



Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 15. Aufgabe. Es soll die Projection eines Würfels (Cubus) im Grund- und Aufrisse gezeichnet werden, wenn der Würfel in der wagerechten Ebene steht und seine senkrechte Achse parallel mit der ...

[urn:nbn:de:hbz:466:1-66132](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-66132)

geforderten Grundriß und Aufriß zu finden. Zuerst wollen wir den Aufriß auffuchen.

Die Linie NP ist die senkrechte Projection des Kreisdurchmessers MN . Nimmt man nun die Linie NP in den Zirkel und setzt sie von E'' nach D'' , so hat man den Höhendurchmesser des Kreises, und wenn man die Höhe PU von E'' nach C'' trägt, so ist C'' der Mittelpunkt des Projectionskreises. Zieht man durch den Punkt C'' die Wagerechte $A''B''$ willkürlich lang, so wird in dieser Linie der Breitendurchmesser des Kreises liegen.

Trägt man nun mit dem Zirkel aus dem punktirten Kreise die Linie $A'C''$ von C'' nach A'' und die Linie $C'B''$ von C'' nach B'' , so hat man in den Punkten $A''D''B''E''$ die vier äußersten Punkte der Kreisfläche gefunden.

Um nun noch die Zwischenpunkte zu finden, verfähre man folgendermaßen.

Man trage aus dem Durchmesser des punktirten Kreises die Entfernung $C'K'$ auf der Linie MN , von O nach X und die Entfernung $C'L'$ von O nach W . Ferner ziehe man die Wagerechten XT und WV , so sind T und V die Höhenprojectionen von X und W . Trägt man nun die Entfernung UT von C'' nach K'' und die Entfernung UV von C'' nach L'' , so sind K'' und L'' die Projectionen der Punkte T und V . Zieht man durch K'' und L'' wagerechte Linien beliebig lang und setzt aus dem punktirten Kreise die Entfernung $K'F'$ mit dem Zirkel von K'' nach F'' und die Entfernung $K'G'$ von K'' nach G'' ; ferner trägt man die Entfernung $H'L'$ von L'' nach H'' und die Entfernung $L'J'$ von L'' nach J'' , so hat man die Zwischenpunkte $F''G''J''H''$ gefunden. Verbindet man nun aus freier Hand die Punkte $E''H''A''F''D''G''B''J''$ durch eine krumme Linie, so erhält man die Projection der gesuchten Kreisfläche im Aufriß.

Will man nun den Grundriß dazu finden, so verfähre man wie folgt.

Man ziehe die willkürlich lange Mittellinie AB und verlängere die Mittellinie $D''E''$ des oberen Kreises nach unten willkürlich lang, so ist C der Mittelpunkt des Grundrißes.

Die Linie MP in dem Dreieck MNP ist die Projection der Linie MN , oder, was dasselbe ist, MP ist der Durchmesser des Kreises in der Grundrißprojection. Setzt man nun die Entfernung RP von C nach D und die Entfernung RM von C nach E , so hat man in D und E die äußersten Punkte des Breitendurchmessers gefunden; trägt man nun aus dem punktirten Kreise die Länge $C'A'$ von C nach A und die Länge $C'B'$ von C nach B , so hat man in A und B die äußersten Punkte des Längendurchmessers gefunden.

Um die Zwischenpunkte zu finden verfähre man wie folgt.

Man ziehe in dem Dreieck MNP die Senkrechten WS , OR und XQ , so erhält man in den Punkten SRQ die Projectionen der Punkte WOX . Trägt man nun die Entfernung RQ von C nach K und die Entfernung RS von C nach L , so sind K und L diejenigen Projectionenpunkte, welche mit S und Q , mit W und X und im punktirten Kreise mit K' und L' übereinstimmen.

Trägt man nun aus dem punktirten Kreise die Entfernung $K'G'$ von K nach G und die Entfernung $K'F'$ von K nach F , so hat man die oberen Zwischenpunkte gefunden.

Trägt man ferner aus dem punktirten Kreise die Entfernung $L'J'$ von L nach J und die Entfernung $L'K'$ von L nach K , so hat man die beiden unteren Zwischenpunkte gefunden.

Verbindet man nun die sämtlichen Projectionenpunkte $A''F''D''G''B''J''E''$ durch eine krumme Linie, so hat man die gesuchte Projection der Kreisfläche im Grundriß.

Es ist von selbst einleuchtend, daß, je mehr Punkte des Umkreises man in ihrer Projection sucht, um so genauer findet man die Projection der ganzen Kreislinie.

NB. Es sind nicht immer alle Hülfslinien genannt worden, welche gezogen werden müssen und die man schon in der Zeichnung von selbst sieht, um den Text dadurch nicht ohne Noth zu weitläufig und mithin schwerer verständlich zu machen.

Anmerkung 4. (Taf. 1 Fig. 29.) Es sei derselbe Kreis wie in Anmerk. 3 gegeben. Der Kreis neige sich unter gleichem Winkel wie dort gegen die wagerechte Ebene, sein Grundriß stehe aber gleichzeitig unter einem gegebenen Winkel gegen die Grundlinie ab der senkrechten Ebene geneigt; man soll Grundriß und Aufriß finden.

Zunächst vergegenwärtige man sich alles das genau, was in der vorigen Anmerk. 3 über das Auffinden des Grund- und Aufrisses gesagt wurde.

Man denke sich nun den Grundriß der vorigen Figur (28) in Fig. 29 gezeichnet, aber so, daß seine Achse AB mit der Grundlinie ab der senkrechten Ebene den vorgeschriebenen Winkel mache, so ist der gesuchte Grundriß gefunden. (Wären andere Winkel für die Neigungen der Kreisfläche gegeben als in der vorigen Fig. 28, so bliebe nichts weiter übrig, als den Grundriß in gleicher Weise wie in Anmerk. 3 zu suchen, aber für die schräg geneigten Durchmesser AB und ED .)

Den Aufriß findet man, wie folgt.

Man bestimme erst aus dem gegebenen Durchmesser und der gegebenen Neigung desselben die Abstände der parallelen Linien ND'' , XF'' , OA'' , WH'' . Nun ziehe man vom Grundriße aus aufrecht die Normalen DD'' , CC'' , EE'' , AA'' , BB'' , so hat man die Projectionen der Durchmesser und des Mittelpunktes gefunden.

Auf gleiche Weise bestimmt man die Punkte $F''G''J''H''$, und der gesuchte Aufriß ist gefunden.

Anmerkung 5. Sollte eine elliptische Fläche oder ein regelmäßiges Vieleck, ein Achteck, Sechseck etc. gezeichnet werden, so würde in allen Fällen ganz in ähnlicher Weise Grund- und Aufriß dafür gefunden werden, wie wir es in dem vorliegenden §. 14 und den zugehörigen vier Anmerkungen gesehen haben.

Zur Uebung kann man sich diese Aufgaben selbst stellen und lösen. Ob man falsch gezeichnet hat, wird man sogleich sehen, wenn man die gesuchten Punkte nicht auffinden kann.

§. 15.

Aufgabe. Es soll die Projection eines Würfels (Cubus) im Grund- und Aufrisse gezeichnet werden, wenn der Würfel in der wagerechten Ebene steht und seine senkrechte Achse parallel mit der senkrechten Ebene ist. (Tafel 2 Fig. 30.)

Auflösung. Wenn der in der wagerechten Ebene stehende Würfel im Grundriß gezeichnet werden soll, so giebt er das Quadrat $ABCD$, denn die obere Fläche fällt mit der unteren zusammen, weil sie parallel mit derselben ist. Eben so fallen die vier Kanten des Würfels in ihrer Projection in den vier Punkten

$ABCD$ zusammen und Quadrat $ABCD$ ist der gesuchte Grundriß des Cubus. (§. 5.)

Den Aufsriß findet man, wenn man die Seiten AC und BD des Grundriffes senkrecht bis über die Grundlinie ab der senkrechten Ebene verlängert, $A'C'$ und $B'D'$ gleich AC und BD macht und $C'D'$ zieht, so ist das Quadrat $A'C'D'B'$ der gesuchte Aufsriß. (§. 5 Anmerk. 1.)

Hier fallen ebenfalls die beiden senkrechten Ebenen zusammen in das Quadrat $A'B'C'D'$ und die vier auf die senkrechte Ebene normalen Kanten des Würfels fallen in den Punkten $A'C'D'B'$ zusammen.

Anmerkung 1. Sollte man von dem Würfel in Figur 30 einen senkrechten Durchschnitt zeichnen (§. 7), so verfähre man wie folgt.

Es sei (Fig. 30) die punktirte Linie EF im Grundriß die Richtung einer senkrechten Ebene, welche durch den Würfel liegt.

Trägt man die Länge der Linie EF in Fig. 31 auf der Linie ab von A nach B , so ist $AB = EF$. Da nun aber EF auch $= A'B'$ ist, so ist AB die Grundlinie des Würfelschnittes. Zieht man nun Fig. 31 die Senkrechten AC und BD und macht $AC = A'C'$ und $BD = B'D'$, so hat man die Kanten des Durchschnittes, verbindet man dann noch C mit D , so ist $ABCD$ Fig. 31 die gesuchte Durchschnittsebene.

Anmerkung 2. Es sei der Würfel unter einem beliebigen Winkel gegen die wagerechte Ebene geneigt, man soll Grund- und Aufsriß davon zeichnen, wenn der geneigte Würfel mit seiner vorderen Fläche parallel mit der senkrechten Ebene steht. (Tafel 2 Fig. 32.)

Das Quadrat $ABCD$ wird der verlangte Aufsriß sein, wenn man die Linie AB desselben unter dem vorgeschriebenen Winkel gegen die Linie ab geneigt hat.

Um den Grundriß zu finden, ziehe man von den Punkten $ABCD$ des Aufsriffes normale Linien abwärts und ziehe dann die wagerechte Linie $B'C'D'$, nun mache man $B'E'$, $C'F'$ und $D'G'$ gleich einer Seite des Würfels, so ist der Grundriß gefunden. Die Kante $A'H'$ wird von der Fläche $F'G'D'C'$ verdeckt und nicht sichtbar sein; eben so werden die unterhalb liegenden Flächen des Würfels, welche im Aufsriß durch die Linien BA und AD dargestellt werden, im Grundriß nicht zu sehen kommen.

Anmerkung 3. Es sei (Tafel 2 Fig. 33) der Würfel schräg gegen die wagerechte Ebene geneigt, aber er stehe mit der senkrechten Ebene nicht parallel.

Fig. 33 sei auf der Grundlinie ab der senkrechten Ebene der Durchschnitt $ABCD$ des Würfels unter dem vorgeschriebenen Neigungswinkel gezeichnet.

Um den Aufsriß zu bekommen, ziehe man die beliebig langen Wagerechten $C'D'C'$ und $BE'B'$, ferner trage man auf die Linie ab die Linie $A'F'$ so lang auf, als eine Seite des Würfels ist, so hat man die Grundlinie des Aufsriffes gefunden, nun ziehe man die Senkrechten $A'B'C'$ und $F'E'D'$, verbinde C' wagerecht mit D' und B' wagerecht mit E' , so ist die Figur $A'B'C'D'E'F'$ der gesuchte Aufsriß.

Will man nun den Grundriß finden, so verfähre man wie folgt.

Von den Kanten des Durchschnittes BCD ziehe man die Senkrechten BE , CF , DG . Nun verlängere man die Seitenlinien des Aufsriffes nach unten willkürlich lang und ziehe die

Wagerechte $C'D''$, alsdann mache man $C'B''$ und $D'E''$ gleich lang mit EF und $B''A''$ und $E''F''$ gleich lang mit FG , verbinde dann B'' mit E'' und A'' mit F'' , so ist die Figur $A''B''C''D''E''F''$ der gesuchte Grundriß.

Anmerkung 4. Wäre der gegebene Körper anstatt eines Würfels, ein Prisma, mit quadratischer Ober- und Unterfläche, so würde die Auffuchung seiner Grund- und Aufsriße so wie seines Durchschnittes ganz eben so erfolgen, wie wir es eben §. 15 für den Würfel gezeigt haben.

Zur Uebung kann man sich anstatt eines Würfels nun einen prismatischen Körper mit quadratischer Grundfläche in allen Lagen, wie vorher den Würfel zeichnen.

§. 16.

Aufgabe. Es soll die Projection eines Prisma gefunden werden, dessen Grundfläche ein regelmäßiges Achteck ist (Tafel 2 Fig. 34), wenn die senkrechte Achse des Prisma parallel mit der senkrechten Ebene und das Prisma in der wagerechten Ebene steht.

Auflösung. Der Grundriß wird durch das regelmäßige Achteck $ABCDEFGH$ dargestellt werden, denn die Projection der oberen achteckigen Fläche fällt mit der Projection der Grundfläche zusammen. (§. 5.) Eben so fallen die sämtlichen senkrechten Kanten des Prisma mit den Punkten $ABC \dots$ zusammen. Es ist also das Achteck $ABCDEFGH$ der gesuchte Grundriß.

Will man nun den Aufsriß zeichnen, so ziehe man von den Eckpunkten des Grundriffes aufwärts beliebig lange Linien, so wird $H'C'$ dem unteren Durchmesser des Achtecks gleich sein. Nimm man ferner in den Zirkel das gegebene Maß der Höhe des Prisma und setz dieses Maß von H' nach J' , von A' nach K' , von B' nach L' , von C' nach M' und ziehe die Linie $J'K'L'M'$, so hat man den Aufsriß gefunden.

Die Seitenflächen des Prisma, wovon HG , $GFFE$, ED und DC im Grundriß die Projectionen sind, werden nicht sichtbar erscheinen, indem sie, wie man sich leicht durch den Augenschein überzeugen kann, im vorliegenden Falle durch die vorderen sichtbaren Flächen gedeckt werden.

Eben so sieht man von der oberen und unteren achteckigen Fläche nichts, als die geraden Linien im Aufsriße $H'A'B'C'$ und $J'K'L'M'$. (§. 4 Anmerk. 5.)

Anmerkung 1. (Tafel 2 Fig. 35.) Wenn das achteckige Prisma mit der wagerechten Ebene einen bestimmten Winkel macht, die Achse aber parallel mit der senkrechten Ebene liegt, so findet man den Aufsriß folgendermaßen.

Man zeichne den Aufsriß des Prisma aus Fig. 34 (wo derselbe aufrecht steht) in der geneigten Lage auf, wie er Fig. 35 unter dem angenommenen Winkel vorgestellt ist, so hat man den verlangten Aufsriß.

Die Projectionenpunkte $A'H'G'F'$ des Aufsriffes stimmen nun mit den Projectionenpunkten des Grundriffes $AHGF$ Fig. 34 überein. Die Punkte $B'C'D'E'$ des Aufsriffes fallen in ihrer Projection mit den Punkten $A'H'G'F'$ zusammen und sind nicht sichtbar.

Zieht man im Grundriß die Parallelen HP , FK , EL , CQ so weit von einander wie sie im Aufsriße von einander abstehen,