# Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

**Stöpel, August**

**Stendal, 1819**

II. Copernikus Lehre.

## II. Copernikus' Lehre
oder
## das wahre Verhältniß der Erde zur Welt.

§. 821. Lange hatten die Menschen den prächtig gestirnten Himmel betrachtet, und die scheinbaren Bewegungen der Himmelskörper berechnet, ohne vom wahren Verhältniß der Erde zur Sonne einen richtigen Begriff zu haben. Der Schein siegte. Ihm zufolge hielt man die Erde für das Centrum der Welt, für unbeweglich, und das Hauptwerk des Schöpfers; die Sonne, Planeten und Fixsterne für ein der Erde nothwendiges Bedürfniß; vom sogenannten Himmel hat man zum Theil noch jetzt sehr kindische Begriffe.

Im scheinbaren Laufe des Mondes und der Sonne finden alle Völker der Erde so viel Regelmäßiges, daß sie dieselben als Zeitmesser anerkennen müssen. Aber der unregelmäßig scheinende Lauf einiger sehr auffallenden Sterne, als der des Merkur, der Venus, des Mars, Jupiter und Saturn, ist und war eine unauflösliche Aufgabe für Alle, die sich vom sinnlichen Schein nicht losmachen können. Copernikus machte seinen Namen unsterblich, indem er das Verhältniß der Erde zum Sonnensystem entwickelte, und alle Erscheinungen im Laufe der Planeten Merkur, Venus etc. auf's Einfachste, Natürlichste und Bestimmteste erklärte. Obgleich religiöser Wahn seiner Lehre entgegen arbeitete, so drang dennoch die Wahrheit derselben unbezwingbar durch, und Männer, wie Kepler und Newton, bewiesen sie mit mathematischer Strenge.

§. 822. Nach Copernikus' Lehre sind alle Sterne, mit Ausnahme einiger, die man Planeten oder Wandelsterne nennt, Sonnen, behalten gegen einander eine gleiche Stellung, und schweben frei im unendlichen Raume in unabsehbarer Menge. Unsre Sonne ist eine von jener Menge. Wegen ihrer größern Nähe erscheint sie größer und glänzender, als die andern Sonnen oder Fixsterne, und nimmt den Mittelpunct aller Planetenbahnen ein. Die Planeten sind dunkle Körper, gleich unserer Erde,

 anempfangen ihr Licht von der Sonne, und bewegen sich in kreisförmigen Bahnen, und verschiedenen Abständen und Zeiten um die veststehende Sonne in folgender Ordnung: Merkur, Venus, Erde mit dem Monde, Mars, Jupiter, Saturn.

Auf diese Weise versetzte Copernikus die Erde selbst unter die Sterne. Sie blieb nicht mehr Hauptzweck des Weltschöpfers, sondern trat in die Reihe einer untergeordneten Klasse der himmlischen Körper, der Planeten, und mußte der Sonne die Würde überlassen, die man ihr so lange erhalten hatte. Ob die Erde den neuen niedern Rang verdiene, wird man aber erst dann richtig beurtheilen, wenn man sich mit dem Sonnensystem etwas näher bekannt gemacht hat.

§. 823. Die unnatürliche tägliche Umwälzung des Himmels mit allen großen und herrlichen Weltkörpern um die kleine Erde, welche vorher angenommen werden mußte, um die Erscheinung eines Tages zu erklären, verwandelte Copernikus in eine einmalige Umwälzung der Erde um ihre Axe von Abend gegen Morgen, wodurch für ihre Bewohner nothwendig der sinnliche Schein entstehen muß, als drehe sich der Himmel vom Morgen zum Abend täglich einmal um die Erde.

Weil man auf der Oberfläche einer Kugel allenthalben oben steht, und die verlängerte Richtung nach dem Mittelpunct der Erde unten heißt; weil wir durch die Gesetze der Schwere an den Erdkörper unauflöslich gekettet sind, und bei dem täglichen Umschwunge desselben unsre Atmosphäre, als ein dünnes Gewand, mitnehmen: so ist begreiflich, daß wir von der Axendrehung unsers Wohnplatzes weder etwas gewahr werden, noch von demselben abfallen können, wie die Einfalt, die mit den Begriffen von unten und oben noch nicht auf dem Reinen ist, gemeiniglich glaubt.

§. 824. Ein Jahr ist der einmalige Umlauf der Erde um die Sonne, während sie sich, gleich einer fortrollenden Kugel, $365\frac{1}{4}$ mal um ihre Axe wälzt. Sie beschreibt in dieser Zeit einen Kreis (eigentlich eine Ellipse), dessen Radius ihr Abstand von der Sonne ist, und der die Erdbahn heißt. Da es nun scheint, als bewege sich die Sonne in dem der Erde gegenüberstehenden Theil der Erdbahn, so nennt man sie auch Sonnenbahn oder Ekliptik. Steht für uns z. B. die Sonne im ♈, so sieht man von ihr aus die Erde in ♎, also in einem 180° entfernten Puncte.

§. 825. Den Wechsel der Jahreszeiten erklärt Copernikus dadurch, daß die Erdaxe bei ihrer täglichen und jährlichen Bewegung stets eine unverrückte schräge Lage gegen die Erdbahn von $66\frac{1}{2}$ Grad behalte, und daher im Sommer der Nordpol und im Winter der Südpol beständig die Sonne sehen müsse.

§. 826. Der unordentlich erscheinende Lauf der Planeten, ihr Vor- und Rückwärtsgehen und Stillstehen im Thierkreise, ihre sichelähnliche Erleuchtung, so wie ihre bald größer, bald kleiner scheinenden Durchmesser — alles dies ist begreiflich, wenn man bedenkt, daß wir die Planeten nicht aus der Sonne, dem Mittelpunct ihrer Bahnen, sondern aus der Erde, die, wie jene, täglich ihren Platz im Weltraum verändert, betrachten, wodurch wir bald diesem, bald jenem viel näher kommen, wobei die untern Planeten wegen ihres schnellern Laufs der Erde voreilen, diese hingegen den obern wieder zuvorkommt, und ein scheinbares Zurückgehen der letztern bewirkt. — Aus Fig. 274. wird dies noch deutlicher.

Es sey in S die Sonne. Zunächst um sie bewege sich Merkur, dann Venus, und darauf die Erde. Letztere befindet sich am 21sten Junius in ♑; Merkur in w; so hat er von der Erde aus gesehen seinen weitesten Abstand von der Sonne. Der Winkel S♑w beträgt nur 28° und heißt seine größte westliche Ausweichung von der Sonne. Er kann uns in dieser Stellung nur etwa die Hälfte seiner von der Sonne erleuchteten Seite zeigen. Je näher er nach n rückt, je näher kommt er der Erde, und je weniger sehen wir von der erleuchteten Seite. In n steht er vor der Sonne, culminirt mit ihr zugleich und kann nicht sichtbar seyn. Nach ungefähr 16 Tagen steht er in o, hat dort seine größte östliche Ausweichung und ist in der Morgendämmerung sichtbar. Von w durch n nach o ist seine scheinbare Bewegung rückgängig.

 (Die

(Die ganze Bahn des Merkur wird demnach von der Erde aus unter einem Winkel von $2 . 28° = 56°$ gesehen.)

Dieselbe Erscheinung giebt die Venus. Ihre größte westliche Ausweichung ist in a, ihre östliche in b; der $< S Z a$ beträgt $48°$, und ihre ganze Bahn muß unter einem Winkel von $96°$ erscheinen. Sie kann daher, wie Merkur, nur des Abends oder Morgens, niemals um Mitternacht, oder nach M hin gesehen werden. Steht die Venus in a, so ist ihre erleuchtete Seite nur zum Theil von uns zu sehen, in v gar nicht, wo sie uns am nächsten ist; in y sehen wir sie wieder sichelförmig erleuchtet, und in p ganz, wo sie hinter der Sonne steht, und wegen ihrer großen Entfernung nur klein erscheint.

Die scheinbaren Durchmesser der Planeten nehmen zu oder ab, je näher oder entfernter sie sind. Die Pfeile zeigen die gemeinschaftliche Richtung; die tägliche Umwälzung geschieht nach eben derselben Richtung ihres Laufs; folglich sehen wir die Puncte b und o früher, als die Sonne; aber w und a nach derselben.

Die rechtläufige Bewegung, worin die Planeten nach der Ordnung der himmlischen Zeichen fortrücken, findet beim Merkur in dem Theil seiner Bahn, der zwischen o, f und w liegt; bei der Venus von b nach p und a statt. In w, o, a und b stehen diese Planeten scheinbar still, weil sie sich entweder gerade nach der Erde zu, oder von ihr weg bewegen, und man sie eine Weile in einerlei Gesichtslinie sieht. Ihre Bewegung wird in n und f, v und p scheinbar am schnellsten seyn.

Rückt nun auch die Erde in ihrer Bahn, z. B. von Z nach Z in eben der Zeit fort, in welcher Merkur von w nach o, und Venus von a nach y gehen, so werden die Puncte b und o dahin treffen, wo die Pfeile stehen.

§. 827. Man stelle sich vor, die Bahn des Merkur sey die Erdbahn, die Bahnen der Venus und Erde mögen aber die der obern Planeten Mars und Jupiter vorstellen, so lassen sich alle Erscheinungen, die bei dem verschiedenen Stande dieser Himmelskörper eintreten können, auf eben diese Weise beurtheilen. Befindet sich z. B. die Erde in n, so können Mars und Jupiter in v und Z, also zur Mitternachtsstunde, im Meridian erscheinen; und weil die Erde schneller läuft, als die obern Planeten, so kann sie nach 2 Monaten schon in o seyn, während Jupiter erst in x ist, und deshalb rückwärts zu gehen scheint, weil die Gesichtslinie von der Erde nach ihm den Punct N am Firmament trifft, der weiter rückwärts liegt, als M, wo er vor 2 Monaten war.

§. 828. Die Bahnen der Planeten sind zwar keine Kreise, sondern Ellipsen; allein weil ihre Abweichung vom Kreise bei den meisten nur gering ist, so kann man sie sich zu desto leichterer Zeichnung in einer Figur als Kreise vorzustellen, deren Mittelpuncte nicht genau in der Sonne zusammentreffen, als excentrische Kreise. Derjenige Punct, welcher dann am weitesten von der Sonne absteht, heißt das Aphelium (Sonnenferne); der ihm entgegengesetzte Punct, welcher der Sonne am nächsten liegt, heißt das Perihelium (Sonnennähe); beide Puncte sind etwas veränderlich. Der Abstand des Kreismittelpuncts von der Sonne ist die Eccentricität (in der Ellipse der Abstand des Brennpuncts vom Mittelpunct derselben). Weiß man die Zeit des ganzen Umlaufs, und den Punct des Apheliums, so läßt sich der wahre Ort eines Planeten, an welchem er von der Sonne aus erscheint, oder seine heliocentrische Länge, für jede folgende Zeit bestimmen. Von der Erde aus betrachtet erscheint der Planet an einem andern, dem geocentrischen Orte, dessen Abstand von 0° ♈ seine geocentrische Länge heißt.

Weil die Planetenbahnen nicht genau in einerlei Ebene mit der Erdbahn liegen, sondern kleine Winkel mit derselben machen, so liegt die Hälfte einer jeden über, und die andere Hälfte unter der Ekliptik oder Erdbahn. Die Durchschnittspuncte heißen Knoten; und werden mit den Zeichen ☊ und ☋ (aufsteigender und niedersteigender Knoten) bemerkt. Auch die Knoten sind veränderlich. Ist ein Planet in einem seiner Knoten, so hat er keine Breite; in jedem andern Puncte seiner Bahn hat er eine Breite, welche, von der Sonne aus betrachtet, heliocentrisch; und von der Erde aus gesehen, geocentrisch heißt.

Die Astronomen haben die heliocentrischen Örter der Planeten auf viele Jahre voraus berechnet und in Tafeln gebracht, die man Planetentafeln nennt. Ihre Berechnung gründet sich auf das copernikanische System, und stimmt so vortrefflich mit der Beobachtung, daß diese Übereinstimmung allein schon der schönste Beweis für die Wahrheit desselben ist.

§. 829. Diejenigen Stücke, die zur vollständigen Darstellung einer Planetenbahn gehören, nennt man Elemente, und sie sind folgende:

1) die Umlaufszeit;
2) die Länge für eine bestimmte Zeit;
3) der Punct der Sonnenferne und seine Bewegung;
4) der Abstand von der Sonne;
5) die Eccentricität;
6) die Neigung der Bahn gegen die Erdbahn;
7) die Knoten und deren Bewegung.

§. 830. Man unterscheidet den tropischen Umlauf (nach dessen Vollendung ein Planet, von der Sonne aus gesehen, wieder dieselbe Länge hat, und der bei Planetentafeln zum Grunde gelegt wird), und den siderischen Umlauf, nach welchem ein Planet wieder bei einem und demselben Fixstern erscheint. Dieser letztere Umlauf dauert etwas länger, weil die Länge der Fixsterne unterdessen zugenommen hat. Ein synodischer Umlauf aber ist die Zeit, welche ein Planet anwendet, um mit der Erde und Sonne wieder in eine Linie zu kommen. Er wird um so länger dauren, je weniger die Umlaufszeiten der beiden Planeten von einander verschieden sind, denn sie rollen dann geraume Zeit neben einander her, ehe der schnellere dem langsamern einen Vorsprung abgewinnt, und ihn endlich wieder einholt.

Den tropischen und siderischen Umlauf findet man aus Beobachtungen; den synodischen Umlauf durch die Regel:

**der Unterschied der Bewegung der Erde und des Planeten in einer gewissen Zeit,**

z. B.

z. B. in 100 Jahren, verhält sich zu eben dieser Zeitdauer, wie 360° zum synodischen Umlauf.

Z. B. In wie langer Zeit wird Jupiter mit der Erde und Sonne in eine Linie kommen, wenn die Säkularbewegung

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| der Erde | = 100 Uml. | 0 Zeich. | 0 Gr. | 46 M. |
| des Jupiter | = 8 | 5 | 6 | 17′30″ ist? |
| Unterschied | 91 | 6 Z | 24° | 28′30″, in |

Graden $3444\frac{1}{2}°$ beinahe.

Proportion $3444\frac{1}{2}°$ : 100 Jahren = 360° : 1 Jahr, 33 Tage, 14 St.

§. 831. Die Erscheinung des Gegenscheins (wo Sonne, Erde und Planet in einer geraden Linie stehen) wird von den Sternkundigen genau beobachtet, um daraus den Unterschied in der Säkularbewegung, die genauere Umlaufszeit, und aus letzterer wieder den Abstand des Planeten von der Sonne zu berechnen; denn aus der Umkehrung der Proportion im vorigen §. findet sich jener Unterschied der Säkularbewegung.

Vergleiche hiemit und mit dem Folgenden §. 708 bis 710.

§. 832. In der folgenden Tafel sind die Elemente aller bis jetzt bekannten 11 Hauptplaneten für den 1sten Januar 1820 Berliner Meridian enthalten, wornach sich ein Sonnensystem zeichnen, und so manche Aufgabe mechanisch lösen läßt (ein Geschäft, das Freunden der Sternkunde recht sehr zu empfehlen ist).

Sonnen=

| | Sonnenferne. | Jährliche Beweg. | Eccentricität; den Abstand der Sonne v. d. Erde =100000 | Abstand der Planeten von der Sonne, den der Erde = 100000 = halben großen Axe. | | | Ort des aufsteigenden Knotens. | Jährliche Beweg. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Z. G. M. Sek. | Sek. | | kleinster, | mittlerer, | größter, | Z. G. M. Sek. | Sek. |
| Merkur | 8 14 40 41 | 56,2 | 7959 | 30751 | 38751 | 46669 | 1 16 11 57 | 43,3 |
| Venus | 10 8 53 13 | 48,6 | 498 | 71835 | 72333 | 72831 | 2 15 2 59 | 31,0 |
| Erde | 9 9 50 4 | 62,1 | 1681 | 98319 | 100000 | 101681 | | |
| Mars | 5 2 46 44 | 67 | 14204 | 138165 | 152369 | 166573 | 1 18 10 58 | 28 |
| Vesta | 2 9 50 32 | | 20137 | 215377 | 235514 | 255651 | 3 13 18 28 | |
| Juno | 7 23 14 54 | | 68197 | 198722 | 266919 | 335115 | 5 21 9 59 | |
| Ceres | 10 26 41 47 | | 21682 | 255059 | 276741 | 298423 | 2 20 58 30 | |
| Pallas | 10 1 3 11 | | 67845 | 209052 | 276897 | 344742 | 5 22 28 57 | |
| Jupiter | 6 11 28 12 | 56,7 | 25013 | 495266 | 520279 | 545292 | 3 8 36 37 | 35,7 |
| Saturn | 8 29 27 19 | 66,1 | 53640 | 900432 | 954072 | 1007712 | 3 22 8 17 | 33,3 |
| Uranus | 11 17 39 18 | 52,8 | 89556 | 1828806 | 1918362 | 2007918 | 2 12 56 28 | 15,7 |

| | Tropischer Umlauf. | | | | | Siderischer Umlauf. | | | | | Mittl. synodischer Umlauf v. Jahr = 365¼ Tag. | | | Heliocentrische Länge 1sten Jan. 1820. | | | | Neigung der Bahnen gegen die Ekliptik. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Jahr. | T. | St. | M. | S. | Jahr. | T. | St. | M. | S. | J. | T. | St. | Zeich. | Gr. | M. | Sek. | Gr. | M. | Sek. |
| Merkur | — | 87 | 23 | 14 | 33 | — | 87 | 23 | 15 | 44 | | 115 | 21 | 4 | 23 | 37 | | 7 | 0 | 0 |
| Venus | — | 224 | 16 | 41 | 27 | — | 224 | 16 | 49 | 11 | 1 | 218 | 16 | 10 | 28 | 39 | | 3 | 23 | 35 |
| Erde | — | 365 | 5 | 48 | 48 | — | 365 | 6 | 9 | 12 | — | — | — | 3 | 10 | 1 | 32 | — | — | — |
| Mars | 1 | 321 | 16 | 18 | 27 | 1 | 321 | 17 | 30 | 36 | 2 | 49 | 22 | 3 | 18 | 55 | | 1 | 51 | 3 |
| Vesta | 3 | 224 | 9 | 15 | 47 | 3 | 224 | 13 | 41 | 17 | 1 | 139 | 19 | 0 | 8 | — | | 7 | 8 | 11 |
| Juno | 4 | 131 | 10 | 30 | 21 | 4 | 131 | 16 | 57 | 51 | 1 | 108 | 17 | 4 | 4 | — | | 13 | 4 | 0 |
| Ceres | 4 | 220 | 5 | 52 | 6 | 4 | 220 | 13 | 3 | 39 | 1 | 101 | 9 | 3 | 29 | 9 | | 10 | 37 | 35 |
| Pallas | 4 | 221 | 15 | 35 | 51 | 4 | 221 | 22 | 47 | 44 | 1 | 101 | 6 | 3 | 18 | | | 34 | 37 | 41 |
| Jupiter | 11 | 312 | 20 | 39 | 2 | 11 | 314 | 20 | 26 | 31 | 1 | 33 | 13 | 10 | 25 | 28 | | 1 | 19 | 2 |
| Saturn | 29 | 154 | 13 | 16 | 15 | 29 | 166 | 19 | 51 | 11 | 1 | 12 | 20 | 0 | 0 | 47 | | 2 | 29 | 55 |
| Uranus | 83 | 274 | 8 | 38 | — | 84 | 8 | 18 | 14 | — | 1 | 4 | 10 | 8 | 24 | 52 | | 0 | 46 | 16 |

| | Jährl. tropische Bewegung zu 365 Tagen. | | | | Säkularbewegung, tropische. | | | | Mittlere tägliche tropische Bewegung. | | | 24stündliche Bewegung: im Perihelio. | | | im Aphelio. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Merkur | 49 Z. | 23° | 43′ | 3″ | 415 Uml. | 2 Z. | 14° | 4′ | 4° | 5′ | 32″,6 | 6° | 20′ | 47″ | 2° | 45′ | 19″ |
| Venus | 19 | 14 | 47 | 30 | 162 | 6 | 19 | 12 | 1 | 36 | 7,8 | 1 | 37 | 27 | 1 | 34 | 49 |
| Erde | 11 | 29 | 45 | 40 | 100 | 0 | 0 | 46 | 0 | 59 | 8,3 | 1 | 1 | 10 | 0 | 57 | 11 |
| Mars | 6 | 11 | 17 | 10 | 53 | 2 | 1 | 42 | 0 | 31 | 26,6 | 0 | 38 | 4 | 0 | 26 | 12 |
| Vesta | 3 | 9 | 32 | 3 | 27 | 8 | 7 | 4 | 0 | 16 | 21,7 | 0 | 19 | 30 | 0 | 13 | 50 |
| Juno | 2 | 22 | 30 | 54 | 22 | 11 | 7 | 9 | 0 | 13 | 33,8 | 0 | 23 | 40 | 0 | 8 | 19 |
| Ceres | 2 | 18 | 9 | 23 | 21 | 8 | 21 | — | 0 | 12 | 50,8 | 0 | 15 | 5 | 0 | 11 | 1 |
| Pallas | 2 | 18 | 5 | 28 | 21 | 8 | 14 | 28 | 0 | 12 | 50,2 | 0 | 21 | 50 | 0 | 8 | 2 |
| Jupiter | 1 | 0 | 20 | 32 | 8 | 5 | 6 | 18 | 0 | 4 | 59,3 | 0 | 5 | 31 | 0 | 4 | 33 |
| Saturn | 0 | 12 | 13 | 37 | 3 | 4 | 23 | 32 | 0 | 2 | 0,6 | 0 | 2 | 16 | 0 | 1 | 48 |
| Uranus | 0 | 4 | 17 | 44 | 1 | 2 | 9 | 51 | 0 | 0 | 42,4 | 0 | 0 | 46 | 0 | 0 | 38 |

§. 833. Beim Anfertigen eines Sonnensystems verfahre man also: Auf einem großen Bogen ziehe man aus einem Puncte S, welcher die Sonne vorstellt, einen Kreis so groß, als es der Raum verstattet, und theile denselben in 12 Zeichen, jedes in 30° und kleinere Theile. Dieser Kreis stellt die Ekliptik vor. Um nun die Bahn eines Planeten, z. B. des Merkur, ziehen zu können, lege man ein Lineal an S und den Punct seiner Sonnenferne = 8 Z. 14° 41′ in der Ekliptik, und ziehe mit Bleistift von S aus eine Linie, auf welche die Eccentricität = 7959 nach einem beliebigen Maaßstabe getragen wird. (Man wählt, wo möglich, einen solchen Maaßstab, nach welchem auch die Bahn des Uranus mit auf die Zeichnung zu bringen ist; schneidet man von den in der Tafel angesetzten Zahlen rechts zwei Zahlzeichen ab, so können alle Planetenbahnen nach einem gewöhnlichen tausendtheiligen Maaßstabe verzeichnet werden.) Aus dem gefundenen Punct ziehe mit dem Radius = dem mittlern Abstande von der Sonne = 38710 einen Kreis, welcher die Bahn des Merkur seyn wird. Der Sonnenferne gegenüber liegt die Sonnennähe. Die Knoten liegen einander ebenfalls gegenüber, und ein Lineal an S und 1 Z. 16° 11′ 57″ in der Ekliptik gelegt, durchschneidet die Merkurbahn im aufsteigenden Knoten, und rückwärts im niedersteigenden.

Völlig eben so zeichnet man nach Angabe der Tafel die Bahnen der andern Planeten.

Weiß man nun für eine gewisse Zeit den heliocentrischen Ort eines Planeten und der Erde, so lege man abermals ein Lineal an S und den Punct der heliocentrischen Länge in der Ekliptik, und bezeichne den Punct, wo es die Planetenbahn durchschneidet, mit einem verwischlichen Strich. Auf diese Weise sind die Puncte, in denen sich Planet und Erde befinden, im richtigen Verhältniß, und man kann ihre Entfernung mit Zirkel und Maaßstab mechanisch finden. Will man sie in Meilen haben, so setze man auf

100000 (oder 1000): $20\frac{1}{2}$ Million Meilen = wie der mit dem Zirkel gefundene Abstand: gesuchten in Millionen Meilen. Oder man mache sich einen Maaßstab, auf welchem der Radius der Erdbahn in Meilen abgetheilt ist, worauf die Abstände der

Pla=

Planeten in ihren sehr verschiedenen Stellungen leicht gemessen werden können.

Auch läßt sich beurtheilen, an welchem Ort in der Ekliptik ein Planet, von der Erde aus betrachtet, erscheinen wird. Allein dabei ist zu bedenken, daß der Kreis, welcher die Ekliptik vorstellen soll, eigentlich unendlich groß gegen die Erdbahn, oder letztere gegen erstere als ein Punct gedacht werden muß, woraus dann folgt, daß parallele Linien von der Sonne und Erde nach der Ekliptik gezogen genau einerlei Punct treffen.

§. 834. Der elliptische Lauf der Planeten um die Sonne.

Es befinde sich die Sonne im Brennpunct S der Ellipse AePd Fig. 275., so ist A das Aphelium oder die Sonnenferne, P das Periphelium oder die Sonnennähe, AP große Axe oder Absidenlinie, C das Centrum, de die kleine Axe.

Wenn der Planet sich in o befindet, so ist Ao der Abstand desselben vom Aphelio; der Winkel ASo heißt die wahre Anomalie; die eccentrische Anomalie ist der Winkel Acu; der Punct u liegt da, wo eine Ordinate ro verlängert den mit CA beschriebenen Kreis AuPa in u treffen wird.

Bewegte sich der Planet in diesem Kreise, so würde er in gleichen Zeiten gleichviel Grade zurücklegen, und z. B. nach dem 6ten Theil seiner Umlaufszeit 60° von A abstehen und in x seyn. Der Abstand Ax heißt die mittlere Anomalie, welche in dieser östlichen Hälfte der Ellipse stets größer, als die wahre seyn wird, indem sich der Planet zwischen A und o langsamer, als zwischen eP und Pa bewegt. Hingegen wird auf der andern Seite von P nach a bis A die wahre Anomalie größer seyn, als die mittlere. In A, wo sich der Planet am langsamsten, und in P, wo er sich am schnellsten bewegt, werden beide Anomalien zusammentreffen. Der Unterschied zwischen der wahren und mittleren Anomalie oder zwischen den Winkeln ASo und ASx heißt die Mittelpunctsgleichung.

§. 835. Sobald man diesen Unterschied weiß, so läßt sich die Länge des Planeten in der Ellipse, oder der

Winkel

Winkel ASo bestimmen. Dieser Unterschied müßte vom mittlern Orte abgezogen werden, so lange sich der Planet zwischen A oder Null Grad und 180° befindet, und dazu addirt werden, wenn er von P nach d und A läuft.

Bode giebt in seinen Erläuterungen folgende Regel, die wahre Anomalie und Mittelpunctsgleichung zu finden:

$$SA : SP = \text{Tang.}\ \tfrac{1}{2}\ ASx : \text{Tang.}\ \tfrac{1}{2}\ ASo.$$

d. h. der Abstand der Sonnenferne verhält sich zum Abstand der Sonnenhöhe, wie die Tangente der halben mittlern Anomalie zur Tangente der halben wahren Anomalie.

Z. B. die Mittelpunctsgleichung der Venus zu finden, wenn ihre mittlere Anomalie 60° ist.

Nach §. 832 ist $AS = 72831$; $SP = 71835$.

$$72831 : 71835 = \text{Tang.}\ 30° : \text{Tang.}\ \tfrac{1}{2}\ ASo.$$

$$\begin{aligned} \log.\ \text{Tang.}\ 30° &= 9.7614394 \\ \log.\ 71835 &= \underline{4.8563361} \\ &\phantom{=}\ 14.6177755 \\ \log.\ 72831 &= \underline{4.8623163} \\ \log.\ \text{Tang.}\ \tfrac{1}{2}\ ASo &= 9.7554592 = \underline{29°\ 39'\ 38''}\ (.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Wahre Anomalie} &= 59°\ 19'\ 16'' \\ \text{von der mittlern} &= \underline{60°\ \text{abgezogen}} \end{aligned}$$

giebt die Mittelpunctsgleichung $= -\ 40'\ 44''$.

Allein dies leichte Formular ist nur bei den Planeten sicher anzuwenden, deren Eccentricität gering ist.

Setzt man die wahre Anomalie voraus, so erhält man die mittlere durch folgende Formel:

1) $\sqrt{(SP)} : \sqrt{(SA)} = \text{Tang.}\ \tfrac{1}{2}\ ASo : \text{Tang.}\ \tfrac{1}{2}\ ACu.$

2) $\dfrac{206265''\ .\ CS}{CP}\ .\ \text{Sin.}\ ACu = y$; und $y + ACu = < ASx.$

Der Unterschied der mittlern und wahren ist die Mittelpunctsgleichung.

Anmerk. Die Zahl 206265 ist der in Bogentheilen ausgedrückte Halbmesser eines Kreises; denn derselbe $= 57°\ 17'\ 45'' = 206265''$.

§. 836.

§. 836. Wenn man aus dem Punct S mit einem Radius, welcher die mittlere Proportionallinie zwischen der halben großen und halben kleinen Axe ist, einen Kreis zieht, so durchschneidet dieser die Ellipse da in i und l, wo die größte Mittelpunctsgleichung statt findet, und die wahre Geschwindigkeit der mittlern gleich ist.

§. 837. Den jedesmaligen Abstand eines Planeten von der Sonne oder den Radius vector So giebt die Formel:

der Sinus ASo (wahren Anomalie) verhält sich zum Sinus ACu (eccentrischen Anomalie), wie die halbe kleine Axe (die halbe große Axe = 100000), zum Radius vector.

Wenn der Planet sich in e oder d am Endpuncte der kleinen Axe befindet, so ist der Radius vector = der halben großen Axe, und der Planet in der mittleren Entfernung von der Sonne.

§. 838. Die geocentrische Länge und Breite der Planeten zu finden.

Könnten wir den Lauf der Planeten aus der Sonne betrachten, so würden wir sie stets an ihrem wahren Orte sehen; allein, da wir ihn von der Erde aus betrachten, so erscheinen sie uns in andern Puncten des Thierkreises. Aus ihren Abständen von der Sonne und ihrer heliocentrischen Länge und Breite wird sich aber ihr geocentrischer (von der Erde aus gesehener) Ort berechnen lassen.

Es stehe z. B. Jupiter in ♃ Fig. 276., und seine heliocentrische Länge in der Ekliptik sey ♈J = 5 Zeichen 10° 19′ 9″; die Erde in ♁ = 7 Zeichen 10° 53′ 21″, so ist im Dreieck S♃♁ bekannt S♃ = dem Abstand des Jupiter von der Sonne; S♁ = dem Abstand der Erde und Sonne; und < a = dem Unterschied der heliocentrischen Länge beider Planeten. (Die heliocentrische Länge der Erde ist allemal gleich der Länge der Sonne + oder − 6 Zeichen.) Die Abstände der Planeten von der Sonne nimmt man aus §. 832., wobei man noch darauf achten muß, ob sie sich in der Sonnennähe oder Sonnenferne befinden. Nach §. 837. ergeben sich diese Abstände am sichersten.

Hier

Hier ist $S♃ = 540770$
$S♁ = 100840$

und $7$ Z. $10^\circ\ 53'\ 21''$
$-\ 5 \quad 10 \quad 19 \quad 9$

$2$ Z. $-^\circ\ 34'\ 12 = 60^\circ\ 34'\ 12'' = < a.$

man sucht den Winkel b, unter welchem Jupiter von der Sonne der Länge nach erscheint. Folglich sind im ebenen △ zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel bekannt, man sucht einen der beiden unbekannten Winkel, b.

Seiten 540770 $\quad < C + < b = 180^\circ - < a$
100844 $\quad a = 60^\circ\ 34'\ 12''$

Summe 641614 Summe der beiden $119^\circ\ 25'\ 48''$
Unterschied 439926 halbe Summe $= 59^\circ\ 42'\ 54''$.

$641614 : 439926 = \text{Tang. } 59^\circ\ 42'\ 54'' : \text{Tang. } x.$

log. $= 10{,}2335549$
$5{,}6433796$

$15{,}8769345$
$5{,}8072738$

$10{,}0696607 = 49^\circ\ 34'\ 36''$
dazu addirt $= 59^\circ\ 42'\ 54''$

Winkel b an der Erde $= 109^\circ\ 17'\ 30''$

d. h. 3 Zeichen $19^\circ\ 17'\ 30''$ = geocentrischen Länge des Jupiter.

$< a$ heißt Commutationswinkel,
$< b$ — Elongationswinkel,
$< c$ — Parallaxe der Erdbahn vom Planeten aus gesehen.

Durch obige Rechnung sind alle Winkel bekannt geworden, denn $< a + < b$ von $180^\circ$ abgezogen, giebt $< c$.

§. 839. Die geocentrische Breite zu finden dient die Formel:

Sin. a : Sin. b = Tang. der heliocentrischen Breite : Tang. der geocentrischen Breite.

Z. B. Es sey die heliocentrische Breite des Jupiter in Fig. 276. $= 1^\circ\ 9'\ 24''$ nördlich.

log.

$$\log. \text{Tang. } 1^\circ\ 9'\ 24'' = 8{,}305133$$
$$\log. \text{Sin. } b = 109^\circ\ 17'\ 30'' = 9{,}974908$$
$$18{,}280041$$
$$\log. \text{Sin. } a = 60^\circ\ 34'\ 12'' = 9{,}939996$$
$$\text{Tang.} = 8{,}340045 = 1^\circ\ 15'\ 12''$$
nördliche Breite.

§. 840. Ein Planet kommt, von der Erde aus gesehen, zum Stillstande, wenn die Tangente seines Entfernungswinkels von der Sonne (Abstand der Erde $= 1$) gleich ist dem Halbmesser seiner Bahn, dividirt durch die Quadratwurzel dieses Halbmessers $+ 1$, und wird nun rückgängig, oder wenn er rückgängig war, wieder rechtläufig. Die kommende Tangente ist negativ, weil der Entfernungswinkel stumpf wird, und muß von $180^\circ$ abgezogen werden, dann giebt sie diesen Winkel an.

Formel: $\frac{R}{\sqrt{R+1}} = \text{Tang. } b =$ Elongationswinkel, in dem der Planet zum Stillstand kommt.

§. 841. Aus den Planetentafeln findet man für jede gegebene Zeit die mittlere heliocentrische Länge, den Ort des Apheliums und des aufsteigenden Knotens. Zieht man von der mittlern Länge den Ort des Apheliums ab, so bleibt die mittlere Anomalie, wozu die Tafeln die Mittelpunctsgleichung geben, die in den ersten 6 Zeichen von der mittlern Länge subtrahirt, in den andern 6 Zeichen dazu addirt, die wahre Länge in der Planetenbahn geben. Zieht man hievon die Länge des aufsteigenden Knotens ab, so erhält man das Argument der Breite, woraus man die Reduction auf die Ekliptik, und damit die heliocentrische Länge und Breite des Planeten in derselben findet.

§. 842. Die wahre Entfernung eines Planeten von der Erde giebt die

Formel: Sin. des Elongationswinkels verhält sich zur abgekürzten Entfernung des Planeten von der Sonne, wie der Commutationswinkel

zur

zur abgekürzten Entfernung desselben von der Erde; letztere durch den Cosin. der geocentrischen Breite dividirt, giebt die wahre gesuchte Entfernung in solchen Theilen, deren der Abstand der Erde von der Sonne 100000 hat.

Z. B. die Entfernung des Jupiter nach den Angaben im §. 838. zu finden:

Sin. b : S♃ = Sin. a : ♃♁

log. Sin. a = 60° 34′ 12″ = 9.939996
log. S♃ = 540770 = 5.733013

15.673009

log. Sin. b = 109° 17′ 30″ = 9.974908

5.698101 = 499000

geocentr. Breite, Cos. 1° 15′ 12″ = 9,999896

log. der wahren Entfernung = 5.698205 = 499120.

Verlangt man diese Entfernung in Meilen, so gilt:

100000 : 20857000 Meilen = 499120 : Entfernung in Meilen.

§. 843. Als eine Probe von astronomischen Tafeln können die im Anhange mitgetheilten Tafeln des scheinbaren Sonnenlaufs A, B, C dienen, aus welchen Freunde der Sternkunde die Länge der Sonne für jede Zeit von 1810 bis 1869 mit einer für sie hinreichenden Genauigkeit finden können.

Z. B. Man sucht für Berlin am 8ten Januar 1818 Mittags wahrer Zeit die Länge der Sonne.

D. i. astronomisch = 1818 J. 0 M. 8 T. 0 St. 0 M. 0 Sek.

Zeitunterschied der Meridiane v. Berlin und Paris — — — 44′ 10″ abgez.

Wahre Zeit zu Paris . = 1818 J. 0 M 7 T. 23 St. 15′ 50″

Zeitgleichung aus Tafel III. + 6′ 59″

Mittl. Zeit zu Paris = 1818 J. 0 M. 7 T. 23 St. 22′ 49″

| Mittlere Länge der Sonne. | | Länge d. Erdferne. |
|---|---|---|
| Tafel A giebt für 1818 | = 9 Z. 9° 32′ 45″ | 3 Z. 9° 48′ 32″ |
| Taf. B giebt f. 7 Tage | = 0 6 53′ 59″ | 1″ |
| für 23 Stunden | = 0 0 56′ 40″ | 3 Z. 9° 48′ 33″ |
| für 22 Minuten | = — — — 54. | |
| für 49 Sekunden | = — — — 2. | |
| Mittl. Länge d. Sonne | = 9 Z. 17° 24′ 20″ | |
| Länge d. Erdf. abgez. | = 3 9 48 33 | |
| Mittlere Anomalie | = 6 Z. 7° 35′ 47″ | |
| Hiezu giebt Taf. C die Mittelpunctsgleichung | = + 15′ 35″ | |
| Mittl. Länge d. Sonne | = 9 Z. 17° 24′ 20″ | |

Wahre Länge d. Sonne = 9 Z. 17° 39′ 55″ am 8ten Januar zu Berlin. Nach Bode's Jahrbuch ist sie = 9 Z. 17° 39′ 54″, also um 1″ genauer.

---

## III. Natürliche Beschaffenheit der Sonnen- und Planetenoberfläche.

§. 844. Unsere Sonne ist ein Fixstern, der seine Lage gegen die übrigen Fixsterne entweder gar nicht, oder doch nur äußerst unmerklich verändert, und gehört mit zu dem Fixsternenheer, welches Milchstraße, Glanzstraße heißt. Letztere erscheint uns als ein unregelmäßiger Kreis am Himmel, weil unser Sonnensystem nicht in der Mitte, sondern unfern dem einen Ende derselben liegt. Nach Herschel gehören alle sichtbare Sterne am Himmel zur Milchstraße; die mit Hülfe der besten Sehwerkzeuge entdeckten, und nach allen Richtungen hin befindlichen sogenannten Nebelflecke sind gleichfalls solche Sonnenheere oder Milchstraßen, die für sich Ganze ausmachen, und nur wegen ihrer ungeheuern Entfernung uns so klein und zusammengehäuft erscheinen. Unsre Sonne wird von Planeten begleitet, daher wird jede andere Sonne ebenfalls dergleichen Weltkörper bei sich haben, und ihnen Licht und Wärme mittheilen. Was wir gegenwärtig von der physischen Beschaffenheit der Sonne und Planeten

wissen,