FL Fig. 228. wirft die auf sie fallenden Lichtstrahlen AC meistentheils zurück. Der Winkel m, den ein Strahl AC mit der Fläche FC macht, heißt Einfallswinkel; er ist dem Zurückstrahlungswinkel (Reflexionswinkel) n gleich. Der Strahl AC scheint für ein Auge in B aus a C zu kommen.

Eine rauhe Ebene wirft darum die Lichtstrahlen nicht so, wie sie dieselben empfängt, zurück, und macht keine Bilder, weil sie aus vielen kleinen unregelmäßig gelegten Ebenen besteht, von denen jede den Strahl AC nach ganz andern Puncten bringt.

Wäre ein Glasspiegel eine vollkommene Ebene, so müßte er unsichtbar seyn und kein Licht seitwärts senden; allein unser Schleifen nimmt nur die größten Unebenheiten weg.

Der Ort, wo man im Planspiegel das Bild sieht, liegt eben so weit hinter demselben, als das Object vor demselben. CA = Ca; wenn in A das Object ist, so erscheint in a sein Bild.

669. Im Planspiegel ist das Bild dem Objecte vollkommen gleich, aber die rechte Seite wird zur linken, und umgekehrt.

Ein Planspiegel muß wenigstens halb so groß seyn, als eine Person, die sich ganz darin sehen will. Denn es sey ab Fig. 229. ein Planspiegel, ef eine Person, in o ihr Auge; cd das Bild derselben, so gilt cd : hk = co : ho. Aber co : ho = 2 : 1 = $\frac{1}{2}$, also ist auch cd : hk = 2 : 1, d. i. hk = $\frac{1}{2}$ cd.

In einem geraden horizontalen Spiegel ab Fig. 230. spiegeln sich senkrechte Gegenstände bz umgekehrt wie bx ab, weil ihm die untern Theile näher sind, als die obern.

Bei einer Stellung von 45° erscheint in dem ebenen Spiegel alles Liegende stehend, alles Stehende liegend, Fig. 231.

In