Leitfaden für das elementare Linearzeichnen

Voltz, Carl

Nördlingen, 1872

III. Abschnitt.

urn:nbn:de:hbz:466:1-63963

Fig. 1 den gegebenen Halbkreis in 3, 6 und 12 gleiche Theile zu bringen. — Trage den Halbmesser a M oder b M von a nach I, II und III auf den Umfang des Halbkreises über; halbire sodann jedes $1/3$, so erhält man die 6 Theile, jedes $1/6$ wieder halbirt giebt die 12 gleichen Theile. — Oder man hätte die Theilung nach Auftragen der Centriwinkel erhalten können, z. B. für 3 gleiche Theile Centriwinkel $= 60^\circ$, für 6 Theile ist der Centriwinkel $= 30^\circ$, und für 12 Theile ist der Centriwinkel $= 15^\circ$.

Fig. 2 und 3. Theilung des Halbkreises in 5 und 10. — Dann in Fig. 3 in 3, 9 und 18 gleiche Theile. — Die Austheilungen werden nach der obigen angeführten Construction ausgeführt.

Construction eines Winkelmessers oder Transporteurs. — Beschreibe über der g. Linie a, b aus M den Halbkreis und aus demselben Mittelpuncte weitere drei Zirkellinien. Errichte in der Mitte M die Senkrechte c M, so sind die beiden Nebenwinkel gleich 2 RWkl. $= 90^\circ$, d. i. $90^\circ \times 2 = 180^\circ$, es folgt die Bezeichnung 0, 90 und 180 Grad ($^\circ$). Theilt man nun diese Nebenwinkel wieder in 3 gleiche Theile ab, und zieht von den Theilpunkten nach M g. Linien, so erhält man 6 gleiche Theile: 0° bis 30°, 30° bis 60°, von 60° bis 90°, von 90° bis 120°, von 120° bis 150°, von 150° bis 180 Grad. Theilt man die erhaltenen 6tel je wieder in 3 gleiche Theile, so erhält man 10tel d. h. 0° bis 10°, von 10° bis 20°, von 20° bis 30°, von 30° bis 40° u. s. w. bis 180°. Werden nun diese zuletzt erhaltenen 10tel wieder in 5 gleiche Theile gebracht, so ist die vollständige Gradeintheilung von 0° bis 180 Grad aufgetragen.

Von verjüngtem Masstabe: Da in der Regel technische Zeichnungen nie in ihrer wirklichen Grösse, sondern in kleinerem Massstabe angefertigt werden, so wird von der Längeneinheit und deren Unterabtheilungen bei Anfertigung eines verjüngten Massstabes ein bestimmter Bruchtheil des Ganzen als $1/2$ $1/3$ $1/4$ $1/5$ etc. gewählt, so dass z. B. bei $1/5$ natürlicher Grösse 5 cm. oder $1/20$ Verjüngung dem wirklichen Massstabe gleich kommt.

Anfertigung eines verjüngten Massstabes (siehe Transporteur). Die gerade punctirte Linie a b, welche 5 cm. wirkliches Mass hält, stellt einen ganzen Meter vor. Da nun 5 cm. der 20. Theil eines Meters ist, so stellt dieser Massstab eine 20 malige Verkleinerung dar. Theile sodann den M. in 10 gleiche Theile, so stellen diese von 0 bis 10 Dcm. vor. Errichte im Puncte b und 10 senkrechte Linien, auf welche man nun 10 gleiche Theile aufträgt und ziehe durch diese Theilpunkte 0 bis 10 parallele Linien zu a b und in 0, 1 und 2 die Perpendikel. Endlich verbinde 0 (oben) mit dem 9. Theilpunkte (unten) durch g. Linien und ziehe dann durch alle übrigen Theilpunkte parallele zu 0, 9, wodurch die kleinern Bruchtheile für den Massstab erhalten werden.

Z. B. fasse f g in Zirkel, so ist diese Länge gleich 1 M. 9 cm. oder die Länge i K. gleich 2 M. 14 cm. u. s. w.

III. Abschnitt.

Von den geradlinigen Figuren. A. Dreiecke.

(Tafel V.)

Erklärungen: Eine nach allen Seiten von Linien begrenzte Fläche heisst Figur. — Ist die begrenzte Fläche eben, so heisst sie eine ebene, andernfalls eine krumme Figur. — Zur Bildung einer ebenen Flächenfigur sind wenigstens drei g. Linien nöthig. — Eine geradlinige Figur hat 2 Ausmessungen nach Länge und Breite, und ist von Ecken, Seiten und Winkeln begränzt. — Die Gränzen einer ebenen Flächenfigur sind Linien und die Gesammtbegränzung heisst Umfang, jede einzelne g. Linie davon heisst Seite und die Winkel je zweier zusammenstossender Seiten bilden eine Ecke. — Die von den Seiten eingeschlossene Fläche heisst Flächenraum oder Flächeninhalt der Figur. Eine g. Linie die von einer Ecke zur andern gezogen wird, ohne mit einer Seite zusammen zu fallen heisst Diagonale. — Jede geradlinige Figur heisst Vieleck oder Polygon, wenn sie mehr als 4 Seiten hat. — Ist das Vieleck von gleichen Seiten und gleichen Winkeln eingeschlossen, so heisst es ein regelmässiges, im andern Falle ein unregelmässiges. — Geradlinige Figuren werden nach der Zahl ihrer Seiten oder Ecken benannt, z. B. eine von 3 Seiten ein Dreieck, von 4 Seiten ein Viereck u. s. w. Ein Dreieck ist eine von 3 Seiten vollständig begränzte Figur. — Die Linien, welche das Dreieck bilden, heissen die Seiten. — Die unterste Seite einer Figur nennt man ihre Grundlinie oder Basis, den ihr gegenüberliegenden Winkel ihre Spitze und die von der Spitze auf die Grundlinie oder auf deren Verlängerung gefällte Senkrechte ihre Höhe.

Dreiecke unterscheidet man in Bezug auf ihre Seiten, nämlich: a) Gleichseitige: Ein gleichseitiges Dreieck ist ein solches, in welchem alle 3 Seiten einander gleich sind. b) Gleichschenklige: Ein gleichschenkliges Dreieck ist ein solches, in welchem zwei gegenüberliegende Seiten gleich sind. c) Ungleichseitige: Ein ungleichseitiges Dreieck ist ein solches, in welchem keine Seite der andern gleich ist.

Rücksichtlich ihrer Winkel theilt man sie: a) in rechtwinklige: Ein rechtwinkliges Dreieck ist ein solches, welches einen rechten Winkel hat. Im rechtwinkligen Dreieck heisst diejenige Seite, welche dem RWkl. gegenüber liegt, Hypotenuse, die beiden andern Seiten Lothlinien oder Katheten. — b) In spitzwinklige: Ein spitzwinkliges Dreieck ist ein solches, in welchem alle 3 Winkel spitze sind. c) In stumpfwinklige:

Tafel I.

Ein stumpfwinkliges Dreieck ist ein solches, in welchem ein Winkel ein stumpfer ist, dann sind die beiden andern spitze Winkel.

Anmerkung. Betrachtet man die Seiten und Winkel eines Dreiecks, so findet man, dass gleichen Seiten gleiche Winkel gegenüberliegen. Ungleichen Seiten eines Dreiecks liegen ungleiche Winkel gegenüber und zwar der grössern Seite auch der grössere Winkel und umgekehrt. Gleichen Winkeln eines Dreiecks liegen gleiche Seiten gegenüber; ungleichen Winkeln eines Dreiecks liegen ungleiche Seiten gegenüber und zwar dem grössern Winkel auch die grössere Seite.

Ist das rechtwinklige Dreieck zugleich auch gleichschenklig, so hat jeder der übrigen Winkel $= 45^0$ d. i. die Hälfte eines RWkls $= 90^0$. In dem gleichschenkligen Dreieck sind alle 3 Winkel bekannt, wenn einer gegeben ist. Denn ist es der an der Spitze, so sind die beiden andern der Rest von 180^0.

Ist einer an der Grundlinie gegeben, so nimmt man ihn doppelt und zieht beide von 180^0 ab, wodurch man den Winkel an der Spitze erhält.

Zwei Dreiecke, in welchem alle Seiten des einen der Ordnung nach denen des andern gleich sind, so dass sie beide genau aufeinander gelegt sich decken, nennt man congruent und gleich.

Constructionen und Aufgaben über die Dreiecke.

(Tafel V.)

I. Reihe.

Aufgabe Fig. 1. Ueber der gegebenen g. Linie $ab = 5$ cm. ein gleichseitiges Dreieck zu zeichnen.

Construction: Ziehe $AB = ab$ als Grundlinie und beschreibe aus A und B oberhalb AB mit gleicher Zirkelweite $= ab$ die Bogenschnitte bei C, so ist ABC das gesuchte gleichseitige Dreieck.

Aufgabe Fig. 2. Ein gleichseitiges Dreieck zu ziehen, wenn die Höhe $cd = 5$ cm. gegeben ist.

Construction. Ziehe die g. Linie AB und errichte darauf eine senkrechte $CD = cd$, theile die Höhe cD in 3 gleiche Theile und beschreibe dann aus dem 2. mit der Zirkelweite C2 den Kreisbogen, welcher die gerade AB schneidet, verbinde A mit C und B mit C durch g. Linien, so ist ABC das Dreieck.

Aufgabe Fig. 3. Ein gleichseitiges Dreieck zu zeichnen, wenn die Höhe $cd = 4$ cm. und der Winkel von 60^0 davon bekannt sind.

Construction. Ziehe eine g. Linie und errichte auf derselben die senkrechte $cD = cd$, ferner construire den Winkel efg von 60^0 und ziehe AB parallel fe, beschreibe dann aus B den Bogen CA, so gibt die Verbindung ABC das verlangte Dreieck.

Aufgabe Fig. 4. Ein rechtwinkliges Dreieck zu zeichnen, wenn die Grundlinie $ab = 4$ cm. und der Winkel von 45 Grad bekannt sind.

Construction. Ziehe die Grundlinie $AB = ab$ und errichte nach Construction bei A den RWkl., mache $AC = AB$; ferner ziehe CB, so ist ABC das gesuchte rechtwinklige Dreieck, dessen Winkel an der Hypotenuse $= 45^0$ betragen. Ein solches Dreieck heisst ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck.

II. Reihe.

Aufgabe Fig. 1. Ein gleichschenkliges Dreieck zu zeichnen, wenn die Grundlinie $ab = 4$ cm. und die Seitenlinie $cb = 5$ cm. bekannt sind.

Construction. Ziehe die Grundlinie $AB = ab$ und beschreibe aus A und B mit der Zirkelweite $= cB$ die Bogenschnitte bei C, so ist ABC das gleichschenklige Dreieck.

Aufgabe Fig. 2. Ein gleichschenkliches Dreieck zu zeichnen, wenn die Höhe $cd = 5$ cm. und die Seitenlinie $ac = 4$ cm. bekannt sind.

Construction. Ziehe eine g. Linie AB und errichte auf derselben die Senkrechte $CD = cd$, beschreibe dann aus C mit der Zirkelweite ac den Bogen, welcher die g. Linie in A und B schneidet, so ist die Verbindung ABC das geforderte Dreieck.

Aufgabe Fig. 3. Ein gleichschenkliges Dreieck zu zeichnen, wenn die Grundlinie $ab = 5$ cm. und die Winkel von 45^0 bekannt sind.

Construction. Ziehe die Grundlinie $AB = ab$ und errichte bei A und B die rechten Winkel, halbire dieselben nach Construction und verlängere die Halbirungslinien derselben bis zum Durchschnitt bei C, dann gibt ABC das verlangte Dreieck.

Aufgabe Fig. 4. Ein rechtwinkliges Dreieck zu zeichnen, zu welchem die Grundlinie ab und die Hypotenuse cb gegeben sind.

Construction. Ziehe $AB = ab$, errichte nach Construction bei A den RWkl. und durchschneide aus B mit bc im Puncte C die Kathete AC, so ist ABC das Dreieck.

III. Reihe.

Aufgabe Fig. 1. Ein ungleichseitiges Dreieck zu zeichnen, wenn die Grundlinie $ab = 5$ cm. und die Seitenlinien $ac = 4$ cm. und $bc = 7$ cm. gegeben sind.

Construction. Ziehe die Grundlinie $AB = ab$ und beschreibe aus A mit ac den Bogen bei C, durchschneide denselben aus B mit bc im Puncte C, so ist ABC das gesuchte Dreieck.

Aufgabe Fig. 2. Ein ungleichseitiges Dreieck zu zeichnen, wenn die Winkel von 45 ⁰ und 60 ⁰, sowie die Grundlinie a b = 6 cm. bekannt sind.

Construction. Ziehe A B = a b und trage bei A den Winkel von 45 ⁰ und bei B den Winkel von 60 ⁰ auf, so schneiden sich die verlängerten Schenkel der beiden Winkel im Puncte bei C, und A B C ist das verlangte Dreieck.

Aufgabe Fig. 3. Ein ungleichseitiges Dreieck zu zeichnen, wenn die Höhe c d = 4 cm. und die Seitenlinien a c und b c gegeben sind.

Construction. Ziehe die g. Linie und errichte darauf eine senkrechte c D = c d beschreibe dann aus C mit a c bei A und aus C mit b c die Durchschnitte bei B, so ist A B C das gesuchte Dreieck.

Aufgabe Fig. 4. Ueber der Grundlinie A B das rechtwinklige Dreieck zu errichten, in welchem ein Winkel von 60 ⁰ und 30 ⁰ bekannt sind.

Construction. Errichte auf A B im Puncte A den RWkl. = 90 ⁰ und bei B den Winkel von 60 ⁰, verlängere dessen Schenkel bis zum Durchschnitte der Kathete B C, so ist A B C das rechtwinklige Dreieck, dessen Winkel bei B = 90 ⁰ bei A = 60 ⁰ und bei C = 30 ⁰ beträgt.

B. Von den Vierecken.

(Tafel VI.)

Ein Viereck ist eine von 4 g. Linien vollständig begränzte Figur. Die einzelnen Linien nennt man die Seiten und die Gesammtbegränzung heisst Umfang. — In jedem Viereck kann von einer Ecke zur andern entgegengesetzten eine g. Linie gezogen werden, welche man Eck- oder Diagonal-Linie heisst. — Durch jede Diagonale wird ein Viereck in 2 gleiche Dreiecke getheilt. Die im Viereck vorkommenden Winkel sind gleich 2 $\times$ 2 RWkl. d. i. = 4 RWkl. Vierecke sind ähnlich und gleich, wenn 3 Seiten und dazwischen liegende Winkel in beiden Figuren der Ordnung nach einander gleich sind.

Es gibt zweierlei Arten von Vierecken: Parallelogramme oder Trapeze. — Ein Parallelogramm ist dasjenige Viereck, dessen gegenüberstehende Seiten parallellaufend sind.

Parallelogramme sind: 1) das Quadrat oder Viereck. Dieses Parallelogramm ist von 4 gleichen Seiten und 4 rechten Winkeln eingeschlossen. — 2) Ein Rechteck oder Oblongum ist ein Parallelogramm von gleichfalls 4 rechten Winkeln und je zwei einander gegenüberstehenden gleichen Seiten, welche unter sich parallel sind. — 3) Raute oder Rhombus ist ein Parallelogramm von 4 gleichen Seiten und je zwei gegenüberliegenden gleichen Winkeln. 4) Verschobenes Rechteck oder Rhomboid. Dieses hat paarweise ungleiche Seiten und gegenüberliegende gleiche Winkel. 5) Ein Trapez ist dasjenige Viereck, welches nur zwei parallele Seiten hat. — 6) Ein Trapezoid hat gar keine parallele Seiten.

Construction und Aufgaben über die Vierecke.

(Tafel VI.)

Aufgabe Fig. 1. Ueber einer gegebenen g. Linie a b = 5 cm, ein Quadrat zu zeichnen.

Construction. Man errichte auf A B = a b im Puncte A nach Construction ein Perpendikel A C = A B, beschreibe dann aus C und B mit gleicher Zirkelweite die Bogenschnitte bei D, so ist die Verbindung A B C D das verlangte Quadrat.

Aufgabe Fig. 2. Eine andere Construction: Beschreibe aus A und B mit der Zirkelweite = a b die sich durchschneidenden Bogen A f d und B f e, mache e f und d f = A f und halbire den Bogen e f und bei C, ebenso mache man es mit der Bogenlinie f D d, ziehe C D parallel A B und A C parallel B D, so ist diese Verbindung das Quadrat.

Aufgabe Fig. 3. Ein Viereck zu zeichnen, wenn die Diagonale a d = 7 cm. gegeben ist.

Construction. Ziehe A B und errichte bei A den rechten Winkel = 90 ⁰, halbire denselben nach Construction und trage auf die Halbirungslinie A D die Länge von a d ab: ferner ziehe B D parallel A C und C D parallel A B, so ist dieses das gesuchte Quadrat.

Aufgabe Fig. 4. Ueber der gegebenen g. Linie a b = 5 cm. ein verschobenes Quadrat zu zeichnen, wenn der Winkel von 60 ⁰ dazu gegeben ist.

Construction. Ziehe eine g. Linie A B = a b als Grundlinie und trage bei A nach Construction den Winkel von 60 ⁰ auf, sodann mache A C = A B und beschreibe aus C und B mit gleicher Zirkelweite = a b die Bogenschnitte bei D, so gibt die Verbindung A B C D die Raute oder den Rhombus.

Aufgabe Fig. 5. Ein Rechteck zu zeichnen, wenn die Grundlinie a b = 7 ½ cm. und die Seitenlinie a c = 5 cm. gegeben sind.

Construction. Ist die Grundlinie A B = a b, so errichte man bei A nach Construction den RWkl. und mache A C = a c, beschreibe ferner aus B mit a c und aus C mit a b die Bogenschnitte bei D, so ist A B C D das geforderte Rechteck.

Aufgabe Fig. 6. Ein verschobenes Rechteck zu zeichnen, wenn die g. Linie a b = 8 cm. und a c = 5 cm. und der Winkel von 60 ⁰ gegeben sind.

Construction. Wenn A B = a b Grundlinie ist, so lege bei B den Winkel von

60 ° an und mache B D = a c, ziehe c D parallel A B und C A parallel B D, so ist A B C D das gesuchte Rechteck.

Aufgabe Fig. 7. Ein Rechteck zu zeichnen, wenn die Grundlinie a b = 6½ cm. die Seitenlinie b d = 5 cm. und die Diagonale a d = 10 cm. gegeben sind.

Construction. Ziehe die Grundlinie A B = a b beschreibe aus B den Bogen bei D mit der Zirkelweite = b d und durchschneide denselben dann aus A mit a d; lege durch D, C D parallel A B und A C parallel B D, so ist dieses das geforderte Rechteck A B C D.

Aufgabe Fig. 8. Eine Raute zu zeichnen, wenn die beiden Diagonalen a b = 8 cm. und c d = 5 cm. gegeben sind.

Construction. Ziehe A B = a b und errichte in deren Mitte (m) die senkrechte C D = c d, verbinde A B C D durch g. Linien, so giebt dieses die Raute.

Aufgabe Fig. 9. Ein Paralleltrapez zu zeichnen, wenn die Grundlinie a b = 8 cm. die Seitenlinie a c = 4 cm. und der Winkel von 60 ° bekannt sind.

Construction. Ziehe A B = a b als Grundlinie, errichte bei A den RWkl., dessen Schenkel A C = a c ist; ferner lege bei B den Winkel von 60 an und führe C D parallel A B, so ist A B C D das Trapez.

Aufgabe Fig. 10. Ein Trapezoid zu zeichnen, wenn die Grundlinie a b = 8 cm. die Seitenlinie a c = 4 cm., c d und b d = 5 cm. und der Winkel von 60 ° gegeben sind.

Construction. Ziehe A B = a b und construire bei A den Winkel von 60 °, mache den Schenkel A C = a c; ferner beschreibe aus C den Bogen D mit der Zirkelweite = c d, aus B mit der Zirkelweite b d, verbinde D mit B und C, so ist A B C D das Trapezoid.

Anmerkung. Die Höhe eines Parallelogramms wird durch dasjenige Perpendikel bezeichnet, welches von der der Grundlinie gegenüberstehenden Seite auf erstere gefällt wird. — In jedem Quadrat, Rechteck ist daher immer eine Seite selbst die Höhe.

IV. Abschnitt.

Vom Kreise.

(Tafel VII.)

Erklärungen. Der Kreis ist die einfachste von allen vorkommenden krummen Linien. — Der Kreis wird von einer in sich zurückkehrenden krummen Linie begrenzt, deren einzelne Puncte alle gleichweit von einem innerhalb befindlichen festen Puncte, Mittelpunct genannt, abstehen. Der Kreis entsteht, wenn von zwei in einer Ebene liegenden Puncten der eine um den andern bei gleichweiter Entfernung herumbewegt wird, bis er wieder in seine erste Lage zurückgekehrt ist: dieser Umfang wird Peripherie genannt.

Jede g. Linie, welche von einem Puncte des Umfangs bis an den Mittelpunct des Kreises gezogen wird, heisst Halbmesser oder Radius. Jede g. Linie, welche durch den Mittelpunct des Kreises geht und zwei Puncte mit dem Umfang gemein hat, heisst Durchmesser oder Diameter. Der Durchmesser ist doppelt so gross als der Halbmesser und somit grösser als jede andere g. Linie, die den Kreis in zwei Puncten trifft und Sehne oder Corde genannt wird. — Jede g. Linie, welche den Kreis nur in einem einzigen Puncte trifft und denselben, verlängert, nicht schneidet, heisst Tangente oder Berührungslinie. Steht aber eine g. Linie senkrecht im Berührungspunct, so heisst sie eine Normale. Dieselbe geht verlängert durch den Mittelpunct des Kreises. — Jedes Stück der Peripherie heisst ein Bogen. — Voller Bogen heisst der Halbkreis. Segment oder Stichbogen jeder, der kleiner ist als der Halbkreis. Das dem Mittelpunct zugekehrte Stück heisst innere Höhlung (concav) des Bogens und das entgegengesetzte Stück äussere Rundung (convex) desselben.

Ein Stück der Kreisfläche, welche von zwei Halbmessern und den dazu gehörenden Bogen begrenzt ist, heisst Kreisausschnitt oder Sextant; ein Stück der Kreisfläche, welches von einer Sehne und einem Bogen begrenzt wird, heisst Kreisabschnitt oder Segment.

Kreise, welche keinen gemeinschaftlichen Mittelpunct haben, heissen exentrische Kreise. — Kreise, die aus ein und demselben Mittelpunct beschrieben sind, heissen concentrische Kreise. — Kreise, deren Peripherien nur einen Punct mit einander gemein haben und entweder ausserhalb oder innerhalb liegen, heissen Berührungskreise.

Die Kreislinie wird in 360 gleiche Theile getheilt, welche man Grade nennt, der Grad wieder in 60 Minuten u. s. w. Die halbe Kreislinie entspricht einem flachen Winkel, der Quadrant einem rechten Winkel.

Jeder Durchmesser theilt den Kreis in zwei gleiche Hälften, Halbkreise genannt.

In Kreisen sind sowohl die Durchmesser als die Halbmesser einander gleich und umgekehrt gleiche Halbmesser und Durchmesser gehören zu gleichen Kreisen.

Ein Winkel, dessen Scheitel im Mittelpunct eines Kreises liegt und dem Kreise angehört, heisst Centriwinkel oder Mittelpunctswinkel.

Ein Winkel, dessen Scheitel in der Peripherie liegt, heisst ein Peripherie-Winkel. — Der Bogen, welcher zwischen die Schenkel eines solchen Winkels fällt, heisst der zum Winkel gehörende Bogen. — Der Peripheriewinkel, welcher den halben Kreisbogen zum Masse hat, heisst rechter Winkel. Alle Peripheriewinkel, die gleiche Bogen haben, sind gleich.