



Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 12. Aufgabe. Es soll (Taf. 1 Fig. 18) der Aufriß und Grundriß einer krummen Linie gefunden werden, welche schräg mit ihrer Grundlinie steht.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-66132](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-66132)

Es wird demnach die Linie AB die Projection der gegebenen Linie im Aufriß sein, wenn sie auf der wagerechten Ebene stehend angenommen worden ist.

Soll die Linie AB außerdem ein bestimmtes Längenmaß enthalten, so braucht man sie nur nach einem zu bestimmenden verjüngten Maßstabe so lang zu machen, als sie werden soll; z. B. sie soll 10 Fuß lang sein, so zeichne man sich erst einen beliebigen verjüngten Maßstab, nehme davon 10 Fuß in den Zirkel und setze diese 10 Fuß von A nach B , so ist die Linie AB 10 Fuß lang. Da wir den Raum unter der Linie ab als die Projection der wagerechten Ebene betrachten können, so würde der Grundriß der senkrechten Linie AB sich in dem Punkte A' als Punkt darstellen (§. 2 Anmerk. 5), denn die Projectionen sämtlicher in der Linie AB angenommenen Punkte auf die wagerechte Ebene fallen alle in einen einzigen Punkt A' zusammen.

§. 9.

Aufgabe. Es soll die Projection einer auf der wagerechten Ebene unter einem bestimmten Winkel schräg stehenden Linie im Aufriß und Grundriß gezeichnet werden.

Auflösung. Es sei (Zaf. 1 Fig. 15) die Linie ab wieder die Grundlinie der senkrechten Ebene (§. 8) und der Raum unter ihr stelle die wagerechte Ebene vor.

Die Projection einer schrägen Linie von bestimmter Länge in der senkrechten Ebene wird man erhalten, wenn man die Linie AB unter dem gegebenen Neigungswinkel aufträgt, wo dann die Linie AB eben so lang als die gegebene erscheinen wird, wenn sie parallel mit der senkrechten Ebene liegt. Es wird also die Linie AB die gesuchte Projection sein (§. 2 Anmerk. 5).

Will man dieselbe Linie im Grundriß finden, so punktire man die Normalen AA' , BB' , bestimme den Anfangspunkt A' der Grundrißlinie und ziehe $A'B'$, so ist diese Linie der gesuchte Grundriß der Linie AB .

§. 10.

Aufgabe. Es soll (Zaf. 1 Fig. 16) der Aufriß und Grundriß einer Linie gefunden werden, welche mit der wagerechten Ebene einen bestimmten Winkel macht und auch in der wagerechten Ebene selbst unter einem bestimmten Winkel liegt.

Auflösung. Zuvörderst zeichne man sich auf die Grundlinie ab die punktirte Linie AB nach ihrer gegebenen Maßlänge und unter dem gegebenen Neigungswinkel. Zieht man ferner die punktirte Linie BC , so zeigt die Linie AC diejenige Länge an, welche die Linie AB in der Projection als Grundriß haben muß. Nun trage man die Linie AC mit dem Zirkel unter der Linie ab (also auf der wagerechten Ebene) von A' nach B' , und zwar unter dem gegebenen Winkel (hier 45 Grad) auf, so ist die Linie $A'B'$ die gesuchte Projectionslinie des Grundrißes. Will man nun die gegebene Linie im Aufriß finden, so verfähre man folgendermaßen.

Zuvörderst punktire man mit der Grundlinie gleichlaufend die Linie BB'' , beliebig lang, so wird der Höhenraum zwischen den Linien ab und BB'' anzeigen, wie hoch überhaupt die zu suchende Linie reichen könne.

Zieht man nun von A' aus die punktirte Linie $A'A''$, so ist A'' der Grundpunkt der zu suchenden Linie; zieht man ferner die punktirte Linie $B'B''$, so ist B'' der höchste Endpunkt, welchen die gegebene Linie erreichen kann.

Verbindet man nunmehr die Punkte $A''B''$ durch eine gerade Linie, so ist diese die gesuchte Projectionslinie des Aufrißes.

Anmerkung. Die wirklichen Maßlängen des Grundrißes und Aufrißes würde man bei diesem Beispiele nicht aus den Linien $A'B'$ und $A''B''$ finden, sondern für $A'B'$ würde die Linie AB , und eben so für $A''B''$ die Linie AB die wirkliche Maßlänge zeigen, da $A'B'$ und $A''B''$ kleiner sind als AB (§. 2 Anmerk. 5).

§. 11.

Aufgabe. Es soll (Zaf. 1 Fig. 17) der Aufriß und Grundriß einer krummen Linie gezeichnet werden, wenn die Linie in einer Ebene liegt, welche mit der senkrechten Ebene gleichlaufend (parallel) ist.

Auflösung. Es sei die Linie ab die Grundlinie der senkrechten Ebene und unter ihr befände sich die Projection der wagerechten Ebene.

Denkt man sich einen Halbkreis in einer Ebene parallel mit der senkrechten Ebene, so wird seine Projection im Aufriß ein eben so großer Halbkreis sein (§. 3 Anmerk. 1).

Man hat demnach nur mit dem Radius CA' den Halbkreis $A'D'B'$ zu ziehen, so ist dieser die gesuchte Projection des Aufrißes.

Will man nun den Halbkreis im Grundriße zeichnen, so muß man bedenken, daß, wenn man von beliebig vielen Punkten des Halbkreises Projectionslinien nach der Grundlinie ab (welche zugleich die Projection der wagerechten Ebene ist) zieht, eine gerade Linie entstehen wird.

Der Grundriß der senkrecht stehenden Halbkreislinie wird also eine gerade Linie sein, welche so lang ist, wie der Durchmesser des Halbkreises. Bestimmt man nun in der wagerechten Ebene den Punkt A , wo die Linie AB anfangen soll, und zieht AB so lang als $A'B'$, so ist diese Linie der gesuchte Grundriß des Halbkreises.

Man kann sich noch mehr davon überzeugen, wenn man (wie die punktirten Linien zeigen) mehrere Punkte im Halbkreise annimmt und ihre Projectionen einzeln nach einander sucht.

So würden z. B. der Scheitelpunkt D' des Halbkreises und sein Mittelpunkt C' im Grundriße in den Punkt C zusammenfallen.

Anmerkung. Es ist leicht zu übersehen, daß die krumme Linie, welche hier als halbkreisförmig angenommen worden ist, auch jede beliebige andere Gestalt haben kann, z. B. als flaches Bogenstück, als Ellipse, als Spitzbogen etc. Das Auffuchen aller dieser Formen würde immer in ganz ähnlicher Weise geschehen.

§. 12.

Aufgabe. Es soll (Zaf. 1 Fig. 18) der Aufriß und Grundriß einer krummen Linie gefunden werden, welche schräg mit ihrer Grundlinie steht.

Auflösung. Es sei die gegebene krumme Linie wieder ein Halbkreis, so zeichne man sich denselben erst punktiert wie $AEDFB$ nach dem verjüngten Maßstabe auf. Seine Projection auf der Grundlinie zwischen AB wird eben so groß sein als der Durchmesser des Halbkreises.

Diesen Durchmesser (oder die Länge der Projection des Grundrisses vom Halbkreise) trage man mittelst des Zirkels von A' nach B' unter demjenigen Winkel auf (hier 45 Grad), welcher gegeben ist. Nun ist die Linie $A'B'$ die Projection des Grundrisses und C' der Mittelpunkt des Halbkreises, aber auch zugleich die Projection des Radius CD in dem punktirten Halbkreise.

Will man nun den Aufsriß finden, so zieht man erst mit der Grundlinie ab parallel die willkürlich lange punktirte Linie $DD''G$. Eben so verlängert man den Durchmesser AB des Halbkreises punktirte willkürlich lang. Der Raum zwischen diesen beiden punktirten Linien zeigt nun die Höhe an, welche der Aufsriß des zu suchenden Halbkreises einnehmen muß.

Nun ziehe man vom Grundriß aufwärts die senkrechten punktirten Linien $A'A''$, $C'C''D''$, $B'B''$ und ziehe durch die Punkte A'' , D'' , B'' eine krumme Linie aus freier Hand, so ist diese der gesuchte Aufsriß des Halbkreises.

Will man den Aufsriß genauer bestimmen, so nehme man in dem punktirten Halbkreise noch die Punkte E und F an, suche ihre Projection auf der Grundlinie ab in E' und F' , trage diese Punkte mit dem Zirkel in E'' und F'' auf die Projectionslinie des Grundrisses $A'B'$ und ziehe dann die beliebig langen punktirten Linien $E'E''$ und $F'F''$. Wenn dies geschehen, nehme man mit dem Zirkel in dem punktirten Halbkreise, vom Durchmesser aufwärts, die Linie EE' und trage sie im Aufsriße, wo die Linie $E'E''$ den Durchmesser $A''B''$ schneidet, nach E''' , eben so verfähre man bei F , ziehe dann aus freier Hand die Linie $A''E'''D'''F'''B''$, so ist diese der gesuchte Aufsriß des Halbkreises.

Anmerkung 1. Es ist leicht einzusehen, daß man auf diese Weise jede beliebig gekrümmte Linie, welche schräg gegen die senkrechte Ebene mit ihrer Grundlinie steht, finden könne.

Anmerkung 2. Je mehr Punkte man in der krummen Linie, wie EDF , annimmt und ihre Projection bestimmt, um so richtiger wird natürlich auch die aus freier Hand gezeichnete Linie $A''E'''D'''F'''B''$ werden.

Am besten thut man, den Durchmesser in eine beliebige Anzahl gleicher Theile zu theilen, von diesen Theilungspunkten zieht man alsdann lothrechte Linien bis zum Umkreise, wie hier EDF , und sucht für diese Umkreispunkte die Projectionen des Aufsrißes.

Anmerkung 3. Hätte eine krumme Linie (Taf. 1 Fig. 19) $A'B'$ im Aufsriß eine ganz unregelmäßige Gestalt, so würde ihr Grundriß ebenfalls eine gerade Linie sein, welche man findet, indem man beliebig viele Punkte CDE in der krummen Linie annimmt und ihre Projectionen im Grundriße sucht, welche Grundrißlinie dann eine gerade Linie $ACDE$ sein wird, wenn die krumme Linie in einer senkrechten Ebene liegt, die mit der gegebenen Aufsrißebene parallel ist.

§. 13.

Aufgabe. Die Projection der Fläche eines Quadrats zu zeichnen, welches mit der senkrechten Ebene parallel und mit seiner Grundlinie in der wagerechten Ebene steht.

Auflösung. Es sei (Taf. 1 Fig. 20) die Linie ab die Grundlinie der senkrechten Ebene, der Raum unterhalb ab sei die Projection der wagerechten Ebene.

Bestimmt man in ab die Länge der Linie $A'B'$ als die

Grundlinie des Quadrats, so wird die Linie $C'A$ senkrecht auf $A'B'$ und gleich lang mit $A'B'$ die eine Seite des Quadrats sein.

Eben so wird die Linie $D'B'$, eben so lang wie $A'C'$ gezeichnet, die andere Seite des Quadrats sein, und wenn man die Punkte C' und D' durch die gerade Linie $C'D'$ verbindet, so wird das Quadrat $A'C'D'B'$ die gesuchte Projection sein; denn da das gegebene Quadrat parallel mit der senkrechten Ebene angenommen war, so werden auch alle Umrißlinien desselben in gleicher Größe erscheinen, wie sie wirklich sind (§. 2), folglich auch die ganze Figur des Quadrats.

Soll man nun den Grundriß desselben Quadrats zeichnen, so wird er durch die gerade Linie AB dargestellt, denn die sämtlichen Projectionspunkte der Linie $C'A$ fallen in dem Punkte des Grundrisses A zusammen, eben so die Projectionspunkte der Linie $D'B'$ in dem Punkte des Grundrisses B , und endlich fällt die Projection der Linie $C'D'$ mit der Linie des Grundrisses AB zusammen.

Es wird also der Grundriß des Quadrats $A'C'D'B$ die gerade Linie AB sein.

Anmerkung 1. Stände das Quadrat schräg gegen die senkrechte Ebene (Taf. 1 Fig. 21), wie der Grundriß AB zeigt, so findet man die schräg gestellte Ebene im Aufsriß, wenn man die willkürlich langen Linien $A'A''C'$ und $B'B''D'$ lothrecht hinauf zieht.

Setzt man alsdann von A' nach C' und von B' nach D' das Maß einer Seite des Quadrats und zieht die Linie $C'D'$, so ist die gesuchte Projection des schräg stehenden Quadrats im Aufsriß gefunden.

Anmerkung 2. Es sei das Quadrat schräg gegen die wagerechte Ebene geneigt (Taf. 1 Fig. 22), man soll Grundriß und Aufsriß derselben finden.

Wenn man die punktirte Linie $A''B''$ unter dem gegebenen Neigungswinkel $B''A''E''$ zieht und die Länge der Seite des Quadrats von A'' nach B'' setzt, so ist die Linie $A''B''$ die Projection der Seitenansicht des Quadrats.

Bestimmt man nun die Grundlinie $A'B'$ des Quadrats in der Grundlinie der senkrechten Ebene ab und zieht man die willkürlich lange Linie $B''D'C'$ parallel mit ab , so zeigt der Raum zwischen der Linie $B''D'C'$ und der Grundlinie ab die Höhe an, zwischen welcher das geneigte Quadrat liegen muß. Zieht man nun die Lothrechten $A'C'$ und $B'D'$ und verbindet diese beiden durch die Linie $C'D'$, so hat man die Projection des Aufsrißes des schräg gegen die wagerechte Ebene geneigten Quadrats gefunden.

Den Grundriß würde man auf folgende Weise finden.

Man ziehe die Lothrechten $C'A'CA$ und $D'B'DB$ abwärts willkürlich lang, so giebt der Raum zwischen diesen beiden Linien die Länge des zu suchenden Grundrisses, zieht man die wagerechte Linie AB als Grundlinie des Quadrats, so ist diese eben so lang als $A'B'$, weil beide Linien Parallelen zwischen Parallelen sind.

Nun betrachte man das Dreieck $A''B''E''$; in diesem ist die Linie $A''E''$ die Projection der Linie $A'B'$, $A''B''$ aber ist die Länge des Quadrats, folglich ist $A''E''$ die Projection der Länge des Quadrats. Trägt man nun die Länge der Linie $A''E''$ mit dem Zirkel von A nach C und von B nach D und zieht von C nach D eine gerade Linie CD , so ist die Figur $ACDB$ der gesuchte Grundriß des Quadrats.

Anmerkung 3. Wäre die quadratische Ebene unter einem