Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 19. Aufgabe. Es soll eine Kugel im Grund- und Aufriß gezeichnet werden. (Tafel 2 Fig. 42.)

urn:nbn:de:hbz:466:1-66132

Anmerkung 1. Soll man mehr Punkte des Mantels im Grund- und Aufrisse finden, so bestimme man die Punkte, welche man finden will; z. B. man will den Punkt E′ zwischen A′ und D′ suchen.

Der Punkt E′ aber liegt in der Mitte zwischen A′ und D′, folglich liegt der Punkt E′ im Grundrisse in der Mitte des Radius A C, bei E, denn der Radius A C des Grundrisses ist zugleich die Projection der schrägen Linie A′ D′ im Aufrisse.

Eben so würde man die Projection des Punktes F′ im Aufrisse bei F im Grundrisse finden.

Sollte man den Punkt J des Grundrisses im Aufrisse bestimmen, so ziehe man C J G, trage die Projection von G nach G′ und ziehe G′ D′; trägt man nun die Projection von dem Punkte J des Grundrisses hinauf nach der Linie G′ D′ des Aufrisses, so findet man den Punkt J′ (wo sich die Projectionslinien schneiden), als den gesuchten Projectionspunkt von J.

Eben so würde man den Punkt K des Grundrisses bei K′ im Aufrisse finden.

Wäre umgekehrt der Punkt J′ im Aufrisse gegeben und man sollte aus ihm den Punkt J des Grundrisses bestimmen, so ziehe man erst die wagerechte Hülfslinie J′ E′, ferner die Normale E′ E bis zum Durchmesser des Kreises im Grundrisse (weil A′ D′ die Projection von A C ist).

Beschreibt man nun im Grundrisse mit dem Radius C E einen Kreis, so ist dieser die Projection der wagerechten Linie E′ F′ des Aufrisses und alle Punkte, welche in der Linie E′ F′ des Aufrisses liegen, werden in ihrer Projection in den Kreis E J K F im Grundrisse fallen; eben so wie alle Punkte der Linie A′ G′ C′ H′ B″ in dem Kreise A G L H B des Grundrisses liegen.

Will man nun den Punkt J′ des Aufrisses im Grundrisse bestimmen, so zieht man von J′ abwärts die Normale J′ J, alsdann ist J der gesuchte Punkt.

Eben so würde man aus dem Punkte K′ des Aufrisses den Punkt K des Grundrisses finden.

Man sieht hieraus, daß sich auf ähnliche Weise jeder beliebige Punkt des Grundrisses im Aufrisse und umgekehrt finden läßt.

Anmerkung 2. Läge der Kegel, wie in Tafel 2 Fig. 41, mit einer Seite in der wagerechten Ebene, so würde sein Aufriß das Dreieck D′ A′ B′ sein und C′ die Projection des Kreisdurchmessers, so wie auch dessen Mittelpunkt, und die Linie A′ C′ B′ würde die Projection der Kegelgrundfläche (des Kreises) darstellen.

Den Grundriß würde man finden, wenn man zuvörderst nach §. 14 Anmerk. 3 die Kreisfläche suchte. Sie bestimmt sich zunächst durch die Normalen B′ B, C′ C, A′ A und daraus, daß man $CE = C'B'$ und $CF = C'A'$ macht.

Zieht man dann von C im Grundrisse die Wagerechte C D und von D′ die Normale D′ D, so ist C D im Grundrisse die Achse des Kegels und wenn man noch D F und D E im Grundrisse zieht, hat man den ganzen verlangten Grundriß des Kegels gefunden.

Zur Uebung zeichne man sich noch den Kegel in mehreren andern Lagen, z. B. im Grundrisse auch schräg gegen die senkrechte Ebene gestellt, oder in bestimmten Lagen, über oder unter der wagerechten Ebene, oder hinter oder vor der senkrechten Ebene.

§. 19.

Aufgabe. *Es soll eine Kugel im Grund- und Aufriß gezeichnet werden.* (Tafel 2 Fig. 42.)

Auflösung. Die sämmtlichen Projectionspunkte einer Kugel, welche man sich vom Mantel derselben auf eine wagerechte Ebene gezogen denkt, werden einen Kreis darstellen, dessen Durchmesser gleich dem gegebenen Durchmesser der Kugel war.

Es ist also in Fig. 42 der Kreis mit dem Durchmesser A B die Projection der Kugel im Grundriß.

Eben so wird der Aufriß einer Kugel wieder ein Kreis sein, dessen Durchmesser dem Durchmesser der gegebenen Kugel gleich ist und es wird der Kreis mit dem Durchmesser A′ B der Aufriß der Kugel sein.

Anmerkung 1. Der Grundriß einer Halbkugel (Tafel 2 Fig. 43) ist aus obigen Gründen in der wagerechten Ebene wieder ein Kreis, wenn der Durchmesser der Kugel parallel mit der wagerechten Ebene liegt und der Aufriß der Halbkugel ist in diesem Falle ein halber Kreis mit dem Durchmesser der gegebenen Kugel.

Anmerkung 2. Will man bestimmte Punkte auf einer Halbkugel-Oberfläche finden, so verfährt man folgendermaßen.

Es sei (Tafel 2 Fig. 44) A′ B′ D′ der Aufriß, A C B der Durchmesser des Grundrißkreises.

Im *Grundrisse* sei der Punkt E gegeben, man soll seine Lage im *Aufrisse* bestimmen.

Man ziehe die Linie E C′ und mit diesem Radius beschreibe man den Kreisbogen E F.

Nun ziehe man von F im Grundrisse die Normale F F′, bis sie den Umkreis des Aufrisses in F′ schneidet, so ist F′ der Projectionspunkt von F.

Zieht man nun von F′ nach G′ eine Parallele mit A′ B′, so ist F′ G′ die Projection eines Kreises, welcher parallel mit der Grundfläche der Halbkugel herumläuft, und ist dieser Kreis zugleich die Projection eines Kreises, der im Grundrisse durch E F H G gelegt gedacht wird. In diesem Kreise liegt der gegebene Punkt E des Grundrisses, es muß also seine Projection im Aufrisse auch in der *Projection* des Kreises E F H G liegen. Die Projection dieses Kreises ist aber im Aufrisse die Linie F′ G′, folglich muß der Punkt E des Grundrisses in der Linie F′ G′ des Aufrisses liegen. Zieht man nun von E die Normale E bis E′, so ist E′ der gefundene Projectionspunkt (von E) des Grundrisses.

Es sei umgekehrt ein willkürlicher Punkt im Aufrisse gegeben, man soll seine Projection im Grundrisse finden. Es sei J′ dieser gegebene Punkt im Aufrisse.

Man ziehe durch J′ die Linie J′ K′ L′ parallel mit A′ B′, so ist diese Linie wieder die Projection eines Kreises, welcher um die Halbkugel herum parallel mit der Grundfläche der Halbkugel liegt. Nun ziehe man im Grundrisse mit dem Radius C K den Kreis K L M, so ist dieser Kreis die Projection der Linie L′ K′ des Aufrisses, in welcher der Punkt J′ liegt.

Fällt man nun die Normale J′ bis J, so ist der Punkt J des Grundrisses die verlangte Projection des willkürlich gegebenen Punktes J′ im Aufrisse.

Es leuchtet ein, daß man auf diese Weise jeden beliebigen Punkt, sowohl im Aufrisse als Grundrisse, geben kann, und auf eben angegebene Weise seine Projection zu finden sein wird. Was nun für die Halbkugel gegolten, gilt natürlich auch für eine, aus zwei Halbkugeln zusammengesetzte ganze Kugel ganz in derselben Weise.

§. 20.

Aufgabe. Eine Schraubenlinie zu finden, welche um einen Cylinder gewunden ist.

Auflösung. Es sei (Taf. 2 Fig. 45) das Rechteck D′ A′ B′ E′ die Projection des senkrecht stehenden Cylinders im Aufriß (§. 17). Der Kreis A N B M sei die Projection desselben Cylinders im Grundriß. Die Neigung des Schraubenganges sei gleich dem Winkel F′ A′ B′, man soll die Linie selbst finden.

Der Punkt A des Grundrisses liegt in seiner Projection im Punkte A′ des Aufrisses.

Der Punkt M des Grundrisses liegt in der Mitte zwischen A und B, also auch in der Mitte der Höhe zwischen B′ und F′ bei O.

Der Punkt B des Grundrisses wird auch zugleich der Projectionspunkt für den Höhenpunkt F der ersten halben Windung des Schraubenganges sein, und die krumme Linie A′ O′ L′ wird die erste halbe Windung des Schraubenganges zeigen.

Der Punkt N des Grundrisses liegt in der Mitte zwischen B und A (auf der Rückseite des Cylinders), also in der Mitte der senkrechten Höhe zwischen F′ und J′ des Aufrisses bei P′, und die krumme punktirte Linie F′ P′ J′ wird die andere Hälfte des ersten Schraubenganges auf der Rückseite des Cylinders zeigen. Um aber die Schraubenlinie mit mehr Gewißheit zu bestimmen, muß man noch Zwischenpunkte suchen, und je mehr man deren annimmt, um so genauer wird die Schraubenlinie gezeichnet werden können.

Zieht man im Grundrisse die Linien Q S und T R, so hat man vier Hülfspunkte.

Es liegen aber diese vier Punkte so, daß, wenn man auch die Linien T Q und S R zieht, der vordere Punkt Q zugleich die Projection des hinteren Punktes T ist. Eben so ist R die Projection von S.

Nun ziehe man die Linien Q Q′ und R R′ durch die ganze Höhe des Cylinders.

Es liegt aber Q im Grundrisse in der Mitte zwischen A und M, folglich wird Q im Aufrisse in der Mitte der Höhe zwischen dem senkrechten Abstande von A′ O′ des Aufrisses liegen.

Eben so wird R′ zwischen F′ und P′ ꝛc. liegen und man wird auf gleiche Weise den Schraubengang in beliebiger Höhe bestimmen können.

Nimmt man zwischen den Punkten des Grundrisses A Q M.... noch Zwischenpunkte an und verfährt in gleicher Weise, so wird man die Schraubenlinie noch genauer finden. Dies gilt für jede Höhe eines ganzen Umganges der Schraubenlinie, so daß, wenn man z. B. nur den Gang A′ Q′ O′ F′ R P′ J′ gefunden hat, man nach diesem alle übrigen höher liegenden leicht finden kann.

§. 21.

Aufgabe. Es soll eine Schneckenlinie (Spirale) gezeichnet werden. (Taf. 2 Fig. 46.)

Auflösung. Es sei im Aufrisse die Höhe des ersten halben Ganges der Spirale durch die Linie E′ F′ bezeichnet, so ist der Punkt J im Grundrisse die Projection des Punktes J′ im

Aufrisse, denn der Punkt J liegt in der Mitte zwischen A und B′, und J′ wird in der Hälfte der Höhe zwischen A′ und E′ und C′ und K′ liegen. Es wird also der erste halbe Gang der Spirale, die krumme Linie A′ J′ F′ des Aufrisses sein. Um diese krumme Linie noch genauer zu finden, braucht man nur mehr Punkte anzunehmen, durch welche die krumme Linie gehen muß.

Man ziehe C L und C M im Grundriß und L′ D′, M′ D′ im Aufriß. Nun ziehe man im Aufriß O′ P′ in der Mitte der Höhe zwischen N′ J′ und A′ C′, ferner ziehe man L′ D′, so ist L″ der Projectionspunkt von L und eben so M″ von M.

Auf gleiche Weise findet man die übrigen Theile der Windungen, welche man zur Uebung aufsuchen kann.

Ein für allemal wird hierbei bemerkt: je größer man den Maßstab der Uebungsfiguren auf dem Papiere nimmt, um so deutlicher wird die Zeichnung, um so mehr Bestimmungspunkte ist man im Stande, mit Deutlichkeit zu finden, und um so größer und schneller wird man die Ueberzeugung aller derjenigen Lehren gewinnen, welche hier gegeben wurden.

§. 22.

Aufgabe. Den Aufriß und Grundriß eines körperlichen **Ringes** zu zeichnen. (Taf. 2 Fig. 47.)

Auflösung. Steht der Ring senkrecht in der wagerechten Ebene und parallel mit der senkrechten Ebene, so ist sein Grundriß durch die Figur A B ausgedrückt.

Im Aufrisse bildet er zwei concentrische Kreise. Die Figur E ist die Ansicht des Ringes, wenn er mit seiner wagerechten Achse normal auf der senkrechten Ebene steht.

Die Figur F zeigt den senkrechten Durchschnitt desselben Ringes.

Die Figur G im Grundrisse zeigt den wagerecht liegenden Ring in der Mitte durchschnitten.

Zur Uebung zeichne man an verschiedenen Stellen durchgelegte Kreisebenen, welche durch punktirte Linien in der Figur angegeben sind; nach §. 14 wird sich dies sehr leicht bestimmen lassen.

Zur weiteren Uebung kann man sich noch den Ring unter schräger Stellung, entweder gegen die wagerechte oder gegen die senkrechte Ebene oder gegen beide zugleich, denken, und wieder die Projectionen der verschiedenen Kreisebenen suchen, welche entstehen, wenn man sich in der Verlängerung der Kreisradien den Ring an beliebigen Stellen durchschnitten denkt.

§. 23.

Die am meisten vorkommenden Aufwickelungen der Umkreise verschiedener Flächen.

Aufgabe. Es soll die Aufwickelung der Umrißlinie einer gegebenen Fläche gezeichnet werden.

Auflösung. Unter Aufwickelung der Umrißlinie irgend einer beliebigen Fläche versteht man diejenige gerade Linie die man erhält, wenn man das Maß des Umrisses (Umfanges) der gegebenen Fläche auf eine gerade Linie aufträgt.

Anmerkung 1. Wollte man hiernach die Aufwickelung eines Dreiecks zeichnen, so trägt man die einzelnen Maße seiner drei Seiten unmittelbar neben einander auf eine gerade Linie auf, so daß die nunmehr entstehende gerade Linie so groß gemacht wird, als die Summe aller drei Seiten des Dreiecks zusammengenommen.