



Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

§. 889-895. Zeichnung der Horizontaluhr, Vertikal= Oriental= und Occidentaluhr, Tangenten der Stundenwinkel zu finden.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-63556](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-63556)

	Dichtig- keit.	Masse.	Zugkraft in 1 Se- kunde	Größe im Ver- hältniß zur Erde.	Durchmes- ser in Mei- len.
Mercur	2,56	0,16	15,1 Fuß	16 mal	697
Venus	1,03	0,95	15,2 —	$\frac{1}{20}$ —	1688
Erde	1,00	1,00	15,1 —	—	1719
Mond	0,75	0,015	3,1 —	50	465
Mars	0,64	0,10	5,2 —	$6\frac{2}{3}$	920
Sonne	0,23	329800	389,0 —	1448079 mal	194490
Jupiter	0,21	309,1	35,9 —	1474 —	19566
Uranus	0,20	16,9	13,2 —	85 —	7564
Saturn	0,095	98,2	14,5 —	1030 —	17362

Die Größe der Sonnenkugel übertrifft die gesammte Größe aller Planeten um 559mal, woraus sich die Größe ihrer Anziehungskraft, welche das ganze System in Ordnung hält, erklärt.

IV. Leichte und sichere Verfahrensweise, Sonnenuhren zu zeichnen

§. 889. Auf einer ebenen rechtwinklichten Fläche von Messing, Zinn oder Holz ziehe man für eine horizontal oder wagerechtliegende Sonnenuhr

die Parallelen CA und DB Fig. 278. in einem Abstände, der der Dicke des Zeigers gleich ist. Auf CA errichte das Quadrat CAEG, und auf DB das Quadrat DBFH, in beliebiger Größe, doch so groß, als es die Uhrfläche nur immer erlaubt, und daß eine Seite dieser gleichen Quadrate genau 1000 Theile eines verjüngten Maasstabes mißt.

Die Linien CA und DB liegen so, daß C und D nach Süden, A und B nach Norden zeigen; dann fällt der Schatten des zwischen AC und DB befindlichen Zeigers des Vormittags auf das Quadrat DBFH, und des Nachmittags auf das Quadrat CAEG, und geht nach der Ordnung der Zahlen über dieselben.

Wohin der Schatten für jede beliebige Zeit fallen wird, läßt sich berechnen, sobald man die Polhöhe desje-

nigen Ortes kennt, für welchen die Uhr bestimmt ist. Um 12 Uhr fällt der Schatten auf die Fläche CDAB, um 1 Uhr auf die Linie Cb, um 2 Uhr auf die Linie C2 ic. und macht also zu jeder Zeit mit der Mittaglinie CA einen Winkel bCA, oder 2 CA u. s. w. welcher Stundenwinkel, oder Winkel mit dem Meridian heißt. Sieht man CA als den Radius an, so ist die Linie AE eine Tangente, und GE die Cotangente. Trägt man nun nach dem Maasstabe, wonach die Quadrate gezeichnet sind, von A aus auf die Tangente AE die Tangententheile, welche einem Stundenwinkel z. B. bCA zukommen, so erhält man den Punct b, von dem eine gerade Linie nach C gezogen, die Richtung des Schattens zur verlangten Stunde anzeigt.

Wie groß nun das Stück Ab, Ac, Ad für die Stunden 1, 2, 3 und auf der andern Seite, für 11, 10, 9 u. s. f. seyn muß, findet man für jede Viertelstunde in der Tafel VIII. des Anhanges, für verschiedene Polhöhen berechnet. Man suche also in der obern Querspalte die Polhöhe, die der des Ortes gleich, oder nahe ist, und trage die in der senkrecht darunter stehenden Spalte angegebenen Tangententheile nach dem Maasstabe auf die Zeichnung, z. B. für die Polhöhe $52^{\circ} 30'$ ist $Ab = 212,5$ um 1 Uhr; $Ac = 458,2$ um 2 Uhr u. s. w., welche Theile auch auf die andere Seite BF eben so von B aus getragen werden.

Die Cotangententheile werden von G aus auf GE, und von H aus auf HF getragen.

Die 6te Stundenlinie ist = 0 und die GH. Weil nun aber eine solche Uhr auch noch nach 6 Uhr, und des Morgens vor 6 Uhr die Zeit angeben kann, so verlängere man die Linie MD nach N, und X nach Y, so bekommt man die 7te und 8te Stunde des Abends. Eben so verfähre man mit den Stunden früh vor 6 Uhr.

Nachdem so die Lage der Stundenlinien bestimmt ist, kann man der Uhr eine beliebige Einfassung, z. B. einen Kreis, ein Parallelogramm u. dgl. geben, und die Zahlen hinzufügen.

S. 890. Ein wichtiger Umstand an jeder Sonnenuhr ist der Zeiger CMm Fig. 279, bei welchem es darauf ankommt, daß der Winkel Mcm, welchen die zeigende
oder

oder schattende Kante CM mit der Uhrfläche macht, gleich der Polhöhe des Ortes sey. Diesen Winkel erhält man, indem man einen rechtwinklichten Triangel CRP Fig. 279. und 280. zeichnet, worin PR = dem Sin. und CP = dem Cosin. der Polhöhe gemacht wird. In der Tafel VIII. findet man unter jeder Spalte die Größe der Catheten PR und CP angegeben. Die Größe des Zeigers ist willkürlich; damit er aber keine unnütze Höhe erhalte, trage man den Abstand der 12ten Stunde vom Uhr-Centrum auf die verlängerte CP des Zeigers (in der Figur 279. ist $cz = c_{12}$ Fig. 278.), und beschreibe das gleichseitige Dreieck NCZ, dessen eine Seite ZN die Hypotenuse CR in M durchschneiden wird; in M kann dann das Ende des Zeigers seyn.

Die beiden Kanten CM und DO müssen recht scharf und glatt, und die Punkte CD genau an das Centrum der Uhr CD anschließen. Er kann mit Zapfen V, oder Schrauben in der Uhr befestigt werden; aber nie vergesse man, ihn in Hinsicht der Uhrfläche senkrecht zu stellen. Die zeigende Fläche eines jeden Sonnenuhrzeigers, also CMDO muß der Erdaxe parallel, folglich CM nach dem Nordpol des Himmels gerichtet seyn.

Horizontalsonnenuhren sind die brauchbarsten, denn sie zeigen den ganzen Tag die wahre Zeit mit einer Genauigkeit von etwa 1 Minute. Man legt sie wagerecht, und so, daß die 12te Stundenlinie im Meridian, mit dem Uhrcentrum nach Süden weist.

S. 891. Die Vertikal- oder hängende Sonnenuhr, deren Fläche auf einer Horizontale senkrecht steht, wird eben so, wie die vorige gezeichnet. Man zieht auch hier zwei um die Dicke des Zeigers von einander absteigende Parallelen, auf welche der Schatten um 12 Uhr fällt, errichtet auf jeder Seite ein Quadrat, und trägt die Tangententheile für jede ganze, halbe und Viertelstunde auf die Seiten des Quadrats, die an der 12ten Stundenlinie und ihr gegenüber liegen, wie sie für 7 verschiedene Polhöhen in der Tafel IX. des Anhangs angegeben sind. Eine solche Uhr kann höchstens bis 6 Uhr die Stunden zeigen, und ihr Centrum ziemlich oben auf der zur Uhr bestimmten Platte genommen werden. Ihr Zeiger CRP

Fig. 280.

Fig. 280. macht mit der Uhrfläche einen Winkel, welcher mit der Aquatorhöhe, oder deren Cosinus der Polhöhe gleich ist. Man kann ihn durch ein rechtwinkliges Dreieck CRP bekommen, wie bei der Horizontaluhr, aber der Winkel x bei R liegt im Uhrcentrum auf der 6ten Stundenlinie, und P in der Nähe von 12 Uhr. RP ist senkrecht und geht nach dem Mittelpunct der Erde; CR nach den Weltpolen und zeigt mit dem äußersten Schattenrande die Zeit an.

Beim Aufstellen der Uhr sehe man dahin, daß die Uhrfläche völlig senkrecht auf der Morgen- und Abendlinie, und der Zeiger in der Ebene des Meridians liege.

Runde Zeiger taugen nichts, und zeigen falsch. Daher ist auch die in den Lehrbüchern vorkommende geometrische Construction der Sonnenuhren in der Ausübung ganz unbrauchbar. Es würde nämlich zu einer solchen Uhr ein Zeiger ohne alle Dicke erfordert, welches ein unmögliches Ding ist; anderer großen Unbequemlichkeiten bei Aufstragung der Stundenlinien nicht zu gedenken.

§. 892. Oriental- und Occidentalsonnenuhren stehen mit ihren Flächen gegen Morgen oder Abend, und senkrecht auf der horizontalen AB Fig. 281. Wenn A Süden und B Norden ist, so ist Winkel $x =$ Aquatorhöhe des Aufstellungsortes. In der 6ten Stundenlinie ist der Zeiger abcd Fig. 282. auf der Fläche UB senkrecht befestigt, und so hoch, daß er (niedergelegt) von 6 bis 9 auf der Uhr reicht. Die Abtheilung der Stundenlinien hängt also von der Zeigerhöhe, oder dem Abstand 6 - 9 ab. Man theile den Abstand 6 - 9 in 100 Theile. Wieviel solcher Theile jeder Viertelstunde, von 6 Uhr an, als dem Zeigerplatz und Uhrcentro, zukommen, findet man in der Tafel X. des Anhanges.

Je näher die Stunden dem Mittage kommen, desto länger wird der Schatten, und um 12 Uhr unendlich seyn. Die obere Fläche ab am Zeiger zeigt mit ihrem Schatten die Stunden an.

Eine Occidental- oder Abenduhr wird eben so gezeichnet, nur erhält sie die Zahlen in umgekehrter Ordnung; wo 11 steht, muß 1 stehen; anstatt 10 eine 2 u. s. w.

An

An einem Würfel von beliebiger Größe lassen sich diese 4 Sonnenuhrgattungen, so wie auch eine Mitternachtuhr anbringen, welche letztere wie eine Mittagshuhr gezeichnet wird; allein ihr Zeiger steht mit der Spitze unten, und die Stundenzahlen folgen in umgekehrter Ordnung von 3 bis etwa 7, und 5 bis 9 Uhr.

§. 893. In den Tafeln VIII. bis X. kommen nur die Tangententheile aller Viertelstunden vor. Man kann aber leicht die Stundenwinkel und ihre Tangententheile für einzelne Minuten haben. Zu einer solchen Rechnung sind zwei Stücke zu wissen nöthig:

- 1) die Polhöhe des Ortes,
- 2) die Äquinoctialdistanz.

Unter letzterer versteht man den Theil des Äquators, der sich in einer gegebenen Zeit (von 12 Uhr an gerechnet) durch den Mittagkreis bewegt. Innerhalb 24 Stunden bewegt sich der ganze Äquator mit seinen 360 Graden durch den Meridian, folglich in 1 Stunde 15° , in 30 Minuten $7\frac{1}{2}^\circ$, in 5 Minuten $1^\circ 15'$ u. s. w. (S. Tafel I.). Nun findet man den Stundenwinkel bei Horizontalsonnenuhren dadurch:

$$\text{Sin. tot.} : \text{Sin. P} = \text{Tang. A} : \text{Tang. S,}$$

wobei P = Polhöhe, A = Äquinoctialdistanz; S = Stundenwinkel.

3. B. Man sucht den Stundenwinkel für 5 Minuten nach 12 oder vor 12 Uhr, unter der Polhöhe $52^\circ 30'$, so ist

$$\text{Sin. tot.} : \text{Sin. } 52^\circ 30' = \text{Tang. } 1^\circ 15' : \text{Tang. S.}$$

$$\text{log. Tang. } 1^\circ 15' = 8,3463020$$

$$\text{log. Sin. } 52^\circ 30' = 9,8994667$$

$$= 18,2397687$$

$$\text{log. Sin. tot.} = 10,0000000$$

$$\text{log. Tang. S.} = 8,2397687 = 59' 40''$$

wozu man in den trigonometrischen Tafeln die natürliche Tangente 0,0173692 findet, wovon man aber nur die 3 ersten Zahlen, und allensfalls eine Decimalstelle nehmen kann, weil der Maßstab, nach welchem die Uhr gezeichnet wird, nur 1000theilig ist. Daher ist der Punct, auf den der Schatten 5 Min. vor oder nach 12 Uhr hinfällt,

um 17,3 solcher Theile entfernt, deren die Tangente 1000 hat. — Sobald der Stundenwinkel über 45° wächst, ist die Tangente über 1000, daher suche man in den Tafeln die Cotangententheile zu demselben.

§. 894. Die Stundenwinkel und Tangententheile zu einer Vertikal- oder Mittagshuhr werden eben so gefunden, nur mit dem Unterschiede, daß man statt des Sinus der Polhöhe, den Cosinus derselben nimmt, und daher die Formel hat

$\text{Sin. tot.} : \text{Cosin. P} = \text{Tang. A} : \text{Tang. S.}$
(worin P = Polhöhe, A = Äquinoctialdistanz, S = Stundenwinkel).

Mittels der gegebenen Formeln kann man sich nöthigenfalls solche Tafeln, wie VIII und IX, selbst verfertigen, wenn die Polhöhe, unter welcher man wohnt, nicht darin zu finden ist. Eine Sonnenuhr ist brauchbar, wenn auch die Polhöhe, für welche sie gemacht, von der des Aufstellungsortes um 5' verschieden ist.

§. 895. In der Tafel X. findet man durch die Formel $\text{Sin. A} : 100 = \text{Cosin. A} : \text{Abstand der Stundenlinien, vom Zeiger auf der 6ten Stunde an gerechnet.}$

Z. B. wie weit reicht der Schatten auf einer Abendshuhr um 2 Uhr Nachmittags?

Hier ist $A = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$, daher

$$\text{Sin. } 30^\circ : 100 = \text{Cos. } 30^\circ : S$$

$$\log. \text{Cos. } 30^\circ = 9,9375306$$

$$\log. 100 = 2$$

$$11,9375306$$

$$\log. \text{Sin. } 30^\circ = 9,6989700$$

$$2,2385606 = 173,21,$$

d. h. die 2te Stundenlinie ist von dem Zeiger um 173,2 solcher Theile entfernt, deren er 100 hat.

Die Polhöhe hat auf die Abend- und Morgenuhren weiter keinen Einfluß, als daß sie unter dem Winkel der Äquatorhöhe aufzustellen sind.

Anhang.