Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 25. Zeichnung einiger Netze von Oberflächen, die bei Bauten oft vorkommen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-66132

krumme Linie, so ist diese die gesuchte, welche mit dem Halbkreise gleiche Höhenpunkte hat.

Anmerkung 1. Es sei bei derselben Figur (Taf. 2 Fig. 48) eine Linie A'' B'' gegeben, welche kleiner als der Durchmesser des gegebenen Halbkreises ist, man soll über A'' B'' ebenfalls eine krumme Linie (einen sogenannten überhöhten Bogen) zeichnen, deren Höhenpunkte auch mit den Höhenpunkten des Halbkreises zusammenfallen.

Nachdem man den Halbkreisdurchmesser wie vorhin getheilt und die Normalen G, H, E, F.... gezogen hat, theile man die gegebene Linie A'' B'' in eben so viele gleiche Theile wie den Halbkreisdurchmesser A B, ferner errichte man auf A'' B'' in den angenommenen Theilpunkten die Normalen G'' H''.... und mache sie gleich lang wie die Normalen des Halbkreises G H...., ziehe dann durch diese gefundenen Punkte die krumme Linie A'' H'' D'' B'', so ist diese die gesuchte krumme Linie, deren Höhenpunkte mit denen des gegebenen Halbkreises zusammenfallen.

Anmerkung 2. Aus den so eben im Vorigen gegebenen Beispielen ersieht man leicht Folgendes. Eben so gut, wie man aus dem Halbkreise eine längere und eine kürzere Linie mit gleichen Höhenpunkten bilden konnte, eben so gut kann man aus der gegebenen längeren Linie A' H'.... auch einen Halbkreis bilden, welcher gleiche Höhenpunkte mit dieser gegebenen Linie gemeinschaftlich hat.

Setzt man nämlich die höchste Linie C' D' auf die Mitte der vorläufig willkürlich lang gezogenen Linie A B und macht C D = C' D', so ist C D ein Radius des Halbkreises; macht man nun A C = C D und C B auch = C D, so ist die Linie A B der Durchmesser des gesuchten Halbkreises.

Theilt man nun diesen in eben so viel gleiche Theile, als die Linie A' B', und errichtet auf den Theilpunkten die Normalen G H.... beliebig lang, so braucht man nur die Längen der normalen Linien G' H', E' F'.... von G nach H, von E nach F.... zu setzen, um den Halbkreis zu erhalten, welcher gleiche Höhenpunkte mit der gegebenen Linie A' H' F'.... haben wird.

Da es aber ein Halbkreis werden mußte, hätte man nur nöthig gehabt, mit dem Radius C D den Halbkreis A D B zu ziehen, welcher alsdann die Punkte H F.... ebenfalls berührt haben würde. Auf ganz gleiche Weise kann man auch aus der gegebenen kürzeren Linie A'' H'' D'' B'' einen Halbkreis mit übereinstimmenden Höhenpunkten bilden, wenn man, wie vorhin, die Linie C'' D'' als Radius des Halbkreises betrachtet und eben so verfährt, wie vorhin gezeigt wurde.

Anmerkung 3. Es folgt ferner aus dem bisher Gesagten: eine Linie kann so lang oder so kurz sein, wie sie will, so ist man immer im Stande, über ihr irgend eine Bogenlinie zu beschreiben, welche mit einer anderen, bereits gegebenen gemeinschaftliche Höhenpunkte haben muß.

Es ist einleuchtend, daß in je mehr Theile man die Grundlinie des gegebenen Bogens theilt, und jemehr Punkte man demnach durch die gezogenen Normalen in seinem Umkreise bestimmt, um so genauer wird die gesuchte krumme Linie werden.

Anmerkung 4. Es sei (Taf. 2 Fig. 49) der Spitzbogen A D B gegeben, man soll daraus einen flacheren A' D' B' oder einen steileren A'' D'' B'' gestalten, so verfährt man ganz nach den Auflösungen, welche für den Halbkreis in dem vorhergehenden Beispiele gegeben worden sind, man hat ebenfalls nur nöthig, die verschiedenen Längen der Normalen zu bestimmen.

Anmerkung 5. Es soll ein Halbkreis in einen sogenannten steigenden Bogen verwandelt werden. (Taf. 3 Fig. 50.) Es sei der Halbkreis A D B gegeben, so theile man seinen Durchmesser A B wieder in eine beliebige Anzahl gleicher Theile und ziehe die Normalen G H, E F, C D.... bis zum Umkreise.

Ferner setze man auf der wagerechten Linie A' N' die schräge Grundlinie des steigenden Bogens A' B' unter dem bestimmten Neigungswinkel an.

Nun verlängere man sämmtliche Normalen des Halbkreises willkürlich. Dann mache man G' H' = G H, ferner F'' E'' = F E, ferner C' D' = C D u. s. w., endlich verbinde man die gefundenen Punkte A' H' F' D' K' M' B' durch eine krumme Linie aus freier Hand, so ist diese der gesuchte steigende Bogen, dessen Höhenpunkte mit dem des gegebenen Halbkreises übereinstimmen werden.

Anmerkung 6. Wäre der gegebene Bogen, den man in einen steigenden Bogen verwandeln soll, kein Halbkreis, sondern ein Spitzbogen (Taf. 3 Fig. 51), so verfahre man ganz eben so wie bei dem Halbkreise. Das Verfahren wird aus der Fig. 51 deutlich, da die sämmtlichen Bezeichnungen ganz wie bei dem Halbkreise (Anmerk. 5) gewählt sind.

Anmerkung 7. Man sieht leicht ein, daß man auf ganz gleiche Weise jedes beliebige Bogensystem in einen steigenden Bogen verwandeln kann, wie es auch in der Praxis bei den steigenden Treppengewölben immer vorkommt. Alsdann zeichnet man sich aber die zu verwandelnden Bögen nicht auf dem Papiere, sondern auf einem Bretterboden (dem sogenannten Reißboden) in natürlicher Größe auf und verfährt dabei ganz so, wie wir es hier auf dem Papiere gezeigt haben, nur mit dem Unterschiede, daß man die zu übertragenden Maße nicht mit dem Zirkel, sondern mit dem Fußmaßstabe nimmt.

§. 25.

Zeichnung einiger Netze von Oberflächen, die bei Bauten oft vorkommen.

Aufgabe. Das Netz eines Prisma zu zeichnen, dessen Grundfläche ein Dreieck ist.

Auflösung. (Taf. 3 Fig. 52.) Es sei A' B' C' F' G' H' das Prisma. Man zeichne das Rechteck A C H F, setze hieran die beiden Dreiecke F G H und A B C, alsdann verlängere man A C und H F willkürlich lang nach beiden Seiten und mache die Linien C D, F E, H J, K A gleich einer Seite der Dreiecke (wenn diese wie hier gleichschenklig sind), so hat man das verlangte Netz, und wenn man die Flächen gegen einander legt, erhält man das Prisma A' B' C' H' G' F'.

Es stellt diese Figur die Gestalt eines gewöhnlichen Satteldaches dar.

Anmerkung 1. Das Netz eines Cubus oder Würfels wird gefunden, wenn man (Taf. 3 Fig. 53) das Grundquadrat O L H C zeichnet, an dieses setzt man die vier Seitenquadrate A B C O, L H J K, C D G H, L O N M und endlich das Quadrat D E F G, welches die obere Fläche des Cubus bilden wird, wenn man die Seitenflächen senkrecht aufklappt und das Quadrat D E F G wagerecht darüber legt.

Diese und die folgenden Netze kann man sehr leicht aus Papier oder Pappe schneiden und sich so das Verfahren verdeutlichen.

Anmerkung 2. Man soll das Netz eines Cylinders zeichnen. (Taf. 3 Fig. 54.) Der Kreis A ist die obere Fläche des Cylinders, der eben so große Kreis B die untere Fläche desselben. Die Linie HG zeigt die Höhe des Cylindermantels an.

Nun mache man HD, HC, GE und GF so lang als die Abwickelung des halben Umfanges eines der beiden Kreise (A oder B) nach §. 23 Anmerk. 4. Klappt man alsdann den Mantel CDEF senkrecht in die Höhe, legt ihn um den Umkreis des unteren Kreises B, und deckt endlich den oberen Kreis wagerecht darüber, so hat man den Cylinder.

Anmerkung 3. Man soll das Netz eines Bohlendaches zeichnen, das zugleich ein Satteldach ist. Es sei (Taf. 3 Fig. 55) das Dreieck ABC der gegebene Durchschnitt des Bohlendaches, so zeichne man sich erst das Rechteck A'B'F'E', welches den Grundriß des Daches nach seiner Länge und Breite darstellt.

Um die schmalen Seiten (Giebelseiten) dieses Rechteckes setze man die beiden Dreiecke A'B'D' und E'F'G', jedes eben so groß wie ABD. Alsdann zeichne man an das Rechteck auf der Seite A'E' ein Rechteck A'H'J'E', wovon die Seiten A'H' und J'E' so lang sind, als die Abwickelung DB (oder AD) des krummlinigen Dreiecks ABD; ferner ziehe man die Linie H'J', so ist das Rechteck A'H'J'E' die eine Seitendachfläche. Die andere Seitendachfläche B'K'L'F' findet man eben so, wie man A'H'J'E' gefunden hat.

Klappt man nun die beiden Giebeldreiecke senkrecht in die Höhe und die Seitenflächen so darüber hin, daß die Kanten der Seitenflächen K'L' und H'J' oben zusammenstoßen, so erhält man das verlangte Netz des Bohlendaches.

Anmerkung 4. Man soll das Netz einer vierseitigen Pyramide zeichnen. (Taf. 3 Fig. 56.)

Zuerst zeichne man die quadratische Grundfläche ABEG, dann setze man an die vier Seiten derselben die vier Dreiecke ACB, BDE, EFG, GHA, biege dieselben alsdann so zusammen, daß sie mit ihren Spitzen über dem Punkte J zusammentreffen, so hat man das verlangte Netz.

Man sieht, daß es zugleich das Netz eines sogenannten ganzen Walmdaches ist, an welchem man (wenn es nach einem bestimmten verjüngten Maßstabe aufgetragen ist) die Längen der Gradsparren und Schifter bequem zu finden im Stande ist.

Anmerkung 5. Man soll das Netz eines ganzen Walmdaches zeichnen, dessen Grundfläche und Höhe gegeben ist. (Taf. 3 Fig. 57.)

Es sei das Rechteck BGJO der Grundriß des Walmdaches nach verjüngtem Maßstabe. Zieht man in diesem Rechtecke die Mittellinie VW und macht auf dieser VS = VO = VB und RW = JW = GW, so sind S und R die Projectionen der oben darüber liegenden Anfallspunkte der Walme. Trägt man nun an die verlängerte Mittellinie VW die senkrechte Höhe des Daches VA und WH und vollendet die Dreiecke ABO und GHJ, so hat man die beiden Giebelwalmflächen gefunden. Nun verlängere man beliebig die Linien PT und QU (welche parallel mit den Linien OB und JG gezogen sind) nach oben und unten und mache MO = OA, BD = BA, ferner LJ = JH und HG = GE, so sind, wenn man endlich noch M mit L und D mit E verbindet, die beiden Trapeze OMLJ und BDEG die beiden Seitenflächen des Daches.

Klappt man nun die beiden Dreiecke so weit herüber, daß der Punkt A über S und H über R zu liegen kommt und daß die oberen Kanten der beiden Trapeze, DE und ML, einander oberhalb berühren, so hat man das Netz eines ganzen Walmdaches von sonst regelmäßiger Form.

Anmerkung 6. Man soll das Netz eines Giebeldaches zeichnen, wenn der Grundriß ein Trapez ist.

Es sei (Taf. 3 Fig. 58) das Trapez ABCD der gegebene Grundriß des Daches und EF die Mittellinie desselben. Man nimmt nun die Hälfte der Linie CB = CF und setzt diese als Grundlinie C'F' des Dreieckes (Z), setzt ferner auf diese Grundlinie die senkrechte Dachhöhe F'G' und zieht G'C', so ist G'C' die Höhe der Seitendachflächen; nimmt man nun die Länge der Linie C'G' und zieht mit dieser Entfernung die parallelen Linien JL und KM beliebig lang, so werden diese Linien auf beiden Seiten die Breiten der Dachflächen darstellen, da sie so breit sind, als die Sparrenlänge G'C' war. Will man nun noch die Kantenpunkte JLKM bestimmen, so zieht man durch E und F die Normalen KJ und LM, und die Durchschnittspunkte JLMK sind die gesuchten. Will man die Giebelflächen finden, so mache man GD = JD und AG = AK, und man hat in dem Dreieck AGD die eine Giebelfläche gefunden. Die andere findet man, wenn man LC = CN und BN = BM macht, so ist das Dreieck BCN die andere Giebelfläche.

Klappt man nun das Ganze so zusammen, daß oberhalb die Punkte KGJ und LMN zusammenfallen, so hat man das verlangte Netz gefunden.

Anmerkung 7. Man soll das Netz zu einem Dache wie Taf. 3 Fig. 59 finden, wenn dasselbe ganze Walme hat.

Es sei in dem Dreiecke Fig. (Z) C'F' die halbe Tiefe des Gebäudes, F'G' die senkrechte Höhe des Daches, so ist C'G' die Sparrenlänge der Seitenflächen.

Zieht man nun mit OJ die Parallele ML in der Entfernung = C'G', und eben so mit BG die Parallele DE in der Entfernung = C'G', so bestimmen die Räume zwischen beiden Parallelen die Höhen der Seitenflächen.

Zieht man nun durch die Anfallspunkte R und S die Normalen MD und LE, so sind die Punkte MLDE diejenigen, welche zusammengeklappt über R und S fallen. Da hier die Walme schief sind, so muß die Länge eines jeden Grades eine andere sein.

Die Gradlänge über OS findet man, wenn in dem Dreiecke (Z') O'S' (die Grundlinie) = OS gemacht wird; macht man nun SY = der senkrechten Dachhöhe und zieht O'Y, so ist O'Y die Gradlänge über OS. Beschreibt man nun mit der Länge O'Y aus O einen Kreisbogen, sucht dann die Gradlänge über BC auf gleiche Weise aus dem Dreieck (Z'') und beschreibt mit B''Y den andern Kreisbogen aus B, so ist das Dreieck BAO die gefundene Walmfläche. Die entgegengesetzte JHG findet man eben so.

Anmerkung 8. Sollte man ein eben solches Dach wie in Anmerk. 7, nur mit einer Wiederkehr, zeichnen (Taf. 3 Fig. 60), so verfährt man ganz wie in Anmerk. 7. Es tritt nur hier der Fall ein, daß die Seitenfläche NKLP über eine andere fortfällt. Will man demnach das Modell wirklich aus Pappe schneiden, so muß man dieses Stück besonders aufzeichnen, ausschneiden und ansetzen.

Anmerkung 9. Ist ein Gebäude auf einem Giebel breiter als auf dem andern, wie Taf. 3 Fig. 61, so theilt man die schmalste Giebelseite in zwei gleiche Theile, AM = MB; durch den Mittelpunkt M zieht man MN parallel mit BX, so ist MN die Projectionslinie des Dachfirstes. Nun suche man die Sparrenlänge, indem man in dem Dreiecke (Z′) M′B′ = MB, B′H′ = der senkrechten Dachhöhe macht. Dann ist M′H′ die Sparrenlänge, diese setze man von B nach P und von X nach O und ziehe OP, so ist XOPB die eine Dachfläche. Um die Dachfläche auf der schiefen Seite zu bestimmen, zieht man aus M eine Normale auf VA und setzt die Sparrenlänge M′H′ aus A nach Y. Eben so wird eine Normale aus V auf VA gezogen und die Sparrenlänge VZ aus V nach Z gesetzt. Diese Sparrenlänge findet man folgendermaßen. Man macht in dem Dreiecke (Z″) V′N′ = VN als Grundlinie, X′N′ = der bestimmten senkrechten Dachhöhe und zieht V′X′, so ist dies die gesuchte Sparrenlänge.

Anmerkung 10. Nach den bisher angegebenen Verfahrungsarten wird man leicht die Modelle auch für verwickelte Dachformen herausfinden, da sich dieselben in ihren einzelnen Stücken immer auf einen der angeführten Fälle werden zurückführen lassen; eben so wird man nun auch im Stande sein, alle Arten halber Walme zu finden, was man zur Uebung thun kann.

§. 26.

Aufgabe. Es soll der Grundriß, Aufriß und Durchschnitt einer hölzernen Fachwand gezeichnet werden. (Taf. 3 Fig. 62.)

Auflösung. Denkt man sich, wie es in der Natur wirklich der Fall ist, die sämmtlichen Holzstücken, aus denen die Holzwand besteht, von gleicher Breite und Stärke, so sind sie sämmtlich prismatische Figuren, und es kommt demnach nur darauf an, diese Prismen je nach ihrer gegebenen Länge und ihrer Lage gegen und über einander nach dem verjüngten Maßstabe auf dem Papiere aufzutragen.

Das unterste Holz der Wand, die sogenannte Schwelle, ist ein wagerechtes Prisma, im Grund- und Aufriß mit AB bezeichnet.

Da es nun ein wagerechtes Prisma ist, so wird im Grundrisse die Projection seiner oberen Fläche ein längliches Viereck AB sein. (§. 15 Anmerk. 4.)

Aus demselben Grunde wird ihr Aufriß ebenfalls ein längliches Viereck A′B′ sein.

Die senkrechten Stiele CDEF im Grundrisse erscheinen im Grundrisse als Vierecke, die so groß sind, wie die obere oder untere Fläche der Prismen, die sie bilden. Die Stiele sind im Grundrisse durch CDEF bezeichnet. (§. 15 desgl.) Im Aufrisse erscheinen sie als längliche Vierecke (§. 15 desgl.) und sind mit C′D′E′F′ bezeichnet. Man erhält sie aus dem Grundrisse, wenn man die Seitenlinien der Stiele normal und beliebig lang über der Schwelle im Aufrisse in die Höhe zieht. Bestimmt man nun durch den verjüngten Maßstab die Höhe der Stiele, so hat man dieselben gefunden.

Quer über den Stielen, in gleicher Ebene mit der Schwelle liegt der sogenannte Rähm, im Aufrisse G′H′. Derselbe wird im Aufrisse ebenfalls als längliches Viereck erscheinen. Im Grundrisse würde derselbe unmittelbar über die Schwelle treffen und die Stiele verdecken. Man pflegt ihn daher im Grundrisse nur dann zu zeichnen, wenn (wie bei Balkenlagen) seine obere Ansicht sichtbar wird.

Es muß hier ein für allemal bemerkt werden, daß bei Bauzeichnungen viele solche Fälle vorkommen, wo die Projection eines Körpers die eines andern verdeckt; um nun die **wesentlichen** Projectionen sichtbar zu lassen (damit man sie messen kann), läßt man in allen diesen Fällen die **unwesentlichern** Projectionen fort, wie es z. B. hier mit dem Rähme im Grundrisse der Fall ist.

Man wird nun im Grundrisse bei J und K zwei schmale Vierecke bemerken, dies sind die Projectionen der Zapfenlöcher für die sogenannten Streben. Im Grundrisse werden diese Streben nicht weiter angedeutet. Im Aufrisse sind sie mit J′ und K′ bezeichnet. Ihre schräge Stellung erhält man, wenn man sie oben im Rähm und unten in der Schwelle um etwa 3—6 Zoll entfernt von den Stielen anfangen läßt.

Die Streben bilden zwei schräg gestellte Prismen, die mit ihren Zapfen (welche hier nicht sichtbar sind) in Schwelle und Rähm stehen und im Aufriß als längliche Vierecke erscheinen. Nun sind noch die Riegel L′M′N′O′P′ im Aufrisse zu sehen. Auch diese sind prismatische Hölzer von gleicher Stärke mit Schwellen und Stielen. Sie erscheinen deshalb im Aufrisse mit ihrer Seitenansicht, ebenfalls wie die übrigen Hölzer, als längliche Vierecke.

Im Grundrisse werden sie eben so wenig wie die Streben angegeben, da sie die Schwelle verdecken würden und diese als meßbarer Hauptheil mit den Stielen sichtbar bleiben muß.

Wir haben demnach bis jetzt den Grund- und Aufriß einer hölzernen Wand gefunden, wovon die Abmessungen der einzelnen Holzstücken, so wie ihre Stellung als vorausbestimmt angenommen war.

Nun soll der Durchschnitt dieser Wand bestimmt werden. Zu diesem Zwecke denke man sich sowohl durch den Aufriß als durch den Grundriß eine senkrechte Ebene gelegt, deren Durchschnittslinie hier durch die punktirte Linie QR angedeutet ist. Im Grundrisse wird der Durchschnitt der Schwelle als ein Rechteck erscheinen, dessen Seiten so groß als die Breite und Höhe der Schwelle sind.

Im Aufrisse wird der Durchschnitt der Wand so breit werden, wie die Stärke der Stiele ist. Man trage demnach die Stärke der Stiele (oder die Breite der Schwelle, was hier einerlei ist) bei A″ hin und ziehe zwei senkrechte Linien, welche so weit von einander abstehen, als die Breite der Schwelle beträgt, so hat man die Breite des Durchschnittes der Wand.

Wenn man nun im Aufrisse die Höhen der Schwelle, der Riegel und des Rähmes herüber punktirt, so findet man bei A″ die Schwelle im Durchschnitt, bei C″ den Riegel im Durchschnitt und bei B″ den Rähm im Durchschnitt. Die senkrechten Linien des Durchschnittes aber zeigen die Länge und Breite desselben an. (§. 7 und §. 14.)

Man kann zur Uebung den Grundriß schräg stellen und dann den Aufriß und Durchschnitt suchen; man wird alsdann nicht nur die Breiten, sondern auch die Stärken der Hölzer in ihrer senkrechten Projection sehen.