



Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 3. Aufgabe. Es soll die Projection einer krummen Linie auf einer ebenen Fläche gefunden werden.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-66132](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-66132)

Anmerkung 1. Da die einzeln aufgesuchten Projectionenpunkte der außerhalb der gegebenen Ebene $a b c d$ liegenden geraden Linie in der Ebene wieder eine gerade Linie $A B$ bilden, so hätte man nur nöthig gehabt, die Projectionen der beiden Endpunkte zu suchen und diese durch eine gerade Linie $A B$ zu verbinden, welches Verfahren die Projection viel kürzer dargestellt hätte, als wenn man sich die gegebene Linie aus vielen einzelnen Punkten bestehend denkt und diese vielen Punkte einzeln sucht, um die Linie zu finden. Deshalb braucht man nur die Projectionen der Endpunkte einer geraden Linie auf einer ebenen Fläche zu suchen und die gefundenen Projectionen dieser Endpunkte durch eine gerade Linie zu verbinden, wenn man die Projection der ganzen Linie zeichnen will.

Anmerkung 2. Da die außerhalb der Ebene gegebene Linie mit der Ebene $a b c d$ gleichlaufend ist, so wird die Projection dieser Linie, nämlich die Linie $A B$, genau eben so groß sein, als die außerhalb gegebene Linie selbst ist; denn denkt man sich diese außerhalb der Ebene befindliche Linie so, daß sie sich, in immer gleicher Lage, der Ebene so lange nähert, bis sie in dieselbe zu liegen kommt, so wird ihre Projection genau so groß sein als die Linie selbst ist.

Anmerkung 3. Aus 2 folgt, daß die Projection einer geraden Linie, welche **gleichlaufend** (parallel) mit einer gegebenen Ebene liegt, **genau so groß ist**, als die Linie selbst ist.

Anmerkung 4. Wenn die gegebene Ebene Fig. 2 $a b c d$ nicht wagerecht, sondern senkrecht stehend gedacht wird, und die gegebene Linie, deren Projection man finden soll, ebenfalls wagerecht und gleichlaufend (parallel) vor derselben liegt, so findet man ihre Projection wieder wie vorhin (Anmerk. 1), wenn man von den Endpunkten der Linie Normalen nach der Ebene gezogen denkt und die Durchschnittspunkte mit der Ebene bei $A B$ durch eine gerade Linie verbindet, wo alsdann eben diese Linie $A B$ die Projection der gegebenen ist.

Anmerkung 5. Denkt man sich Tafel 1 Fig. 3 eine wagerechte Ebene $a b c d$, so können gerade Linien gegen dieselbe entweder gleichlaufend oder schräg geneigt, oder lotrecht sein.

Liegt die Linie $A B$ gleichlaufend mit der Ebene, so wird die Projection derselben bei $A' B'$ in der Ebene eine gerade Linie bilden, welche eben so groß ist, als die gegebene Linie $A B$ war. Liegt die Linie $C D$ schräg geneigt gegen die Ebene $a b c d$, so findet man ihre Projection, wenn man die Normalen $C C'$ und $D D'$ gezogen denkt und die Punkte $C' D'$ durch eine gerade Linie verbindet.

Es wird in diesem Falle die Projection $C' D'$ kleiner werden als die Linie $C D$ selbst war.

Die Projection $C' D'$ wird auch immer kleiner werden, je mehr der Winkel, welchen die Linie $C D$ mit der Ebene $a b c d$ bildet, sich einem rechten Winkel nähert.

Steht eine Linie Fig. 3 $E F$ senkrecht über der wagerechten Ebene $a b c d$, so wird ihre Projection bei $E' F'$ nur ein Punkt sein. Denn wenn man von allen Punkten der Linie $E F$ normale Linien nach der Ebene $a b c d$ zieht, so werden diese Normalen alle in eine einzige lotrechte Linie zusammenfallen und diese wird die Ebene $a b c d$ nur in einem Punkte zwischen $E' F'$ schneiden, welcher Punkt, alsdann die Projection der gegebenen Linie $E F$ sein wird.

Anmerkung 6. Aus der Anmerkung 5 folgt, daß die Projection einer geraden Linie auf einer wagerechten Fläche die folgenden Gestalten je nach der Lage der Linien annehmen kann.

Liegt die gegebene Linie gleichlaufend mit der gegebenen Ebene, so wird ihre Projection $A' B'$ eben so groß wie die gegebene Linie.

Liegt die gegebene Linie schräg gegen die gegebene Ebene, so wird ihre Projection $C' D'$ kleiner wie die gegebene Linie, und zwar um so kleiner, je mehr der Winkel, welchen die gegebene Linie gegen die Ebene macht, sich einem rechten Winkel nähert.

Steht die gegebene Linie senkrecht über der gegebenen Ebene, so ist ihre Projection wie hier zwischen $E' F'$ ein Punkt.

Anmerkung 7. Denkt man sich die Ebene $a b c d$ (Tafel 1, Fig. 3) nicht wagerecht, sondern senkrecht und die Lagen der Linien $A B - C D - E F$ in ähnlicher Weise davor (oder dahinter), so werden die Projectionen dieser Linien ganz gleich mit den Projectionen erscheinen, wie wir sie bei der wagerechten Ebene gesehen haben.

Anmerkung 8. Aus den vorhergehenden Anmerkungen folgt: daß die Projection einer geraden Linie auf einer ebenen Fläche, entweder mit der gegebenen Linie **gleich groß** oder **kleiner** oder ein **einzelner Punkt** werden kann, je nach der Lage der gegebenen Linie gegen die gegebene Ebene.

S. 3.

Aufgabe. Es soll die Projection einer krummen Linie auf einer ebenen Fläche gefunden werden.

Auflösung. Es sei (Tafel 1 Fig. 4) die wagerechte Ebene $a b c d$ gegeben; über dieser befinde sich die beliebig gekrümmte Linie $A B \dots F$.

Man findet ihre Projection, wenn man in der gegebenen Linie die beliebigen Punkte $B C D E$ annimmt, von diesen Punkte aus die Normalen $A A', B B' \dots F F'$ zieht und die in der wagerechten Ebene gefundenen Durchschnittspunkte $A' B' C' D' E' F'$ mit einander durch eine krumme Linie verbindet, welche alsdann die gesuchte Projection der über der Ebene $a b c d$ befindlichen krummen Linie $A B C D$ sein wird.

Anmerkung 1. Befände sich eine krumme Linie (Tafel 1 Fig. 5) vor einer senkrechten Ebene $a b c d$ und man sollte die Projection dieser Linie auf der Ebene zeichnen, so verfährt man ganz wie bei der wagerechten Ebene. Man nimmt beliebige Punkte $B C D \dots$ in der krummen Linie an, zieht von diesen aus normale Linien nach der senkrechten Ebene, bemerkt die Durchschnittspunkte $A' B' C' D' E'$, verbindet diese Durchschnittspunkte durch eine Linie, so ist diese die Projection der außerhalb der senkrechten Ebene befindlichen Linie $A B C D E$.

Anmerkung 2. Es ist leicht einzusehen, daß die gegebene Linie jede beliebige Krümmung haben kann. Man theilt sie immer wieder durch willkürlich gewählte Punkte in beliebig große Stücke und sucht alsdann die Projectionen dieser einzelnen Punkte und Stücke wie eben gelehrt wurde.

S. 4.

Aufgabe. Es soll die Projection einer gegebenen Fläche auf einer ebenfalls gegebenen wagerechten Ebene gefunden werden.