Lessings sämtliche Werke

in 20 Bänden

Kleinere philologische Abhandlungen

Lessing, Gotthold Ephraim

Stuttgart, [1884?]

Zur griechischen Anthologie. 1773

urn:nbn:de:hbz:466:1-65849

Zur griechischen Anthologie.

Das Merkwürdigste, was der (S. 199) angezeigte griechische Codex, in welchem sich Auszüge aus der Anthologie des Planudes befinden, unter diesen Auszügen hat, sind nicht bloß einige bessere Lesarten, mit welchen ich meine Leser nicht aufhalten mag, sondern verschiedne ganze, bisher noch nie gedruckte Stücke, die ich hier ohne weitere Vorrede daraus mitteilen will.

Das Wichtigste und Größte derselben ist ein arithmetisches Problem, dergleichen einige in dem 46sten Abschnitte des ersten Buchs der Anthologie vorkommen. Mehrere von dieser Art hat Bachet über den Diophantus bekannt gemacht.*) Bachet erhielt sie vom Salmasius, und dieser hatte sie aus einem Manuskripte der Heidelbergschen Bibliothek gezogen. Es sind ihrer zusammen beim Bachet XLV. Wenn er es aber von allen funfundvierzigen verstanden wissen will, daß er sie daselbst zuerst herausgebe, so ist das so richtig nicht, indem die letztern fünfe längst gedruckt waren. Das XLI., XLII., XLIII. und XLIVste nämlich sind eben die, welche an dem angezogenen Orte in der Anthologie stehen, und das XLVste hatte Aldus Manutius bereits in seinem Anhange der Anthologie mitgeteilet. Nach dem Bachet und aus dem Bachet hat Joh. Geo. Heilbronner alle fünfundvierzig wieder abdrucken lassen und sie seiner Historiae Matheseos universae beigefügt.**) Daß sie noch sonstwo erschienen wären oder sich sonst noch ein Gelehrter mit ihnen abgegeben hätte, ist mir nicht bekannt. Aber Heilbronner hätte ohne Zweifel nicht übel gethan, wenn er auch das sechsundvierzigste Epigramm dieser Art mitgenommen hätte; nämlich das bei dem Diophantus selbst, welches dem Bachet eben Gelegenheit gab, die übrigen daselbst einzuschalten. Denn so würden wir bei ihm die arithmetische Muse der Griechen ganz beisammen haben, die ich nun hier mit dem siebenundvierzigsten Stücke vermehre. Ich glaube nicht, daß

*) Diophanti Arithmet., Lib. V. p. 262. Edit. Tol. 1670. Placet hoc loco elegantissima aliquot epigrammata proferre, non injucundas quaestiones de rebus arithmeticis continentia, quae nondum edita fuerunt, quaeque pridem e codice probatissimo Palatino excerpta tradidit nobis vir eruditissimus Claudius Salmasius.

**) Lips. 1742. 4. pag. 845.

mir schon jemand damit zuvorgekommen. Wenigstens habe ich es an keiner Mühe fehlen lassen, mich überall auf das genaueste darnach zu erkundigen, so daß, wenn es dennoch geschehen wäre, es nur an einem Orte könnte geschehen sein, wo es so gut als nicht geschehen wäre. Und auch in diesem Falle würde etwas aus einer andern Handschrift wiederholt zu werden verdienen, was keinen geringern Namen als den Namen des Archimedes an der Stirne führet und gleichwohl sich so unbekannt erhalten hätte.

Denn, wie gesagt, das Problem soll, wenn es nicht von dem Archimedes selbst abgefaßt worden, doch von ihm für wert erkannt sein, daß er es an den Eratosthenes geschicket hätte, um es den Meßkünstlern zu Alexandria zur Auflösung vorzulegen. Dieses besagt die Aufschrift; und nun urteile man von dem Problem selbst.

I.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ,

ὅπερ ἈΡΧΙΜΗΔΗΣ ἐν ἐπιγράμμασιν εὑρὼν

τοῖς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ περὶ ταῦτα πραγματουμένοις ζητεῖν ἀπέστειλεν,

ἐν τῇ πρὸς ἘΡΑΤΟΣΘΕΝΗΝ τὸν ΚΥΡΗΝΑΙΟΝ ἐπιστολῇ.

Πληθὺν ἠελίοιο βοῶν, ὦ ξεῖνε, μέτρησον,
Φροντίδ' ἐπιστήσας, εἰ μετέχεις σοφίης,
Πόσση ἄρ' ἐν πεδίοις Σικελῆς ποτ' ἐβόσκετο νήσου
Θρινακίης, τετραχῇ στίφεα δασσαμένη
Χροιὴν ἀλλάσσοντα· τὸ μὲν λευκοῖο γάλακτος,
Κυανέῳ δ' ἕτερον χρώματι λαμπόμενον,
Ἄλλογε μὲν ξανθόν, τὸ δὲ ποικίλον. Ἐν δὲ ἑκάστῳ
Στίφει ἔσαν ταῦροι πλήθεσι βριθόμενοι,
Συμμετρίης τοιῆσδε τετευχότες. Ἀργότριχας μὲν
Κυανέων ταύρων ἡμίσει ἠδὲ τρίτῳ,
Καὶ ξανθοῖς σύμπασιν ἴσους, ὦ ξεῖνε, νόησον.
Αὐτὰρ κυανέους τῷ τετράτῳ μέρεϊ
Μικτοχρόων, καὶ πέμπτῳ, ἔτι ξανθοῖσί τε πᾶσι.
Τοὺς δ' ὑπολειπομένους ποικιλόχροας ἄθρει
Ἀργεννῶν ταύρων ἕκτῳ μέρει, ἑβδομάτῳ τε,
Καὶ ξανθοῖς αὐτοὺς πᾶσιν ἰσαζομένους.
Θηλείαισι δὲ βουσὶ τάδ' ἔπλετο· λευκότριχες μὲν
Ἦσαν συμπάσης κυανέης ἀγέλης
Τῷ τριτάτῳ τε μέρει καὶ τετράτῳ ἀτρεκὲς ἶσαι.
Αὐτὰρ κυάνεαι τῷ τετράτῳ τε πάλιν
Μικτοχρόων καὶ πέμπτῳ ὁμοῦ μέρει ἰσάζοντο,

Σὺν ταύροις πάσης εἰς νομὸν ἐρχομένης.
Ξανθοτρίχων ἀγέλης πέμπτῳ μέρει ἠδὲ καὶ ἕκτῳ
Ποικίλαι ἰσάριθμον πλῆθος ἔχον. Τετραχῆ
Ξανθαὶ δ' ἠριθμεῦντο μέρους τρίτου ἡμίσει ἶσαι
Ἀργεννῆς ἀγέλης ἑβδομάτῳ τε μέρει.
Ξεῖνε, σὺ δ' ἠελίοιο βόες πόσαι ἀτρεκὲς εἰπών·
Χωρὶς μὲν ταύρων ζατρεφέων ἀριθμόν,
Χωρὶς δ' αὖ θήλειαι ὅσαι κατὰ χροιὰν ἕκασται.
Οὐκ ἄϊδρίς κε λέγοι, οὐδ' ἀριθμῶν ἀδαής,
Οὐ μὴν πώγε σοφοῖς ἐν ἀριθμοῖς. ἀλλ' ἴθι φράζευ
Καὶ τάδε πάντα βοῶν ἠελίοιο πάθη.
Ἀργότριχες ταῦροι μὲν ἐπεὶ μιξαίατο πληθὺν
Κυανέοις ἵσταντ' ἔμπεδον ἰσόμετροι
Εἰς βάθος εἰς εὖρός τε· τὰ δ' αὖ περιμήκεα πάντη
Πίμπλαντο πλίνθου Θρινακίης πεδία.
Ξανθοὶ δ' αὖ τ' εἰς ἓν καὶ ποικίλοι ἀθροισθέντες
Ἵσταντ' ἀμβολάδην ἐξ ἑνὸς ἀρχόμενοι
Σχῆμα τελειοῦντες τὸ τρικράσπεδον· οὔτε προςόντων
Ἀλλοχρόων ταύρων, οὔτ' ἐπιλειπομένων·
Ταῦτα συνεξευρὼν καὶ ἐνὶ πραπίδεσσιν ἀθροίσας,
Καὶ πληθέων ἀποδούς, ὦ ξένε, πάντα μέτρα,
Ἔρχεο κυδιόων νικηφόρος· ἴσθι τε πάντως,
Κεκριμένος ταύτῃ ὄμπνιος ἐν σοφίῃ.

Ich liefere diesen Text vollkommen, wie ich ihn in dem Manuskripte finde, bis auf einige Kleinigkeiten. Ich habe nämlich die Interpunktion mehr berichtiget und einige Schreibfehler gebessert, z. E. Zeile 12, 19 und 20, wo jedesmal anstatt τετράτῳ, welches die Poeten brauchen, das gemeine τετάρτῳ stehet, welches dem Verse zuwider ist. Auch hat es die nämliche prosodische Ursache, warum ich Z. 14 für ποικιλόχρωτας gesetzt habe ποικιλόχροας. Die einzige eigentliche Veränderung, die ich mir erlaubt habe, ist mit Z. 22 geschehen, welche in dem Manuskripte heißt:

Σὺν ταύροις πάσαις εἰς νομὸν ἐρχομέναις.

Allein es ist unwidersprechlich, daß für πάσαις ἐρχομέναις der Genitivus des Singularis stehen und sich auf das folgende ἀγέλης beziehen muß.

Eine völlige Uebersetzung beizufügen, würde eine sehr undankbare Arbeit sein. Es ist genug, wenn ich für diejenigen meiner Leser, denen entweder zwar die Sprache, aber nicht das Arithmetische, oder denen zwar das Arithmetische, aber nicht die Sprache geläufig sein möchte, nur mit Wenigem sage, worauf es ankömmt. Diejenigen Leser aber, die beides vollkommen verstehen oder auch nur von beidem zusammen gerade so viel als ich (welches wahrlich nicht gar viel ist), mögen dieses Wenige zu überschlagen belieben. Ein Autor, der nur einzig für ihresgleichen schreiben wollte, das ist, nur für die gelehrtern und gelehrtesten Leser, dürfte ohnstreitig ein sehr gutes, gründliches Buch machen, ob aber auch ein sehr brauchbares, daran zweifle ich.

Die Aufgabe wäre also diese, und betrifft sie überhaupt jene in der Mythologie bekannte armenta Solis, die in den Fluren Siziliens weideten. Dieser heiligen Herden waren nach ihren Farben viere: eine weiße, eine blaue, eine gelbe und eine scheckichte, Ochsen und Kühe unter einander. Die Ochsen standen unter sich in diesem Verhältnisse, daß die Anzahl der weißen gleich war der Hälfte und einem Dritteil der blauen nebst allen gelben zusammen; die blauen gleich einem Vierteil und einem Fünfteil der scheckichten nebst allen gelben zusammen, und die scheckichten gleich einem Sechsteil und einem Siebenteil der weißen nebst allen gelben zusammen. Die Anzahl der Kühe hingegen verhielt sich so, daß die weißen gleich waren einem Dritteil und einem Vierteil der ganzen blauen Herde (Ochsen und Kühe zusammen); die blauen gleich einem Vierteil und einem Fünfteil der ganzen scheckichten Herde; die scheckichten gleich einem Fünfteil und einem Sechsteil der ganzen gelben Herde, und die gelben gleich einem Sechsteil und einem Siebenteil der ganzen weißen Herde. Hierzu kam noch, daß die weißen Ochsen mit den blauen Ochsen zusammen ein Viereck machen konnten, das ist, daß die Summe beider eine Quadratzahl war, sowie die scheckichten Ochsen mit den gelben Ochsen zusammen ein Dreieck bilden konnten und ihre Summe sonach eine Trigonalzahl sein mußte. Und nun fragt sich: wie viel waren also der Ochsen, von jeder Farbe insbesondere? Und wie viel waren der Kühe, von jeder Farbe insbesondere? um zu wissen, wie stark jede besondere Herde und alle vier Herden zusammen waren.

Daß in den Datis nichts versehen ist und daß das Problem nicht anders verstanden werden kann noch soll, will ich mit dem alten Scholion belegen, welches sich in unserer Handschrift gleich hinter dem Epigramm befindet und folgendes ist:

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Τὸ μὲν οὖν πρόβλημα διὰ τοῦ ποιήματος ὁ Ἀρχιμήδης ἐδήλωσε σαφῶς· ἰστέον δὲ τὸ λεγόμενον, ὅτι τέσσαρας ἀγέλας εἶναι δεῖ βοῶν· λευκοτρίχων μὲν μίαν ταύρων καὶ θηλειῶν· ὧν τὸ πλῆθος ὁμοῦ συνάγει μυριάδας διπλᾶς ιδ, καὶ ἁπλᾶς φπβ, καὶ μονάδας ,ζτξ· κυανοχρόων δ' ἄλλην ὁμοῦ ταύρων καὶ θηλειῶν, ὧν τὸ πλῆθός ἐστι μυριάδων διπλῶν ἐννέα, καὶ ἁπλῶν ,ηωλ, καὶ μονάδων ω. μιξοτρίχων δ' ἄλλην ταύρων καὶ θηλειῶν, ὧν τὸ πλῆθός ἐστι μυριάδων διπλῶν η, καὶ ἁπλῶν ϛπϡα, καὶ μονάδων υ· τῆς δὲ λοιπῆς ἀγέλης τῶν ξανθοχρόων συνάγει τὸ πλῆθος, διπλᾶς μυριάδας ζ, καὶ ἁπλᾶς ,ϛψη, μονάδας δὲ ,η· ὥςτε συνάγεσθαι ὁμοῦ τὸ πλῆθος τῶν δ ἀγελῶν μυριάδας διπλᾶς μ, καὶ ἁπλᾶς ,γριβ καὶ μονάδας ,ϛφξ. Καὶ ἡ μὲν ἀγέλη τῶν λευκοτρίχων ταύρων ἔχει μυριάδας διπλᾶς η καὶ ἁπλᾶς ,βϡλα, καὶ μονάδας ,ηφξ· θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς, ε, καὶ ἁπλᾶς ,ζχν, καὶ μονάδας ,ηω· ἡ δε ἀγέλη τῶν κυανοχρόων ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς ε, καὶ ἁπλᾶς ,θχπδ, καὶ μονάδας ,αρκ· θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς γ· καὶ ἁπλᾶς ,θρμε καὶ μονάδας ,θχπ· ἡ δ' ἀγέλη τῶν ποικιλοτρίχων ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς ε, καὶ ἁπλᾶς ,ηωξδ, καὶ μονάδας ,δω· θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς β, καὶ ἁπλᾶς ,ηρκς, καὶ μονάδας ,θχ· ἡ δ' ἀγέλη τῶν ξανθοχρωμάτων ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς γ, καὶ ἁπλᾶς ,γρϟε, καὶ μονάδας ϡξ· θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς δ, καὶ ἁπλᾶς ,γφιγ, καὶ μονάδας ,ζμ. Καὶ ἔστι τὸ πλῆθος τῶν λευκοτρίχων ταύρων, ἴσον τῷ ἡμίσει καὶ τρίτῳ μέρει τοῦ πλήθους τῶν κυανοχρόων ταύρων, καὶ ἔτι ὅλῃ τῇ τῶν ξανθοχρωμάτων ἀγέλῃ· τὸ δὲ πλῆθος τῶν κυανοχρωμάτων ἴσον τῷ τετάρτῳ καὶ πέμπτῳ μέρει τῶν ποικιλοτρίχων ταύρων καὶ ὅλῳ τῷ πλήθει τῶν ξανθοχρωμάτων· τὸ δὲ πλῆθος τῶν ποικιλοτρίχων ταύρων ἴσον τῷ ἕκτῳ καὶ ἑβδόμῳ μέρει τῶν λευκοτρίχων ταύρων, καὶ ἔτι τῷ πλήθει ὅλῳ τῶν ξανθοχρωμάτων ταύρων· καὶ πάλιν τὸ πλῆθος τῶν λευκῶν θηλειῶν, ἴσον τῷ τρίτῳ καὶ τετάρτῳ μέρει ὅλης τῆς ἀγέλης τῶν κυανοχρόων· τὸ δὲ τῶν κυανοχρόων, ἴσον τῷ τετάρτῳ καὶ πέμπτῳ μέρει τῆς ὅλης ἀγέλης τῶν ποικιλοτρίχων· τὸ δὲ τῶν ποικιλοτρίχων ἴσον τῷ πέμπτῳ καὶ ἕκτῳ μέρει τῆς ὅλης τῶν ξανθῶν βοῶν· πάλιν δὲ τὸ τῶν ξανθῶν θηλειῶν πλῆθος ἦν ἴσον τῷ ἕκτῳ τε καὶ ἑβδόμῳ μέρει τῆς ὅλης ἀγέλης τῶν λευκῶν βοῶν. Καὶ ἡ μὲν ἀγέλη τῶν λευκοτρίχων ταύρων καὶ ἡ τῶν κυανοχρόων ταύρων συντεθεῖσα, ποιεῖ τετράγωνον ἀριθμόν· ἡ δ' ἀγέλη τῶν ξανθοτρίχων ταύρων μετὰ τῆς ἀγέλης τῶν ποικιλοχρόων συντεθεῖσα ποιεῖ τρίγωνον. Ὡς ἔχει τὰ τῶν ὑποκειμένων κανόνων καθ' ἕκαστον χρῶμα.

Dieses Scholion gibt nicht nur, wie gesagt, die nämlichen Verhältnisse an, sondern fügt auch die Zahlen selbst bei, die daraus gefunden werden sollen. Die Verhältnisse nämlich sind nach der itzt gewöhnlichen Bezeichnung (wenn wir die weißen Ochsen W, die blauen X, die scheckichten Y und die gelben Z, sowie die ihnen ähnlichen Kühe mit den ähnlichen kleineren Buchstaben w, x, y, z, nennen) diese:

$$
\begin{aligned}
W &= \tfrac{1}{2}\,X + \tfrac{1}{3}\,X + Z = \tfrac{5}{6}\,X + Z \\
X &= \tfrac{1}{4}\,Y + \tfrac{1}{5}\,Y + Z = \tfrac{9}{20}\,Y + Z \\
Y &= \tfrac{1}{6}\,W + \tfrac{1}{7}\,W + Z = \tfrac{13}{42}\,W + Z \\
w &= \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4}\,X + x = \tfrac{7}{12}\,X + x \\
x &= \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{5}\,Y + y = \tfrac{9}{20}\,Y + y \\
y &= \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{6}\,Z + z = \tfrac{11}{30}\,Z + z \\
z &= \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{7}\,W + w = \tfrac{13}{42}\,W + w \\
W + X &= \square \\
Y + Z &= \triangle
\end{aligned}
$$

Wie nun hiemit der Scholiast zu Werke gegangen, um das Gesuchte zu finden, verschweigt er gänzlich. Genug, er teilt uns das Gefundene mit und bestimmt

$$
\left.\begin{aligned} W &= 829318560 \\ w &= 576508800 \end{aligned}\right\} W + w = 1405827360
$$

$$
\left.\begin{aligned} X &= 596841120 \\ x &= 391459680 \end{aligned}\right\} X + x = 988300800
$$

$$
\left.\begin{aligned} Y &= 588644800 \\ y &= 281265600{}^{*)} \end{aligned}\right\} Y + y = 869910400
$$

$$
\left.\begin{aligned} Z &= 331950960 \\ z &= 435137040 \end{aligned}\right\} Z + z = 767088000
$$

Folglich die Summe aller Ochsen und Kühe zusammen 1405827560. Wahrlich, eine ziemliche Herde für Sizilien. Zwar die Sonne, der sie gehörte, wird Rat gewußt haben.

Ich wundere mich weniger über ihre Menge als darüber, daß der Scholiast, oder wer es sonst gewesen ist, bei den wenigen und beschwerlichen Hilfsmitteln, welche die Alten zu dergleichen Berechnungen hatten, die verlangten Zahlen wirklich finden können. Denn gewiß ist es, daß in dem ganzen Diophantus keine Aufgabe vorkömmt, die dieser an Schwierigkeit gleich sei. Die in den übrigen Epigrammen enthaltenen aber sind wahre Kinderspiele dagegen.

Doch ehe wir uns noch mehr über die Auflösung wundern, die noch itzt auch wohl einem geübten Analysten zu schaffen machen soll: ist es denn auch die wahre Auflösung? Thun die Zahlen des Scholiasten in der That allen und jeden Forderungen des Problems ein Genüge? Die Probe ist leicht zu machen; und man muß gestehen, daß sie von vorneherein sehr wohl von statten gehet. So ist z. E. 829318560, welches W sein soll, wirklich

*) Μυριάδας διπλᾶς β̅, καὶ ἁπλᾶς ,ηρκς̅ καὶ μονάδας ,θχ̅ heißt es zwar in dem Manuskripte, welches 281269600 sein würde. Allein aus der angegebnen Summe von Y + y ist klar, daß es anstatt ,θχ̅ heißen muß ,εχ̅.

$$\begin{array}{rr} \frac{1}{2}\,X = & 298420560 \\ + \frac{1}{3}\,X = & 198947040 \\ + \quad Z = & 331950960 \\ \hline & 829318560. \end{array}$$

So ist gleichermaßen 576508800, welches w sein soll, wirklich

$$\begin{array}{rr} \frac{1}{3}\,X + x = & 329433600 \\ + \frac{1}{4}\,X + x = & 247075200 \\ \hline & 576508800. \end{array}$$

Und so passen weiter die angegebnen Werte für X, Y, Z und x, y, z vollkommen zu den Verhältnissen, welche diese haben sollen. Aber nun ist noch eines zurück und ohne Zweifel das Wichtigste, weil es wahrscheinlicherweise das ist, was die Aufgabe zu ihrer völligen Bestimmung bringt. Nämlich $W + X$ soll eine Quadratzahl und $Y + Z$ eine Trigonalzahl sein; dem zufolge sich nicht nur aus $829318560 + 596841120 = 1426159680$, sondern auch aus $588644800 + 331950960 = 920595760$, multipliziert durch 8 und mit 1 vermehrt, das ist aus 7364766081, die Quadratwurzel müßte ziehen lassen. Doch das eine läßt sich eben so wenig thun als das andere, und kurz, die ganze Auflösung des Scholiasten ist also falsch. Umsonst sagt er mit ausdrücklichen Worten: ἡ μὲν ἀγέλη τῶν λευκοτρίχων ταύρων καὶ ἡ τῶν κυανοχρόων ταύρων συντεθεῖσα ποιεῖ τετράγωνον ἀριθμόν· ἡ δ' ἀγέλη τῶν ξανθοτρίχων ταύρων μετὰ τῆς ἀγέλης τῶν ποικιλοχρόων συντεθεῖσα ποιεῖ τρίγωνον. Nach seinen Zahlen ist dieses gewiß nicht, und er muß sie entweder gar nicht probiert haben, in der Meinung, daß, da sie allen den andern Erfordernissen entsprächen, sie auch notwendig diesem Genüge thun müßten, oder hat sich auch in der Probe geirret, welches gar wohl zu denken stünde, da die Extrahierung der Wurzel in griechischen Zahlen kein leichtes Geschäft muß gewesen sein.

Was nun der Scholiast so unvollkommen geleistet (unvollkommen aber ist in der Mathematik so gut als gar nicht), wünschte ich recht sehr, besser, das ist eigentlich, leisten zu können. Doch ich habe mein Unvermögen bereits gestanden; welches mir um so weniger schwer ankommen dürfen, als es ganz das Ansehn hat, daß kein Geringerer als ein Analyst von Profession erforderlich ist, entweder die wahre Auflösung zu finden oder zu zeigen, daß eine solche Auflösung nicht möglich ist. Dieses letztere sollte ich indes kaum vermuten. Den Alten ist es zwar mehrmalen begegnet und hat ihnen wohl bei dem Mangel unserer Analysis begegnen müssen, daß ihre arithmetischen Aufgaben unbestimmt sind und sich auf mehr als eine Art beantworten lassen, oder daß sie auch wohl mehr Bestimmungen haben, als zu ihrer Auflösung nötig ist; daß sich aber auch ganz unmögliche darunter befinden sollten, davon wüßte ich doch kein Exempel.

Ich eile zu den übrigen ungedruckten Stücken, die ich in unserm Codice gefunden habe. Es sind deren drei und ebenfalls Aufgaben. Nur aber von der allerschlechtesten Art, wenn man will. Es sind Rätsel. Ob wenigstens so gute, als sie nach ihrer Art sein können, urteile man selbst. Hier sind sie.

II.

Σκέπτεο μῦθον ἐμεῖο, ὃν ἐξ ἀφανοῦς ἀγορεύω·
Καὶ ποθέουσι δεῖξον ἐμὴν ἀψευδέα μορφήν.
Εἰ σοφίη σε φιλεῖ, καί σοι λόγος ἔπλετο μούσης·
Ξείνης εἰμὶ φύσεως ζῶον· πνείω δίχα πνοιῆς.
Δοιά μοι ὄμματ' ὄπισθε παρ' ἐγκεφάλῳ ἐπέασιν,
Οἷσιν ὑφ' ἡγεμόνεσσιν ὁδοιπορέω τὰ πρόσθεν·
Κυανέην ἐπὶ γαστέρα βαίνω· ἧς ὑπογαστὴρ
Λευκόχροος κατακεύθεται, οἰκτή τε κλειστή τε·
Ὄμματα δ' οὐ πάρος ὄψεαι οἰγόμεν' οὐδὲ πορείης
Ἡμμένον, εἴως λευκὴ κοιλίη ἔνδον ἔπεστιν
Αὐτὰρ ἐπεὶ αὕτη γε κορεσσαμένη φαίνηται,
Ὀφθαλμοῖσιν ἀριπρεπὲς εἶδος ἔχουσα, τότ' ἤδη
Δέρκεται ὄμματ', ἐπειγομένως δὲ μνώομ' ὁδοῖο·
Ἄφθεγκτον δ' ἐτεόν γε πολύθροον ἐξεφαάνθη.

III.

Ἐγκύρσας νεπόδεσσιν ἀνὴρ δείλαιος ἀέλπτως,
Καὐτὸς ἐν οὐ πολλαῖς ὥραις νέπος ἐξεφαάνθη·
Καὶ φωνῆς μὲν ὅδ' ἦν ἐπιδευὴς ἔλλοπι ἶσα·
Ἀγασάμην δ' ἕτερον νέποδα βροτῷ εἴκελον αὐδήν·
Καὶ θαῦμ' ἦεν ἀκούειν ἀφραδέεσσιν ἄπιστον.

IV.

Ἦν ὅτ' ἔην βροτῷ εἴκελος ἅψεα ἠδὲ νόημα·
Καὶ νόος ἐστύγεε πᾶσαν ἀγηνορίην·
Αὐτὰρ ἔπειτ' ἐδάην κενεὴν σοφίην καὶ τύφον,
Καὶ πάντ' ἤμειψα χρῶτα, νόον, μέλεα.
Δάκτυλον ἐκπάγλως πόδα καὶ πόδα δάκτυλον ἴσχω.
Ὄμματά μοι πούς καὶ δάκτυλος· ἀνθερεὼν
Πούς· ξύμπαντα μέλη πούς· αὐτὰρ ὁ πούς οὔ μοι πούς·
Καὶ κεφαλὴν φορέω, δακτύλῳ ἀντίθετον.

Ich sage: man urteile selbst. Ich für mein Teil getraue mich nicht zu urteilen. Denn, leider, ich verstehe sie nicht, obschon die Worte an und für sich eben keine Schwierigkeit haben. Das erstere scheinet mir eine Schnecke sein zu sollen: aber was die andern bedeuten können, davon will mir auch nicht einmal eine Möglichkeit beifallen. Ich halte sie für ungedruckt, weil sie mir weder in den Anthologien des Planudes und Kephalas, noch beim Athenäus, noch beim Gyraldus, noch beim Rittershus,*) noch irgendwo sonst, wo man dergleichen Kostbarkeiten zu suchen pflegt, zu Gesicht gekommen. In den Anthologien finden sich überhaupt, so viel ich mich erinnere, keine eigentliche Rätsel; man wollte denn das Epigramm auf die Niobe und andere ähnliche dahin ziehen. Nur Henr. Stephanus hat ihrer fünfe, ex vetere codice Epigrammatum, quem Lovanii habebat Jo. Clemens Anglus, descripta, seiner Ausgabe der Anthologie unter der Aufschrift Ἐπιγράμματα γριφώδη mit beigefügt. Schwerlich aber wohl sind die gegenwärtigen drei von dem nämlichen unbekannten Verfasser, von welchem sich die fünf Stephanischen herschreiben. Denn diese sind in Hexametern und Pentametern abgefaßt, unsere hingegen in lauter Hexametern. Eubulus, wie Gyraldus aus dem Athenäus sagt, hatte die Gewohnheit, ut aenigmata Hexametris scriberet, interpretationes vero Jambicis exponeret; doch nichtsdestoweniger ist Eubulus ganz gewiß an den gegenwärtigen unschuldig.

Ich wollte hierzu noch ein viertes, als bisher ungedruckt, fügen, weil es sich wirklich ebenfalls in keinem von den angezognen Büchern findet. Doch da mir die Deutung davon sogleich einleuchtete, so konnte ich nicht anders glauben, als daß ich es gleichwohl schon irgendwo möchte gelesen haben. Endlich erinnerte ich mich auch, daß es das nämliche sei, welches Huetius ehedem dem jungen Vossius auflösete, der es ebenfalls in einer Handschrift gefunden hatte. Je me trouvai, erzählt er in seinen Huetianis, un jour à Amsterdam, en compagnie de quelques gens de Lettres, du nombre desquels étoit le jeune Vossius, fils du célèbre Gérard Jean. Comme il avoit un grand usage de la littérature Grecque, et qu'il lui avoit passé par les mains beaucoup d'anciens manuscrits Grecs, il nous dit qu'il avoit découvert ce jour-là même une Epigramme Grecque, qui méritoit de nous être rapportée, et sur le sens de laquelle il désiroit nous consulter. Voici l'Epigramme.

Καλὴ Πηνελόπεια γυνὴ κλεινοῦ Ὀδυσῆος,
Ἕξ ποσὶν ἐμβεβαυῖα, τριδάκτυλος ἐξεφαάνθη.

La question étoit de savoir ce que c'est que cette Pénélope, qui marche avec six pieds, et qui n'a que trois doigts. Chacun demeura dans le silence, cherchant dans sa tête la solution du problème, sans la trouver, quoiqu'elle semble se présenter d'elle-même, et sauter aux yeux. Il faut prendre le premier vers plus matériellement qu'on ne le prend, et comme n'ayant aucune relation à la personne de l'ancienne héroïne Pénélope,

*) Hinter seiner Ausgabe des Phädrus von 1598, oder hinter des Meursius seiner, von 1610.

mais signifiant simplement ce vers hexamètre marchant à six pieds, comme tous les autres vers hexamètres, et dans le nombre de ces six pieds ayant trois dactyles. Wie gesagt, eben dieses Epigramm findet sich auch in unserm Manuskripte, nur daß der erste Vers ganz anders lautet. Nämlich:

Κούρη Ἰκαρίοιο περίφρων Πηνελόπεια.

Inzwischen ändert dieses in dem Rätsel selbst nichts. Denn auch hier hat Penelope sechs Füße und drei Finger.

* * *

Dieser Aufsatz, so weit der vorhergehende Bogen ihn faßt, war bereits abgedruckt, als zwei hiesige Gelehrte, die Herren Heusinger und Leiste, nicht vergebens einen Blick darauf warfen.

Herr Heusinger, zu dessen längst bekannten Einsichten in dem ganzen Felde der alten Litteratur und Kritik ich öfterer meine Zuflucht nehme und selten umsonst genommen habe, glaubte zu bemerken, daß Num. IV wohl ein doppeltes Epigramm sein dürfte, indem die vier letztern Zeilen eines Aufschlusses fähig wären, der auf die erstern viere nicht passe. Er entdeckte nämlich in jenen ein ähnliches grammatisches Spielwerk, als sich in dem kleinen Epigramm auf die Penelope findet, dem zufolge die Worte nicht nach ihrer Bedeutung, sondern nach ihrem metrischen Werte müssen genommen werden. Der Vers ist es also selbst, der von sich sagt: Δάκτυλον ἐκπάγλως πόδα ἴσχω, denn das Wort δάκτυλος ist nicht allein der Name eines metrischen Fußes, sondern füllet diesen Fuß auch selbst. Καὶ πόδα δάκτυλον ἴσχω: die Worte καὶ πόδα geben einen Daktylus. Ὄμματά μοι πούς καὶ δάκτυλος: das Wort ὄμμὰτα macht einen Fuß, und zwar einen Daktylus. Ἀνθερεὼν πούς: ein Choriambus. Ξύμπαντα μέλη πούς: nicht, daß alle griechische Namen der menschlichen Glieder einen Fuß gäben, deren verschiedne nur eine Silbe haben, sondern weil ξύμπαντα μέλη einen Amoebäus machen. Αὐτὰρ ὁ πούς οὔ μοι πούς: eben weil die Prosodie keine einsilbichte Füße erkennet. Καὶ κεφαλὴν φορέω, δακτύλῳ ἀντίθετον: das Wort κεφαλὴ gibet einen verkehrten Daktylus, einen Anapäst. —

Herr Leiste, eben der würdige Schulmann, der sich nur noch neulich durch eine vortreffliche Angabe einer vollkommnern Luftpumpe so vielen Beifall erworben, hatte sich indes bei dem arithmetischen Problem verweilet und war meiner Meinung, daß es wenigstens in der Geschichte der Arithmetik aller Aufmerksamkeit wert sei, wenn es anders keine unmögliche Forderung enthalte, welches sich sogleich nicht übersehen lasse. Auf mein Ersuchen, mir seine nähern Gedanken darüber mitzuteilen, hatte er einige Tage darauf die Güte, mir eine Art von Berechnung zuzustellen, welche, wenn sie schon die gesuchten Zahlen nicht selbst liefert, doch derselben Möglichkeit zu Tage legt und den Weg zeigt, auf welchem sie gefunden werden können und müssen. Was sonst daraus zu folgern sein dürfte, ich meine, ob man sonach den Alten weit mehr Vorteile und Methoden in der Arithmetik zutrauen müsse, als man bisher geglaubt, oder ob es vielmehr wahrscheinlich, daß der Aufgeber selbst nicht gewußt, was er aufgibt, besonders da er so ungeheure Zahlen in Rinder ausdrücken wollen und eine Herde auf Sizilien weiden lassen, wofür die Erde zu klein ist: das alles mögen kundige Leser beurteilen, denen ich gedachte Berechnung selbst hiermit vorzulegen die Erlaubnis habe.

Zur Auflösung des Problems Seite 237
von Herrn Chr. Leiste.

„Die Buchstaben W, X, Y, Z und w, x, y, z haben die Bedeutung, welche ihnen auf der 241sten Seite gegeben ist, und

$$W = \tfrac{1}{2}X + \tfrac{1}{3}X + Z = \tfrac{5}{6}X + Z$$
$$X = \tfrac{1}{4}Y + \tfrac{1}{5}Y + Z = \tfrac{9}{20}Y + Z$$
$$Y = \tfrac{1}{6}W + \tfrac{1}{7}W + Z = \tfrac{13}{42}W + Z$$

ferner
$$w = \tfrac{1}{3}(X + x) + \tfrac{1}{4}(X + x) = \tfrac{7}{12}(X + x)$$
$$x = \tfrac{1}{4}(Y + y) + \tfrac{1}{5}(Y + y) = \tfrac{9}{20}(Y + y)$$
$$y = \tfrac{1}{5}(Z + z) + \tfrac{1}{6}(Z + z) = \tfrac{11}{30}(Z + z)$$
$$z = \tfrac{1}{6}(W + w) + \tfrac{1}{7}(W + w) = \tfrac{13}{42}(W + w).$$

Man sucht aus diesen Gleichungen die Werte für W, X, Y, Z und w, x, y, z in ganzen Zahlen so zu bestimmen, daß $W + X$ eine viereckichte und $Y + Z$ eine dreieckichte Zahl ist.

I. Da für die vier großen Zahlen nur drei Gleichungen gegeben sind, so kann nur das Verhältnis derselben gegen einander bestimmt werden. Dies aber findet man leicht, wenn man die unbekannten Zahlen in den Gliedern, wo sie als Brüche vorkommen, die entweder zu einer andern ganzen Zahl addiert oder für sich eine ganze Zahl geben sollen, so zerlegt, daß ihr Nenner ein Faktor derselben wird. Nach dieser Regel ist

1. Das Verhältnis der Ochsen

$W = \frac{5}{6}X + Z$. Man zerlege die unbekannte Zahl X, welche hier als ein Bruch vorkommt, welcher zu der ganzen Zahl Z addiert die ganze Zahl W geben soll, in 2 Factores, davon der eine = 6 ist. Also man setze

$X = 6\,d$, so ist
$W = 5\,d + Z$
$X = \frac{9}{20}Y + Z$

$$Y = \tfrac{20}{9}(X - Z) = \tfrac{20.6}{9}d - \tfrac{20}{9}Z = \tfrac{120}{9}d - \tfrac{20}{9}Z;$$

ferner ist $Y = \frac{13}{42} W + Z = \frac{13.5}{42} d + \frac{13}{42} Z + Z = \frac{65}{42} d + \frac{55}{42} Z$

$$\left(\frac{120}{9} - \frac{65}{42}\right) d = \left(\frac{55}{42} + \frac{20}{9}\right) Z$$

$$Z = \frac{297}{89} d.$$

Man setze $d = 89\ f$, so ist $Z = 297\ f$

$$Y = \frac{20}{9}(6.89 - 297)\ f = \frac{20.297}{9} f = \frac{20.79}{3} f$$

$$f = 3\ m$$

$$\begin{aligned} \text{und } X &= 20.79\ m = 1580\ m \\ Z &= 3.11.27\ m = 891\ m \\ W &= 5.89.3\ m + 3.11.27\ m = 2226\ m \\ X &= 6.89.3\ m = 1602\ m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W + X &= (6 + 5)\ 89.3\ m + 3.11.27\ m = (89 + 27)\ 11.3\ m \\ &= 4.29.11.3\ m = 3828\ m. \end{aligned}$$

2. Das Verhältnis der Kühe:

$$w = \frac{7}{12} X + \frac{7}{12} x = \frac{7.1602}{12} m + \frac{7}{12} x = \frac{7.267}{2} m + \frac{7}{12} x$$

also $m = 2\ p$, und $x = 12\ \alpha$

$$w = 7.267\ p + 7\ \alpha$$

$$x = 12\ \alpha = \frac{9}{20} Y + \frac{9}{20} y = \frac{9.1580.2}{20} p + \frac{9}{20} y = 9.158\ p + \frac{9}{20} y$$

$$4\ \alpha = 3.158\ p + \frac{3}{20} y$$

$$y = \frac{20.4}{3} \alpha - 20.158\ p.$$

Man setze $\alpha = 3\ \beta$, so ist $y = 20.4\ \beta - 20.158\ p$;

ferner ist $y = \frac{11}{30} Z + \frac{11}{30} z = \frac{11.891.2}{3.5.2} p + \frac{11}{30} Z = \frac{11.297}{5} p + \frac{11}{30} z$;

wenn also $p = 5\ q$, und $z = 30\ \gamma$;

so ist $y = 11.297\ .\ q + 11\ \gamma = 20.4\ \beta - 20.158.5\ q$

$$11\ \gamma = 20.4\ \beta - 19067\ q$$

$$\gamma = \frac{80}{11} \beta - \frac{19067}{11} q$$

$$z = 30\ \gamma = \frac{13}{42} W + \frac{13}{42} w = \frac{13.2226.10}{21.2} q + \frac{13.7\,267.5}{2\,7.3} q + \frac{13.7.3}{2.7.3} \beta$$

oder $30\ \gamma = \frac{1505.13}{2} q + \frac{13}{2} \beta$

Es sei also $q = 2\ r$ und $\beta = 2\ \delta$,

so ist $\gamma = \frac{1503.13}{30} r + \frac{13}{30} \delta = \frac{301.13}{6} r + \frac{13}{30} \delta$;

vorher war $\gamma = \frac{80.2}{11} \delta - \frac{19067.2}{11} r$

$$\frac{80.2}{11} \delta - \frac{19067.2}{11} r = \frac{301.13}{6} r + \frac{13}{30} \delta$$

$$4657\ \delta = 1359235\ r$$

$$\delta = \frac{1359235}{4657} r.$$

Hier muß noch $r = 4657\,u$ gesetzt werden;

folglich $q = 2\,r = 9314\,u$

$p = 5\,q = 10\,r = 46570\,u$

$m = 2\,p = 10\,q = 20\,r = 93140\,u$,

ferner $\delta = 1359235\,u$

$\beta = 2\,\delta = 2718470\,u$

$\alpha = 3\,\beta = 6\,\delta = 8155410\,u$

$x = 12\,\alpha = 36\,\beta = 72\,\delta = 97864920\,u$

also $\gamma = \frac{80}{11}\beta - \frac{19067}{11}q = 3626142\,u$

$z = 30\,\gamma = 30.3626142\,u = 108784260\,u$

$w = 7.267\,p + 7\,\alpha = 144127200\,u$

$y = 80\,\beta - 15800\,q = 70316400\,u$,

und wenn man die vorigen Werte W, X, Y, Z mit $93140\,u = m$ multipliziert, so bekommt man

$W = 2226.93140\,u = 207329640\,u$

$X = 1602.93140\,u = 149210280\,u$

$Y = 1580.93140\,u = 147161200\,u$

$Z = 891.93140\,u = 82987740\,u$.

Hier kann u unter den ganzen Zahlen alle mögliche positive Werte, unter den Brüchen aber nur diejenigen bekommen, welche gemeinschaftliche Teiler der acht gefundenen Zahlen sind. Also $u = \frac{1}{20}$; oder weil $20 = 2.10 = 4.5$, so kann anstatt u auch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ gesetzt werden, wenn dadurch anders den beiden übrigen Forderungen in dieser Aufgabe ein Genüge geschehen könnte. In allen Fällen aber kann man $u = \frac{1}{20}\,v$ setzen, und die Werte sind:

$W = 10366482\,v$

$X = 7460541\,v$

$W + X = 17826996\,v = 4.957.4657\,v$

$Y = 7358060\,v$

$Z = 4149387\,v$

$Y + Z = 11507447\,v$

$w = 7206360\,v$

$x = 4893246\,v$

$y = 3515820\,v$

$z = 5439231\,v$

Setzt man $u = 4$, so bekommt man die Zahlen, welche der Scholiast angegeben hat, und

$$\left.\begin{array}{l} W = 207329640.4 = 829318560 \\ w = 144127200.4 = 576508800 \end{array}\right\} \text{weiße Herde}$$

$$\left.\begin{array}{l} X = 149210280.4 = 596841120 \\ x = 97864920.4 = 391459680 \end{array}\right\} \text{blaue Herde}$$

$$\left.\begin{array}{l} Y = 147161200.4 = 588644800 \\ y = 70316400.4 = 281265600 \end{array}\right\} \text{scheckichte Herde}$$

$$\left.\begin{array}{l} Z = 82987740.4 = 331950960 \\ z = 108784260.4 = 435137040 \end{array}\right\} \text{fahle Herde.}$$

II. Weil W + X eine viereckichte Zahl sein soll, so muß die Summe der Zahlen von W und X sich in solche Factores zerlegen lassen, die sämtlich Quadratzahlen sind. Finden sich unter diesen einige, womit alle acht Werte dividiert werden können, so schaffet man diese durch die wirkliche Division weg, weil die Zahlen doch noch ungemein groß bleiben werden. Aus diesem Grunde können die Zahlen des Scholiasten mit 16 und die hier zuerst aus den Gleichungen gefundenen mit 4 dividiert werden.

Finden sich aber unter den Faktoren einige, daraus die Quadratwurzel in ganzen Zahlen nicht angegeben werden kann, so versuche man ebenfalls, ob alle acht Werte dadurch teilbar sind. Ist dies, so hebt man auch diese durch die wirkliche Division auf. So sind alle acht Werte noch durch 5 teilbar, und eben deshalb konnte $u = \frac{1}{20}$ v gesetzt werden.

Hiedurch bekommt man nun W + X = 4.957.4657 v, darunter 957 und 4657 noch keine Quadratzahlen sind. Sollen sie es werden, so muß man v = 957.4657 n^2 = 4456749 n^2 setzen, womit alle acht Werte zu multiplizieren sind.

Also geben des Scholiasten Zahlen W + X keine viereckichte Zahl, und seine Auflösung ist in Ansehung dieser Forderung falsch. Der geringste Wert von W + X, für n = 1, ist = 17826996.4456749 = 79450446596074, davon die Wurzel = 2.957.4657 = 8913498 ist. So viel Ochsen also ständen in jeder Reihe des Vierecks, darin sie gestellet werden sollen. Hat nun der Dichter die Ochsen der Sonne sich so groß gedacht als die Ochsen der Erde, so hat er, wenn sie auch dicht hinter einander gestellt werden sollten, der Länge nach nicht mehr als zwei auf die Länge einer rheinländischen Rute rechnen dürfen. 1969 solcher Ruten gehen auf eine geographische Meile. Also hat er einen Platz für sie gedenken müssen, der wenigstens 4456749 rheinländische Ruten oder 2262 geographische Meilen lang und, weil die Ochsen nach der Figur eines Vierecks gestellt werden sollen, eben so breit ist. So groß aber wird er sich doch wohl Sizilien nicht gedacht haben?

Doch man nehme diese Geschöpfe der Sonne so groß oder so klein an, als man will, soll W + X eine viereckichte Zahl sein, so ist die Zahl aller Herden, für n = 1, nicht geringer als 50389082.4456749 = 224571490814418; und sollen diese auf unserer Erde stehen, deren Oberfläche nicht 3090000 geographische Quadratmeilen eigentlich festes Land enthält, so kämen, wenn wir auch diese Zahl annähmen, dennoch über 72644495 Stück auf jede Quadratmeile und an 19 Stück auf jede Quadratrute.

III. Man kann aber n nicht = 1 setzen, wenn $Y + Z$ eine dreieckichte Zahl sein soll. Denn fände dies statt, so wäre $Y + Z = 11507447 . 4456749 = 51285802909803 = \frac{t^2 + t}{2}$, wo t die Seitenzahl des Dreiecks ausdrückt.

Also $2 (Y + Z) + \frac{1}{4} = (8 (Y + Z) + 1) \frac{1}{4} = \frac{410286423278425}{4} = t^2 + t + \frac{1}{4}$ also $\sqrt{410286423278425} = 2t + 1$; folglich die Zahl unter dem Wurzelzeichen ein vollkommenes Quadrat. Aber dies ist es nicht. Also darf n wegen der letzten Forderung nicht = 1 sein, sondern dieser Wert muß erst gesucht werden.

Man nenne zu dem Ende $410286423278424 = 8.51285802909803$ um der Kürze willen a, so ist $\sqrt{(a n^2 + 1)} = 2t + 1 = m$.

Also muß für n^2 eine solche Zahl gesucht werden, wodurch der Ausdruck $\sqrt{(an^2 + 1)}$ rational, oder $an^2 + 1$ ein vollkommenes Quadrat in ganzen Zahlen wird.

Man sieht leicht, daß der Faktor, womit a multiplizieret werden soll, wegen $W + X$ ein Quadrat sein müsse, und zwar ein solches Quadrat, wodurch $\sqrt{(an^2 + 1)}$ eine ungrade ganze Zahl $= 2t + 1$ wird. Denn wäre $\sqrt{(an^2 + 1)}$ eine gerade Zahl, so würde t keine ganze Zahl sein können, welches der Forderung entgegen ist.

Ohnstreitig sind dies zwei schwere Bedingungen, die die weitläuftigste Rechnung erfordern; indes sind sie doch möglich. Denn da a weder negativ noch für sich ein Quadrat ist, so ist es möglich, nach Pells Regel, die Herr Euler im 7. Kapitel des zweiten Abschnitts im zweiten Teil seiner vollständigen Anleitung zur Algebra ausführlich erklärt, den Ausdruck $an^2 + 1$ zu einem Quadrat in ganzen Zahlen $= m^2$ zu machen. Hier ist es nun zwar noch möglich, obgleich nicht wahrscheinlich, daß man für m eine gerade Zahl finden könne. Allein in diesem Fall setzt man den Ausdruck $= ax^2 + 1 = y^2$ und sucht aus den gefundenen Werten m und n nach dem vorigen sechsten Kapitel §. 86 und 88, mit Zuziehung der Gleichung $aff + 1 = g^2$ (wo f zuerst = 0 gesetzt wird) alle mögliche Werte für x und y, worunter gewiß einer sein wird, der $y = m$ in einer ungraden Zahl angibt. Der kleinste darunter ist der verlangte, den man $= 2t + 1 = m$ setzt, woraus sich $t = \frac{m - 1}{2}$ sogleich ergibt."
