Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

§. 763-801. Formeln für alle Aufgaben aus der sphärischen Sternstunde, die Sonne und Fixsterne betreffend;

überschriebenen Spalte für den 10ten Tag die Zahl 7′, 49″, welche zu 12 St. 46′ addirt 12 Uhr 53′ 49″ mittlere Zeit geben.

Anmerk. Die mittlere Zeit liegt bei Sonnen- und Planetentafeln zum Grunde — Ist mittlere Zeit in wahre zu verwandeln, so verwechsle man die Zeichen. — Im Schaltjahr ist die Zeitgleichung am

1. Jan. = + 3′ 37″	1. April = + 3′ 58″	1. Jul. = + 3′ 23″
1. Febr. = + 13′ 53′	1. Mai = − 3′ 3″	1. Aug. = + 5′ 57″
1. März = + 12′ 39′	1. Jun. = − 2′ 56″	1. Sept. = − 0′ 12″

1. Oct. = − 10′ 22″
1. Nov. = − 16′ 16″
1. Dec. = − 10′ 39″.

Formeln für die Aufgaben aus der sphärischen Astronomie.

§. 763. (Zum Messen der Höhen der Himmelskörper kann ein Quadrant, Halbkreis oder Sextant, der die gehörige Schärfe giebt, gebraucht werden.) (S. §. 455. bis 458.).

Die Abweichung der Sonne aus ihrer Länge und der Schiefe der Ekliptik zu finden.

Im sphärischen △ ♈Ad Fig. 261. ist ♈d die Länge, dA die Abweichung; und < d♈A = ♋C die Schiefe der Ekliptik. Man nenne die Länge = l = ♈d; die Schiefe der Ekliptik = k = < d♈A; so ist die

Formel: $\frac{\text{Sin. l . Sin. k}}{\text{Sin. tot.}} = \text{Sin. a}$ = Abweichung.

und $\frac{\text{Sin. tot. . Sin. a}}{\text{Sin. k}} = \text{Sin. l}$ = Sonnenlänge.

und $\frac{\text{Sin. tot. . Sin. a}}{\text{Sin. l}} = \text{Sin. k}$ = Schiefe der Ekliptik.

Die Schiefe der Ekliptik ist gegenwärtig 23° 27′ 52″ = k.

§. 764. Die gerade Aufsteigung der Sonne ♈A aus der Länge, und der Schiefe der Ekliptik zu finden.

For-

Formel: $\frac{\text{Tang. l . Cos. k}}{\text{Sin. tot.}}$ = Tang. g = geraden Aufsteigung.

und $\frac{\text{Tang. g . Sin. tot.}}{\text{Cos. k}}$ = Tang. l = Sonnenlänge.

und $\frac{\text{Tang. g. Sin. tot.}}{\text{Tang. l}}$ = Cos. k = Schiefe der Ekliptik.

Anmerk. Da sich die 4 Quadranten der Ekliptik gleich sind, so wird die Berechnung der Größen g, l, k, a in den übrigen 3 Quadranten eben so geführt; nur merke man wohl, daß man unter l (Sonnenlänge) allemal den Bogen verstehen muß, der zwischen dem gegebenen oder gefundenen Punct d, und dem nächsten Durchschnitt der Ekliptik mit dem Aequator liegt. So ist z. B. im 2ten Quadranten die Größe l = dem Abstand von ♎ Fig. 261. nach ♋ zu gerechnet. Gesetzt, man sucht die gerade Aufsteigung der Sonne, wenn ihre Länge 5 Zeichen, d. i. = 150° in ♍ ist. Man ziehe 150° von 180 ab, so bleibt der Bogen ♎ ♍ = 30° = l. Die Rechnung giebt die Größe 180e = g, welche wieder von 180 subtrahirt die gerade Aufsteigung übrig läßt. — Ueberhaupt lehrt der Anblick der 26ßen Figur, wie man sich in jedem Quadranten zu benehmen habe.

In den Kalendern und astronomischen Jahrbüchern findet man für den Augenblick des wahren Mittags, als den Anfang des astronomischen Tages, die Länge der Sonne (in den Jahrbüchern von Bode auch noch die Abweichung, gerade Aufsteigung und alles, was den Lauf der Sonne, des Mondes, und der Planeten betrifft, aufs genauste) angegeben. — Die Länge der Sonne wird aus den sogenannten Sonnentafeln, wovon im Anhange Tafel XI. eine Probe vorkommt, berechnet.

§. 765. Die Polhöhe des Beobachtungsortes zu finden.

1. Miß mit einem Quadranten oder andern Winkelmesser die Höhe der Sonne im Augenblick ihrer Culmina-

 tion,

tion, ziehe davon ihre Abweichung ab, wenn sie diesseit des Äquators (vom 21sten März bis 23sten September), oder addire die Abweichung dazu, wenn sie jenseit des Äquators (vom 23sten Sept. bis 21sten März) ihren Tagbogen beschreibt: in beiden Fällen erhält man die Äquatorhöhe, deren Ergänzung zu 90° die Polhöhe ist.

Dies Verfahren ist leicht und genau, wenn man dabei folgende Umstände berücksichtigt:

Da man eigentlich den Mittelpunct der Sonne messen sollte, welcher sich durch nichts kenntlich macht, so mißt man gewöhnlich die Höhe des obern oder untern Sonnenrandes, und zieht davon ab, oder addirt dazu den halben Durchmesser der Sonne, wodurch man den Mittelpunct derselben erhält. Wie viel Minuten und Secunden der Sonnenhalbmesser an jedem Tage hat, zeigt Tafel IV. im Anhange.

Ein zweiter, nicht zu übergehender Umstand ist die Strahlenbrechung, welche macht, daß ein Himmelskörper stets höher erscheint, als er wirklich ist. Wie viel sie bei einer gemessenen Höhe beträgt, kann aus Tafel VI. ersehen werden. Der Betrag der Strahlenbrechung muß allemal von der scheinbaren Höhe abgezogen werden, um die wahre zu erhalten.

Wegen der Parallaxe erscheinen solche Himmelskörper, bei denen sie noch merklich ist, niedriger, als sie wirklich sind, daher muß der Betrag derselben, welchen die Tafel V. für die Sonne angiebt, zu der gemessenen Höhe addirt werden. (Mehreres davon unten §. 808. f.)

Z. B. Man habe am 2ten Mai des Mittags die Culminationshöhe d. obern Sonnenrand. gefund. = 53° 9′ 51″
so ist die Strahlenbr. Tafel VI. abzuziehen — — 45″

wahre Höhe des obern Sonnenrandes = 53° 9′ 6″
davon den Halbmesser der Sonne, Taf. IV. = — 15′ 55

Höhe des Mittelpuncts = 52° 53′ 11″
Hievon die Abweichung der Sonne = 15° 24′ 53″

Höhe des Äquators = 37° 28′ 18″
also Polhöhe = 52° 31′ 42″
dazu die Parallaxe = — — 5″

Wahre Polhöhe = 52° 31′ 47″

2. Oder

2. Oder man messe die Culminationshöhe eines Sterns, ziehe davon die Strahlenbrechung ab, und addire oder subtrahire seine Abweichung, je nachdem sie südlich oder nördlich ist, so kommt die Äquatorhöhe. Die Fixsterne erscheinen als Puncte; und ihre Parallaxe (davon später unten) verschwindet ganz; daher sind solche Messungen sehr brauchbar, aber wegen der Dunkelheit der Nacht doch nicht so leicht auszuführen, als man glaubt. Denn man muß Vorrichtungen zur Erleuchtung des Limbus, und des Kreuzschnitts im Brennpunct des Augenglases treffen. Erstere (die Erleuchtung des Gradbogens) kann durch eine seitwärts stehende Lampe; letztere durch einen breiten Pappring, der in geringer Entfernung vor dem Objectivglase angebracht ist, rückwärts erleuchtet wird, und sein Licht mit in den Tubus wirft, erlangt werden.

Um den starken Glanz der Sonne zu mildern, hält man ein stark gefärbtes, oder am Licht schwarz angelaufenes Glas zwischen das Auge und den Tubus oder das Diopter.

3. Beobachtet man in langen Winternächten die Culmination eines Sterns diesseit, und 12 Stunden nachher jenseit des Pols (unter demselben), zieht von der größeren Höhe die kleinere ab, so bleibt eine Differenz, in deren Mitte der Weltpol liegt; addirt man nun die halbe Differenz zur kleinern Höhe, oder zieht sie von der größern ab, so erhält man die Polhöhe. Der Stern muß nicht untergehen, also in unserer Gegend nicht über 50° vom Pol abstehen. Die Strahlenbrechung wird von jeder Höhe abgezogen.

§. 766. **Die Abweichung der Sonne oder eines Sterns zu finden, wenn die Polhöhe bekannt ist.**

Miß die Culminationshöhe der Sonne oder des Sterns, und ziehe davon die Strahlenbrechung ab; so ist der Unterschied zwischen der beobachteten Sonnenhöhe und der bekannten Äquatorhöhe die Abweichung. Sie ist nördlich, wenn die gemessene Höhe mehr beträgt, als die Äquatorhöhe; im Gegentheil südlich.

§. 767. **Den Unterschied der geraden und schiefen Aufsteigung zu finden, wenn die Abweichung der Sonne und die Polhöhe bekannt sind.**

Dieser Unterschied ist aus Figur 262. der Bogen OD des Äquators AQ. Es befinde sich die Sonne in S, dem nördlichen Wendekreise, am Horizont, so geht mit ihr zugleich der Punct O im Äquator auf; aber der Punct D kommt mit ihr zugleich in den Meridian. SD ist ihre Abweichung = a. Wäre die Sonne im Äquator in O, so brauchte sie 6 Stunden bis zum Meridian in A; allein jetzt wird der Bogen OD auch noch dazu gehören.

Im rechtwinklichten Dreieck OSD ist $< K =$ der Äquatorhöhe; $SD = a =$ Abweichung; bei D der rechte Winkel; daher die

Formel: $\text{Sin. tot.} : \text{Tang. a} = \text{Cot. k} : \text{Sin. OD},$

also $\dfrac{\text{Tang. a . Cot. k}}{\text{Sin. tot.}} \left\{ \begin{array}{l} = \text{Sin. OD} \\ = \text{Sin. u} \end{array} \right\} =$ Unterschied der geraden und schiefen Aufsteigung.

Z. B. Es sey die Abweichung

$SD = a = 23° 28'$, log. Tang. a $= 9.6376106$

d. Äquatorh. $= < k = 37° 28'$, log. Cot. k $= 10.1155428$

Unt. der ger. und schief. Aufst. log. Sin. $= \cancel{1}9.7531534$

$u = 34° 30' = OD$

nach Tafel I. in Zeit verwandelt, giebt 2 St. 18′; werden diese zu 6 Stunden addirt, so erhält man den halben Tagbogen der Sonne = 8 St. 18′; folglich wird die **Tageslänge** 16 St. 42′; der **Aufgang der Sonne** um 3 Uhr 42′; und ihr Untergang um 8 Uhr 18′ seyn.

Hat die Sonne eine südliche Abweichung (vom 23sten Sept. bis zum 21sten März), so wird der gefundene Bogen in Zeit verwandelt und von 6 Stunden abgezogen. Der Rest ist die halbe Tageslänge.

Aus der vorigen Proportion fließen noch die Formeln:

$\dfrac{\text{Sin. tot. Sin. u}}{\text{Tang. a}} = \text{Cot. k} =$ der Äquatorhöhe, oder Tang. der Polhöhe.

$\dfrac{\text{Sin. tot. Sin. u}}{\text{Cot. k}} = \text{Tang. a} =$ der Abweichung der Sonne.

§. 768.

§. 768. Die Morgen- und Abendweite zu finden, wenn Polhöhe und Abweichung der Sonne bekannt sind.

Nach Fig. 262. ist O der wahre Ostpunct; OS die Morgen- oder Abendweite im Sommer; of im Winter; man sucht den Bogen OS = m am Horizont.

Formel: Sin. k : Sin. a = Sin. tot. : Sin. m.

und $\frac{\text{Sin. tot. Sin. a}}{\text{Sin. k}}$ = Sin. m = Morgen- und Abendweite.

so wie $\frac{\text{Sin. tot. Sin. a}}{\text{Sin. m}}$ = Sin. k = Äquatorhöhe.

und $\frac{\text{Sin. k . Sin. m}}{\text{Sin. tot.}}$ = Sin. a = Abweichung.

Anmerk. In den Sommermonaten liegt die Morgen- und Abendweite von Osten und Westen nach Norden; in den Wintermonaten von Osten und Westen nach Süden zu.

§. 769. Die Höhe der Sonne für eine gegebene Zeit zu finden, wenn Abweichung und Polhöhe bekannt sind.

Es sey Fig. 263. HR der Horizont; AQ Äquator; in Z das Zenit, in P der Pol; in a die Sonne; so ist pa ihre Abweichung, aP die Ergänzung zu 90°; na die Sonnenhöhe, aZ ihre Ergänzung zu 90°; ZP der Abstand des Zenits vom Pol = der Äquatorhöhe; HP der Meridian; < h der Stundenwinkel, dessen Maaß der Bogen pA.

In dem schiefwinklichten Dreieck ZaP ist bekannt ZP = dem Abstand des Zenits vom Pol; aP die Ergänzung zur Abweichung pa, und der Stundenwinkel h, dessen Maaß pA (die in Bogen verwandelte Zeit vor oder nach der Culmination in A); man sucht aZ.

Fälle das Perpendikel ZC, so entstehen zwei rechtwinklichte Dreiecke. Dann ist das Stück x oder CP zu finden:

Formel: Tang. x = Tang. ZP . Cos. h; aber aP — x = aC = y;

und

und Cosin. x : Cos. ZP = Cos. y : Cos. aZ.
und 90° — aZ = der gesuchten Sonnenhöhe.

Anmerk. Wenn die Sonne eine südliche Abweichung hat, so ist Pa größer, als 90°; bei nördlicher Abweichung hingegen kleiner. Im erstern Fall ist der Abstand Pa $= 90^\circ +$ der Abweichung, und im letztern Fall $90^\circ -$ der Abweichung.

§. 770. Die Polhöhe aus der Höhe und Abweichung der Sonne zu einer gegebenen Zeit zu finden.

Im △ ZaP Fig. 263. ist bekannt aP die Ergänzung zur Abweichung; aZ die Ergänzung zur Sonnenhöhe, und der Stundenwinkel h; man sucht ZP die Ergänzung zur Polhöhe. Auf die verlängerte Seite PZ fälle das Perpendikel ad, wodurch das rechtwinklichte Dreieck Pad entsteht, in welchem die

Formel: Tang. Pd = Cos. h . Tang. aP;
und Cos. aP : Cos. Pd = Cos. Za : Cos. dZ;
aber Pd — dZ = PZ = dem Abstand des Zenits vom Pol, oder der Äquatorhöhe.

§. 771. Die Zeit (oder den Abstand der Sonne vom Meridian) zu finden, wenn Pol- und Sonnenhöhe, nebst ihrer Abweichung bekannt sind.

Im schiefwinklichten △ PZa Fig. 263. sind alle 3 Seiten bekannt; denn ZP = der Äquatorhöhe; aZ = der Ergänzung der Sonnenhöhe; aP = dem Abstand derselben vom Pol, welcher sich aus der Abweichung ergiebt. Man sucht den Stundenwinkel h.

Man nenne die Seite aZ = A; ZP = B; aP = C; Fig. 264;

Formel:

$$\text{Sin.}\ \tfrac{1}{2}\,h^2 = \left[\frac{\text{Sin.}\left(\frac{A+B-C}{2}\right).\ \text{Sin.}\left(\frac{A+C-B}{2}\right)}{\text{Sin. B . Sin. C}}\right]$$

Z. B. Es sey der Abstand der Sonne von P, oder Seite $C = 83° \; 19'$

der Cosinus der Polhöhe, oder Abstand des Zenits vom Pol, Seite $B = 38° \; 53'$

der Cosinus der Sonnenhöhe, oder die Seite $aZ = A = 70°$ —

so ist $\frac{70° + 38° \; 53' - 83° \; 19'}{2} = \frac{25° \; 34}{2}$

$= 12° \; 47'$, log. Sin. $= 9{,}3449124$

und $\frac{70° + 83° \; 19' - 38° \; 53'}{2} = \frac{114° \; 26'}{2}$

$= 57° \; 13'$, log. Sin. $= 9{,}9246535$

Decadische Ergänzung des log. Sin. $38° \; 53'$ dazu addirt $= 0{,}2022225$

Decadische Ergänzung des log. Sin. $83° \; 19'$ dazu addirt $= 0{,}0029613$

log. $\frac{1}{2} h^2 = 19{,}4747497$

daraus die $\sqrt{} = 2$:

log $\frac{1}{2} h = 9{,}7373748$

$\frac{1}{2} h = 33° \; 7'$

(. 2

also $< h = 66° \; 14'$

Verwandelt man nach Tafel I. den Bogen 66° 14′ in Zeit, so ergiebt sich 4 St. 24′ 56″, um welche Zeit die Sonne vom Meridian absteht. Es war also entweder um 7 Uhr 35′ 4″ Vormittags, oder um 4 Uhr 24′ 56″ Nachmittags.

Bei südlicher Abweichung ist 90° + der Abweichung; bei nördlicher aber 90° — Abweichung = der Seite aP = C; die Berechnung dieselbe.

§. 772. Das Azimuth aus der bekannten Pol- und Sonnenhöhe für eine gegebene Zeit zu finden.

Nach Fig. 263. ist ZP = dem Cos. der Polhöhe; folglich AZ = der Polhöhe; der Stundenwinkel h giebt den Bogen Ap, den Abstand der Sonne vom Meridian (die Zeit in Grade verwandelt nach Tafel I.), und aZ = dem Cosin. der Sonnenhöhe; na = Sonnenhöhe.

Man

Man sucht den Winkel m, dessen Maaß Hh, das Azimuth ist.

Formel: Tang. h . Cos. ZP = Cot. w,

und Cot. ZP : Cos. w = Cot. aZ : Cos. r.

Nun machen < m + < w + < r = 180°; also ist 180° — (w + r) = < m = dem Azimuth.

§. 773. Den parallatischen Winkel (den der Vertikalkreis mit dem Abweichungskreise macht) aus der Sonnen- und Polhöhe und der Tageszeit zu finden.

Dieser Winkel ist in Fig. 263. der Winkel ZaP. Bekannt ist ZP; Za und < h (den die in Grade verwandelte Zeit giebt).

Formel: Sin. aZ : Sin. h = Sin. ZP : Sin. ZaP.

(wobei aZ die Ergänzung der Sonnenhöhe zu 90°; ZP = Äquatorhöhe).

§. 774. Die Zeit zu finden, wenn Azimuth, Polhöhe und Abweichung der Sonne bekannt sind.

In Fig. 265. ist < m = 180° — n, und < n = Azimuth; man sucht < h. Auf die nach G verlängerte aZ fälle ein Perpendikel PG.

Formel: Sin. tot. : Cos. ZP = Tang. m : Cot. o.

und Tang. aP : Tang. ZP = Cos. o : Cos. aPG.

Aber aPG — o = h = dem Stundenwinkel, welcher in Zeit zu verwandeln ist.

§. 775. Die Polhöhe desjenigen Ortes zu finden, wo die Dämmerung anfängt, im Sommer die ganze Nacht zu dauren.

Addire zur größten Abweichung der Sonne = 23° 27′ 52″
den Sehnungs- oder Dämmerungsbogen,
welcher = 18°

so giebt die Summe des Ortes Äquatorhöhe = 41° 27′ 52″
folglich seine Polhöhe = 48° 32′ 8″

§. 776. Die Zeit zu finden, in welcher an einem Orte, dessen Polhöhe größer, als

48°

48° 32′ 8″ ist, die ganze Nacht die Dämmerung dauret.

Von der Äquatorhöhe ziehe den Dämmerungsbogen ab, so giebt der Rest die Abweichung der Sonne, welche an dem Tage statt findet, wo die Dämmerung die ganze Nacht dauret.

Z. B. Es sey Polhöhe = 52° 32′; Äquatorhöhe = 37° 28′
Dämmerungsbogen = 18°

Abweichung der Sonne = 19° 28′

Diese Abweichung hat die Sonne am 17ten Mai und 26sten Juli, wenn ihre Länge 3 Zeichen 15° ist. Im Ganzen dauret die Zeit der nächtlichen Dämmerung 70 Tage.

§. 777. Die Zeit der kürzesten Dämmerung zu finden.

Multiplicire den Sinus der Polhöhe mit der Tang. 9 Grad; das Product ist der Sinus der südlichen Abweichung der Sonne, zur Zeit der kürzesten Dämmerung.

Z. B. Polhöhe 52° 31′ log. Sin. = 9,89956
Tang. 9° = 9,19971

Sin. der südlichen Abweichung = 19,09927
= 7° 13′

Diese Abweichung der Sonne findet am 2ten März und 12ten October statt, wo die Dämmerung 1 St. 59′ dauret.

§. 778. Die Dauer der kürzesten Dämmerung zu finden.

Dividire den Sin. 9° durch den Cos. der Polhöhe; multiplicire den sich ergebenden Sinus mit 2, und verwandle ihn in Zeit.

Z. B. log. Sin. 9° = 9,19433 + 10
Cos. 52° 31′ = 9,78428

log. Sin. = 9,41005 = 14° 54′
(.2
29° 48′

in Zeit verwandelt nach Tafel I. = 1 St. 59′ kürzesten Dämmerung.

§. 779.

§. 779. **Die Länge der Dämmerung an einem gegebenen Tage für eine bekannte Polhöhe zu finden.**

Nach Beobachtungen beginnt die Dämmerung, wenn die Sonne noch 18° tief unter dem Horizont steht; also ist im △ ZSP Fig. 266. die Seite ZS = 90° + 18° = 108°; PS ist der Abstand der Sonne vom Pol; ZP die Entfernung des Zenits vom Pol; folglich alle 3 Seiten bekannt. Man sucht den Stundenwinkel h.

Nennt man die 3 Seiten A, B, C, so ist die

Formel:

$$\mathrm{Sin.}\,\tfrac{1}{2}h^2 = \sqrt{\frac{\mathrm{Sin.}\left(\frac{A+B-C}{2}\right).\,\mathrm{Sin.}\left(\frac{A+C-B}{2}\right)}{\mathrm{Sin.}\,B\,.\,\mathrm{Sin.}\,C}}$$

(Die Auflösung dieser Formel ist §. 771. gezeigt.)

Wird der gefundene Bogen in Zeit verwandelt, und von ihm der halbe Tagbogen subtrahirt, so bleibt im Rest die Dauer der Dämmerung.

Z. B. Wenn $SP = C = 83°\ 12'$
$ZP = B = 37°\ 28'$,
$ZS = A = 108°$

so findet man $h = 131°\ 50'$, in Zeit 8 St. 47′ 20″. Der halbe Tagbogen ist 6 St. 35′, folglich Dauer der Dämmerung = 2 St. 12′ 20″.

§. 780. **Den Tag zu finden, an welchem unter einer gegebenen Polhöhe die Sonne zu einer bestimmten Zeit aufgeht.**

Mit der bestimmten Zeit ist auch zugleich der Unterschied der geraden und schiefen Aufsteigung gegeben, d. h. ab Fig. 267. ist entweder der Überschuß über 6 Stunden, oder das Fehlende, je nachdem die Sonne vor oder nach 6 Uhr aufgeht.

Im rechtwinklichten △ abc ist bekannt ab = u = Unterschied der geraden und schiefen Aufsteigung; < abc = k der Äquatorhöhe; man sucht ca die Abweichung der Sonne, und findet daraus den Ort derselben und den Monatstag.

For-

Formel: Sin. tot. : Sin. u = Tang. k : Tang. a (= Abweichung).

Z. B. Wann geht die Sonne unter hiesiger Polhöhe um 7 Uhr auf?

Der Aufsteigungsunterschied ist 1 Stunde oder 15° = u.

log. Tang. k 37° 28′ = 9,8844572
log. Sin. u 15° = 9,4129962

log. Tang. a = 19,2974534 = 11° 13′ = Abweichung der Sonne, welche am 19ten April und 22sten October statt findet.

Anmerk. Aus der Abweichung der Sonne kann man ihre Länge nach der 2ten Formel bei §. 763. finden, und in einem Kalender oder Jahrbuch nachsehen, auf welchen Tag sie fällt.

§. 781. Den Winkel, welchen ein Punct der Ekliptik mit dem Meridian eines Ortes macht, zu finden.

Suche den Positionswinkel durch: Cosin. der geraden Aufsteigung, multiplicirt mit der Schiefe der Ekliptik, giebt im Product den Sin. des Positionswinkels. Die Ergänzung dieses Winkels zu 90° ist der verlangte Winkel.

Oder: Multiplicire den Cos. der Länge mit der Tangente der Schiefe, so giebt das Product die Cot. des Winkels mit dem Meridian (oder die Tagente des Positionswinkels).

Im 1sten und 4ten Quadranten liegt dieser Winkel östlich, im 2ten und 3ten westlich.

§. 782. Die Höhe und Länge des 90° der Ekliptik, und den Winkel der Ekliptik mit dem Horizont, für eine gegebene Zeit und Polhöhe zu finden.

Die Ekliptik schneidet den Horizont an sehr verschiedenen Stellen und unter verschiedenen Winkeln, aber allemal so, daß die Winkel am West- und Osthorizonte einander gleich sind. Der von beiden Puncten (Ost und West) gleichweit abstehende Punct der Ekliptik ist der 90ste Grad und höchste Punct der Eliptik, dessen Höhe das Maaß der Winkel am Horizont ist.

Nach Fig. 271. ist id die Ekliptik, sd das über dem Horizont auf der Morgenseite liegende Stück, welches größer, als $90°$ ist. ZAdR ist der Meridian, und u der höchste $90°$ von s abstehende Punct der Ekliptik. Vom Pol der Ekliptik e ist durch Z, u und w ein Scheitel- oder Breitenkreis auf den Horizont gezogen; wu ist die Höhe des 90sten Grades = Ze = dem Abstand des Zenits vom Pol der Ekliptik.

Der $<$ uws ist ein rechter; $<$ usw mißt auch die Höhe des 90sten Grades; u♈ ist sein Abstand vom Widderpunct westlich; d culminirt, und A ist der höchste Punct im Äquator, welcher eben culminirt, und die Mitte des Himmels heißt. Zu dieser läßt sich d finden, welcher Punct mit ihr gleiche gerade Aufsteigung hat. (Aus der geraden Aufsteigung die Sonnenlänge oder einen Punct d in der Ekliptik, so wie dessen Abweichung zu finden, lehrt §. 764. und 763.) Also ist auch die Abweichung Ad, und mithin die Höhe Rd zu erhalten.

Der Winkel der Ekliptik mit dem Meridian, nämlich SdR, ergiebt sich nach §. 781.

Nun ist im rechtwinklichten Dreieck dRs, die Seite Rd und $<$ sdR bekannt; folglich giebt die

Formel: Cosin. Rd . Sin. SdR = Cos. dsR = dem Winkel der Ekliptik mit dem Horizont, die Höhe des 90sten Grades. Und die

Formel: Cot. Rd . Cos. SdR = einer Cot., die in diesem Falle von $180°$ subtrahirt, Sd giebt.

Folglich ist ud = Sd — $90°$; daher auch du zum culminirenden Punct der Ekliptik addirt, die Länge des $90°$, und damit dessen Abstand von ♈; us zur Länge von u addirt, giebt die Länge des aufgehenden Puncts der Ekliptik.

Anmerk. Culminirt $0°$ ♑ und ♋, so ist der $90°$ zugleich mit im Meridian; bei der Culmination des ♑, ♒, ♓, ♉ und ♊ liegt er mit dem größten Theil der Ekliptik auf der Ostseite; culminiren hingegen die 6 übrigen Zeichen, so liegt er mit dem größten Theil derselben auf der Westseite; wenn $0°$ ♎ unter, und

$0°$

0° ♈ aufgeht, ſo iſt der Winkel mit dem Horizonte der kleinſte; umgekehrt, iſt er der größte; in beiden Fällen der Höhe des culminirenden Puncts der Ekliptik gleich.

§. 783. Die Zeit, welche die Sonne gebraucht, ſich um ihren Durchmeſſer vertikal zu erheben, zu finden.

Dividire die Dauer der Culmination durch den Sinus des parallatiſchen Winkels. (Siehe §. 773. und 784.)

§. 784. Die Zeitdauer der Culmination der Sonnenſcheibe zu finden.

Verwandle den ſcheinbaren Durchmeſſer der Sonne in Zeit (15′ auf 1 Zeitminute); multiplicire ſie mit der Sekante der Abweichung, und dividire das Product durch den Coſinus der Abweichung.

Oder: Der Diameter (= D) der Sonne in Sekunden, mit 15 und dem Coſinus der Abweichung (= a) dividirt, zeigt im Quotienten, wie viel Zeitſekunden (= Z) der Sonnendurchmeſſer zur Culmination gebraucht.

Formel: $\frac{D}{15 \,.\, \text{Cos. } a} = Z.$

Z. B. es ſey am 1ſten April der Durchmeſſer der Sonne = 32′ 5″ = 1925″ = D; die Abweichung = 4° 24′ 30″ = a, ſo iſt

$$\begin{array}{rl}
\log. 1925 = & 3{,}2844307 \\
\log. \quad 15 = & 1{,}1760913 \\
\log. \text{Cos. } 4^\circ 24' 30'' = & 9{,}9987133
\end{array}\Big\}\ \text{addirt}$$

$$\begin{array}{rl}
\text{Summe} & 1{,}1748046\ \text{abgezogen} \\
\log. Z = & 2{,}1096261 = 128{,}75\ \text{Sekunden} \\
& = 2'\ 8'',\ 75.
\end{array}$$

§. 785. Die Zeit zu finden, welche der Sonnendurchmeſſer anwendet, durch einen Vertikalkreis zu gehen.

Dividire die Dauer der Culmination durch den Coſinus des parallatiſchen Winkels. §. 773.

§. 786.

§. 786. Die Höhe zu finden, in welcher ein Himmelskörper gerade in Osten oder Westen erscheint.

Formel: $\frac{\text{Sin. a}}{\text{Sin. P}} = \text{Sin. H}$ = der Höhe. (a = Abweichung; P = Polhöhe.)

§. 787. Die Zeit zu finden, in welcher ein Himmelskörper gerade in Osten oder Westen erscheint.

Formel: Cot. P . Tang. a = Cos. h = Stundenwinkel. (a = Abweichung; P = Polhöhe.)

Der Stundenwinkel ist in Zeit zu verwandeln nach Tafel I., wenn von der Sonne die Rede ist; bei Fixsternen ist die gefundene Zeit Sternenzeit. Tafel II.

§. 788. Die Zeit zu finden, in welcher ein Himmelskörper seine Höhe am schnellsten ändert.

Hat derselbe eine südliche Abweichung, so geschieht dies (für unsern Horizont) bei seinem Auf- und Untergange; hat er eine nördliche Abweichung, so ändert er seine Höhe gerade in Ost und West am schnellsten; ist aber die Abweichung größer, als die Polhöhe, so culminirt er zwischen dem Pol und Scheitel, und der Stundenwinkel wird durch die

Formel: Cot. a . Tang. P = Cos. h = dem Abstand des Sterns vom Meridian, gefunden. (Hiebei ist a = Abweichung; P = Polhöhe.)

§. 789. Die stündliche Veränderung der geraden Aufsteigung und die stündliche Veränderung der Abweichung der Sonne zu finden.

Nenne die gerade Aufsteigung der Sonne = g; Abweichung = a; Schiefe des Ekliptik = k; stündliche Veränderung der geraden Aufsteigung = m; Veränderung der Abweichung = n.

Formel: m . Tang. k . Cos.^{2} a . Cos. g = n, stündliche Veränderung der Abweichung;

n . Cos.

$$\frac{n \cdot \mathrm{Cot}.\,k}{\mathrm{Cos.}^2\,a \cdot \mathrm{Cos.}\,g} = m = \text{stündlichen Veränderung der geraden Aufsteigung.}$$

Anmerk. Wenn eine von den Größen n und m bekannt ist, so ergiebt sich die andere aus der Formel. Die Bewegung der Sonne innerhalb 24 Stunden kann aus den Sonnentafeln gefunden werden, und ist ziemlich gleichförmig; folglich kann man auch ihre stündliche Veränderung in der geraden Aufsteigung aus dem Unterschiede finden, welcher in der täglichen Veränderung statt findet. Man suche z. B. die Länge der Sonne für 2 auf einander folgende Tage, berechne daraus nach §. 764. die gerade Aufsteigung für beide Tage, und theile den Unterschied in 24 Theile, so hat man die stündliche Veränderung der geraden Aufsteigung = m; auch die Abweichung kann so gesucht werden.

§. 790. Die Fixsterne behalten eine veste (fixe) Stellung gegen einander, und sind in unabsehbarer Menge an allen Orten des Himmels, vorzüglich aber in der sogenannten Milchstraße oder Glanzstraße ausgestreut. Ihr scheinbarer Abstand vom Widderpunct, im Bogen auf den Äquator reducirt, ist ihre gerade Aufsteigung; ihr Abstand vom Äquator ihre Abweichung.

§. 791. Die gerade Aufsteigung und Abweichung eines Fixsterns zu finden.

Beobachte den Zeitunterschied zwischen der Culmination des Widderpunctes und des Sterns, nach einer Sternenzeit weisenden Uhr, und verwandle diesen Zeitunterschied nach Tafel I. in Grade, Minuten 2c.

(Die Culmination des Widderpunctes findet man, indem man die gerade Aufsteigung der Sonne in Zeit verwandelt, und von 12 Uhr Mittags abzieht; in Bode's Jahrbuch ist die Culmination des Widderpunctes für jeden Tag angegeben.)

Oder: beobachte die Zeit der Culmination des Sterns nach der wahren Zeit; verwandle die seit dem vorhergehenden Mittage verflossene Zeit in Grade, und addire sie

zur

zur geraden Aufsteigung der Sonne, wobei jedoch auf die Reduction in Tafel II. zu achten ist.

Zieht man die Culminationshöhe eines Sterns und die Äquatorhöhe von einander ab, so giebt der Rest die **Abweichung des Sterns**. Ist erstere größer, so ist die Abweichung **nördlich**, im Gegentheil **südlich**.

In den Sternverzeichnissen (von **Bode** und **Piazzi**) sind die Fixsterne nach ihrer geraden Aufsteigung und Abweichung genau bestimmt.

§. 792. **Die Länge und Breite eines Fixsterns zu finden, wenn seine gerade Aufsteigung und Abweichung bekannt ist.**

Wenn Fig. 268. in T der Stern, so ist ♈y seine gerade Aufsteigung $=$ a; yT seine Abweichung $=$ d; ♈x seine Länge $=$ l; xT seine Breite $=$ b; A♈ der Äquator, und ♈♋ die Ekliptik; $<$ e die Schiefe derselben; $<$ n ein Hülfswinkel. —

Formel: $\text{Sin. a . Cot. d} = \text{Tang. n}$, dem Hülfswinkel,

und $\dfrac{\text{Sin. d . Cos. (e + n)}}{\text{Cos. n}} = \text{Sin. b}$, der Breite des Sterns.

und $\text{Tang. b . Tang. (e + n)} = \text{Sin. l}$, der Länge.

Ob die Breite nördlich oder südlich, ob der Bogen der Länge vor oder nach dem Widder- oder Wagepunct genommen wird, ist aus den Umständen leicht zu erkennen.

§. 793. **Die gerade Aufsteigung und Abweichung eines Sterns zu finden, wenn seine Länge, Breite und Schiefe der Ekliptik bekannt sind.**

Hier sind die im vorigen §. bezeichneten Werthe b, l und e bekannt; man sucht a und d.

Formel: $\text{Sin. l . Cot. b} = \text{Cot. n}$; und $\text{n} \pm \text{e} = < \text{T}♈\text{y}$.

$\text{Cos. l . Cos. b} = \text{Cos. }♈\text{T}$.

$\text{Cos. T}♈\text{y . Tang. }♈\text{T} = \text{a} =$ der geraden Aufsteigung.

Aus

(Anmerk. Im ersten Quadranten ist a die gerade Aufsteigung selbst; im zweiten muß das gefundene a von 180° abgezogen; im dritten zu 180° addirt; und im vierten von 360° abgezogen werden.)

Sin. T♈y . Sin. ♈T = Sin. yT = d = Abweichung.

Aus der Länge, Breite und Abweichung ergiebt sich die gerade Aufsteigung auch durch

Cos. d : Cos. l = Cos. b : Cos. a, geraden Aufsteigung.

Aus Länge, Breite und gerader Aufsteigung ergiebt sich die Abweichung durch

Cos. a : Cos. b = Cos. l : Cos. d, der Abweichung.

§. 794. Den Abstand zweier Sterne von einander zu finden, wenn gerade Aufsteigung und Abweichung beider bekannt sind.

Es mögen nach Fig. 269. in r und t Sterne seyn, Prm und Ptm Abweichungskreise, welche hier Quadranten sind, indem AQ den Äquator vorstellt. mr und mt sind die bekannten Abweichungen, rP und tP ihre Ergänzungen zu 90°; Winkel P, dessen Maaß m m, ist der Unterschied in der geraden Aufsteigung; also im △ Prt bekannt rP, tP und der eingeschlossene Winkel P; man sucht rt die 3te Seite. Fälle (nach dem 10ten Fall der Auflösung schiefwinklichter Dreiecke Tafel XIII.) das Perpendikel tn, dann ist die

Formel: r : Tang. Pt = Cos. P : Tang. Pn.
und Pr — Pn = nr,
Cos. Pn : Cos. nr = Cos. Pt : Cos. rt, dem gesuchten Abstande.

§. 795. Den Positionswinkel eines Sterns aus seiner Breite und geraden Aufsteigung zu finden.

Unter Positionswinkel versteht man die Neigung des Breiten- und Abweichungskreises, oder Fig. 268. den Winkel xTy, wenn in T der Stern ist.

Es stehe ein Stern in t Fig. 270.; P der Weltpol; e der Pol der Ekliptik EK, so ist tu seine Breite; mt seine Abweichung, Pe der Abstand genannter Pole = 23° 27′ 52″; Winkel tPe seine gerade Aufsteigung oder dessen Abstand vom nächsten Äquinoctialpunct oder Colur; so verhält sich

Cosin. der Breite zum Cosin. der geraden Aufsteigung, wie der Sin. der Schiefe zum Sin. des Positionswinkels; oder nach der

Formel: Sin. et : Sin. P = Sin. Pe : Sin. Pte = Cos. b : Cos. a = Sin. k : Sin. des Positionswinkels; wobei auf die nördliche oder südliche Breite, und Eigenschaft des Winkels zu achten ist.

§. 796. Die Zeit der Culmination eines Sterns zu finden.

Es sey die gerade Aufsteigung der Sonne = A; des Sterns = a; der Unterschied beider = u; 24 stündliche Veränderung der geraden Aufsteigung der Sonne = v.

Formeln: a — A = u;
24 St. : v (in Zeit verw.) = u (in Zeit verwandelt) : x,
und u — x = der Culminationszeit d. Sterns.

Z. B. Wenn die gerade Aufsteigung
der Sonne = 51° 32′ 43″ = A
des Sterns Spica = 198° 51′ 16″ = a
a — A = 147° 18′ 33″ = u
in Zeit = 9 St. 49′ 14″
24stündl. Veränd. = 59′ 13″ — in Zeit = 0 St. 3′ 57″ = v

Nun 24 St. : 3′ 57″ = 9 St. 49′ 14″ : x, und findet x = 1′ 37″; aber 9 St. 49′ 14″ — 1′ 37″ = 9 Uhr 47′ 37″ = Culminationszeit der Spica. (Am 15ten Mai).

Anmerk. Ist a kleiner als A, so wird a um 360° vermehrt.

§. 797. Den Unterschied der geraden und schiefen Aufsteigung eines Sterns, dessen halben Tagbogen, Auf- und Untergang zu finden.

For-

Formeln: Multiplicire die Tangente der Abweichung mit der Tangente der Polhöhe, so ist das Product der Sinus des Aufsteigungsunterschiedes.

Wird dieser Bogen in Zeit verwandelt und zu 6 Stunden addirt oder davon subtrahirt, nachdem die Abweichung nördlich oder südlich ist, so hat man den halben Tagbogen.

Zieht man den halben Tagbogen von seiner Culminationszeit ab, so ergiebt sich der Aufgang; addirt man ihn zu derselben, so erfährt man den Untergang.

§. 798. Den Stundenwinkel eines Sterns aus seiner und der Sonne geraden Aufsteigung zu finden.

Ziehe von der Summe der geraden Aufsteigung der Sonne, und der in Grade reducirten wahren Zeit die gerade Aufsteigung des Sterns ab, so ist der Rest der Stundenwinkel.

§. 799. Die Zeit der Nacht aus der beobachteten Höhe eines Sterns zu finden, wenn seine Culmination, Abweichung und die Polhöhe bekannt sind.

Wenn nach Fig. 264. der Stern in a; in Z das Zenit; in P der Pol ist, so ist bekannt

Za die Ergänzung der Höhe $=$ A.
ZP der Abst. des Zenits vom Pol $=$ B.
und aP der Abst. des Sterns vom Pol $=$ C.

Man sucht $<$ h, oder den Abstand vom Meridian.

Formel:

$$\text{Sin.}\ \tfrac{1}{2}\, h^2 = \left[\frac{\text{Sin.}\ \dfrac{A+B-C}{2}\ .\ \text{Sin.}\ \dfrac{A+C-B}{2}}{\text{Sin. B . Sin. C}}\right]$$

Der so kommende Stundenwinkel ist in Zeit, und diese mittelst der Tafel II. in mittlere Sonnenzeit zu verwandeln.

Dieser Abstand vom Meridian wird zur Culminationszeit des Sterns addirt, oder davon subtrahirt; je nachdem

dem derselbe auf der West- oder Ostseite des Meridians steht.

§. 800. Die Zeit der Nacht aus der Culmination eines Sterns zu finden.

Berechne nach §. 796. die Zeit der Culmination, und beobachte sie nach einer guten Uhr, so ergiebt sich die Abweichung der Uhr und mithin die wahre Zeit.

Wenn man gleichgroße Höhen des Sterns vor und nach seiner Culmination mißt, und allemal die Zeit der Uhr bemerkt, so ist das Mittel zwischen beiden beobachteten Zeiten, die Culminationszeit.

§. 801. Wie viel ein Stern seine Höhe in einer Zeitminute ändere, zu finden.

Multiplicire 15′ mit dem Sinus der Äquatorhöhe und dem Cosinus der Morgen- oder Abendweite, so giebt das Product die Antwort.

---

§. 802. Die Mittagsverbesserung zu finden.

Bei übereinstimmenden Sonnenhöhen nimmt man an, daß die Sonne z. B. Vormittags 8 Uhr dieselbe Höhe, als Nachmittags 4 Uhr habe. Diese Voraussetzung ist nur um die Zeit der Sonnenwende gegründet; in der übrigen Zeit ist die Höhe der Sonne bei gleichem Abstand vom Meridian Vor- und Nachmittags nicht gleich, weil sie unterdeß ihre Abweichung ändert, welcher Umstand um so merklichern Einfluß hat, je weiter die gemessenen Höhen vor oder nach 12 Uhr abstehen, und je näher man den Monaten März und September ist.

Man findet die Mittagsverbesserung, wenn man

1. aus der vormittägigen Zeit und Abweichung, und
2. aus der nachmittägigen Zeit und Abweichung den Stundenwinkel berechnet. Die Hälfte des Unterschiedes beider Stundenwinkel, in Zeit verwandelt, giebt die Verbesserung des wahren Mittags.

Hält sich die Sonne zwischen Steinbock und Krebs auf, so wird diese Mittagsverbesserung davon subtrahirt; in den andern Zeichen dazu addirt.