



## **Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen**

**Stöpel, August**

**Stendal, 1819**

§. 711-717. Gesetze der Schwere auf der Erdoberfläche, ihre Verminderung durch den Umschwung der Erde; durch beschleunigte Bewegung erzeugte Kraft, Wurfbewegung;

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-63556](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-63556)

## Gesetze der Schwere auf der Erdoberfläche.

§. 711. So wie die Sonne der allgemeine Kraftpunct in Hinsicht ihrer Planeten und Kometen ist, so ist es die Erde wieder für sich in Hinsicht des Mondes und alles dessen, was zur Erde gehört. Alles zeigt ein unerschliches Bestreben, sich dem Mittelpunct der Erde zu nähern; oder der Mittelpunct der Erde zieht alles mit gleicher Liebe an. Wenn kein Hinderniß vorhanden, so fällt eine Feder eben so schnell zur Tiefe, als ein Stück Blei; jeder Körper fällt senkrecht auf die wahre Horizontallinie, und zwar nach folgendem Gesetz:

er fällt in der 1sten Sec.	15 Fuß;	durchgefallene Räume	1
— — — — 2ten	— 45 —	—	— 3
— — — — 3ten	— 75 —	—	— 5
— — — — 4ten	— 105 —	—	— 7
u. s. w.			

Größe des Falls nach der 4ten Sekunde = 240 Fuß, oder durch 16 Räume.

Nach der 3ten Sekunde war der Körper durch 9 Räume; nach der 2ten durch 4 Räume, jeden zu 15 Fuß, gefallen: also sind die Quadrate der Zeitsekunden der Anzahl der Räume gleich, durch die der Körper gefallen ist. Folglich läßt sich für die Fallhöhe eine allgemeine Formel geben.

Formel:  $15 \cdot z^2 = h =$  Höhe oder Tiefe, welche ein Körper gefallen ist;

$\sqrt{\frac{h}{15}} = z =$  Zeit, die ein Körper zum Fallen gebraucht, in Sekunden angegeben.

Z. B. wie tief fällt ein Körper, wenn ihn nichts hindert, in 10''? Hier ist  $z = 10$ , und  $15 \cdot 10^2 = 1500$  Fuß =  $h =$  Tiefe.

Wie lange wird ein Körper durch einen Raum von 280 Fuß fallen? — Hier ist  $\sqrt{\frac{280}{15}} = \sqrt{18,66} \dots = 4,3$  Sekunden.

Anmerk. Der Raum, den ein Körper in der ersten Sekunde durchfällt, ist unter dem Aequator, wegen der

größern Dichte der Erde, oder größern Gleichkraft, etwas geringer, als bei uns. Denn er beträgt  
 unter dem Aequator 15 Fuß 0 Zoll 7 Linien Pariser Maaß,  
 unter dies. Polhöhe 15 — 1' — 2'' od. 15,6344 Fuß Preuß.  
 unter dem Pol . 15' — 1'' — 8''.

Man nennt diesen Raum die Fallkraft, oder Fallhöhe in der ersten Sekunde.

§. 712. Durch Rechnung kann die Größe der Fallhöhe in der ersten Sekunde für jeden Ort gefunden werden. Denn das Quadrat vom Durchmesser eines Kreises verhält sich zum Quadrat der Peripherie desselben, wie die halbe Länge eines Sekundenpendels, zu der Länge, durch die ein Körper in der 1sten Sekunde fällt, d. h.  $100^2 : 314^2 = 220,28 \text{ Linien} : 15' 1'' 2''' \text{ Pariser Maaß}$ .

Allgemeine Formel:  $D^2 : P^2 = \frac{1}{2} L : F$ ,  
 wobei  $D = 100$ ;  $P = 314$ ;  $L =$  der Pendellänge;  
 $F =$  Fallkraft.

§. 713. Die Schwere nimmt mit dem Quadrat der zunehmenden Entfernung vom Mittelpunct der Erde ab.

Demnach beträgt diese Abnahme auf dem Chimborasso, welcher 3357 franz. Klafter über der Meeresfläche erhaben ist, nur  $\frac{1}{500}$ . Denn wenn der Erdhalbmesser  $= 3273300$  Klafter; der Gipfel des Berges aber 3276657 Klaftern vom Mittelpunct der Erde abstecht, so ist

$$3273300 : 3276657 = 100000 : 100098 \text{ (der Radius } = 100000)$$

und  $100098^2 : 100000^2 =$  (abgekürzt)  $100196 : 10000$   
 oder  $1 : 0,998 = 1000 : 998$ . Aber diese Zahlen sind nur um  $\frac{2}{1000}$  oder  $\frac{1}{500}$  verschieden.

Im Mittelpunct der Erde wird die Schwere aufgehören, also auf der Oberfläche am stärksten seyn.

§. 714. Besäße die Erde die anziehende Kraft nicht, so würde ein auf der Oberfläche in Wurfbewegung gebrachter Körper ewig in der erhaltenen Richtung fortfliegen. Da aber die Centripetalkraft oder Schwere beständig auf ihn wirkt, so wird seine Bewegung krummlinicht,  
 Cc para

parabolisch werden. Könnte man aber in einer geringen Entfernung von der Erdoberfläche einem Körper in horizontaler Richtung die Geschwindigkeit von 18800 Fuß in 1" geben, so würde er nie wieder zur Erde kommen, sondern als Trabant um dieselbe laufen.

§. 715. Durch den Umschwung der Erde erhalten die Theile unter dem Aequator eine Fliehkraft, die  $\frac{1}{289}$  der Centripetalkraft beträgt; also würde ein freifallender Körper daselbst, wenn die Erde ruhete, anstatt 15 Fuß 7 Linien = 2167 Linien in einer Sekunde zu fallen, etwas mehr, nämlich 2174,5 Linien franz. Maas fallen.

Daß die Fliehkraft unter dem Aequator 289 mal geringer ist, als die Centripetalkraft, erfährt man aus dem Abstand und Umlauf des Mondes um die Erde. Z. B. Wenn sein Abstand = 60 Erdhalbmesser; sein Umlauf 656 Stunden; Erdhalbmesser = 1; ihre Umdrehungszeit = 24 Stunden, so giebt

$$\frac{60^3 \cdot 24^2}{1^3 \cdot 656^2} = 289.$$

§. 716. Die Kraft, welche ein Körper beim freien Falle durch die beschleunigte Bewegung erhält, findet man, wenn man das Quadrat der Zeit mit seiner Masse multiplicirt.

Formel:  $Z^2 \cdot M = K =$  der erhaltenen Kraft.

Z. B. ein Körper von 4 ℔ übt, wenn er 3 Sekunden lang fällt, eine Kraft von  $3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$  ℔ aus.

Beim Steigen eines Körpers nimmt seine Geschwindigkeit und Kraft eben so ab, als sie beim Fallen zunimmt.

§. 717. Von der Wurfbewegung. Ein horizontal nach B Fig. 256. geworfener Körper A würde in gleichen Zeiten die Räume Aa, ab, bc, durchlaufen. Vermöge der anziehenden Kraft der Erde wird er aber jeden Augenblick nach M gezogen, und also während er Aa zurücklegt, um AC sinken; während Ab um AD sinken; während Ac aber um AE sinken. Seine Bewegung ist demnach aus 2 Kräften zusammengesetzt. Vermöge der Centripetalkraft sinkt er in der ersten Sekunde um

um  $ap = AC$ ; nach der zweiten um 4 solche Räume, um  $bq = AD$ ; nach der dritten um 9 Räume, nämlich  $cr = AE$ ; folglich verhalten sich die Abschnitte  $AC, AD, AE$ , wie die Quadrate der Zeiten  $Aa, Ab, Ac$ , oder  $Cp, Dq, Er$ , und der Körper beschreibt die krumme Linie  $Apqr$ , in welcher  $AM$  die Ase,  $AC, AD, AE$  Abscissen und  $Cp, Dq, Er$  Ordinaten sind. Aus dem Verhältniß der Ordinaten zu den Abscissen ergibt sich, daß die krumme Linie eine Parabel ist. Nun ist, wenn  $Aa$  sehr klein genommen wird, die  $Ap$  die Diagonale im Rechteck  $AapC$ , wird also in derselben Zeit durchlaufen, als der Körper um  $AC$  frei fallen, oder um  $Aa$  horizontal sich fortbewegen würde; und da dies in jedem der Parallelogramme  $AbqD$  u. s. w. gilt; so muß der Körper in derselben Zeit den Bogen  $Ar$  zurücklegen, als er  $AE$  durchfallen, oder  $AC$  horizontal durchlaufen würde.

Wird der Körper mit der in  $r$  erhaltenen Geschwindigkeit aufwärts nach  $m$  geworfen, so nimmt er mit verzögerter Bewegung den Weg durch  $q, p$  nach  $A$ , dem Scheitel der Parabel, und geht nach  $S$  mit beschleunigter Bewegung wieder herunter in eben so viel Zeit, als er zum Steigen brauchte.

Diese Gesetze des freien Falles und der Wurfbewegung gelten nur im luftleeren Räume; denn der Widerstand der Luft, der nicht zu jeder Zeit gleich ist, macht hierbei beträchtliche Änderungen.

### §. 718. Vom Pendel.

Eine Bleikugel an einem feinen seidenen Faden oder Haar, welches an einem Stifte so befestigt ist, daß die Kugel sich frei hin und her bewegen kann, kommt dem einfachen mathematischen Pendel sehr nahe. Dieses Pendel schwingt gleich schnell, es mag die Kugel größere oder kleine Bogen beschreiben, daher es zur genaueren Abmessung kleiner Zeittheile dienen kann; nur die Reibung und der Widerstand der Luft sind Ursachen, daß es seine Bewegung nicht immer fortsetzt.

Hinz- und Herschwingung heißt ein ganzer Schwung. Der Punct, worin die ganze Schwere des Pendels vereinigt liegt, heißt der Schwingungspunct; der von ihm beschriebene Bogen Schwingungsbogen; der