# Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

**Menzel, Karl Adolf**

**Leipzig, [1849]**

§. 33. Aufgabe. Es sollen an einem kreisrunden Thurme Thüre und Fenster in Grund- und Aufrisse gezeichnet werden (Taf. 3 Fig. 71.)

urn:nbn:de:hbz:466:1-66132

## §. 32.

Aufgabe. In einer halbkreisförmigen Nische (Taf. 3 Fig. 70) sollen Linien auf der gebogenen Fläche gezeichnet werden, welche vom untern Anfange der Krümmung bis zum Scheitel hinaufsteigen.

Auflösung. Es sei die Nische im Grundrisse gegeben, so zeichne man sich darüber den Aufriß und neben diesem den Durchschnitt wie in Fig. 70 angegeben. Um nun die gesuchten Linien zu finden, verfahre man folgendermaßen.

Es leuchtet ein, daß wenn man im Stande ist, eine dieser Linien zu finden, man sie alle finden kann, da sie alle einerlei Gesetz folgen. Zur Bequemlichkeit sind wieder die Buchstaben zur Bezeichnung der Punkte in den Zeichnungen gleichlautend angenommen worden.

Es soll nun zuvörderst die Linie **F S T U C** gefunden werden.

Man theile den Quadranten des Durchschnittes in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, **G″ J″**, **J″ K″**, **K″ L″**, **L″ M″**, und ziehe von diesen Punkten aus wagerechte Linien **R′ L′** 2c. durch die vordere Ansicht der Nische, so kann man sich diese Linien auch als die Projectionen von solchen Halbkreisebenen denken, welche die hohle Fläche der Nische nach den Richtungen **R′ L′**, **O′ K′** 2c. berühren. Oder, was dasselbe ist, man kann sich diese geraden Linien als die Projection derjenigen krummen Linien denken, welche wagerecht an der Krümmung der Nische hinlaufen.

Nimmt man nun im Aufrisse den Radius **V′ R′** und beschreibt damit im Grundrisse den Halbkreis **R U V L** aus dem Mittelpunkte C, so ist dieser Halbkreis die Projection der geraden Linie **R′ V′ L′** im Aufrisse.

Eben so findet man den Halbkreis **O T W K** im Grundrisse als Projection der geraden Linie **O′ K′** des Aufrisses.

Eben so den Halbkreis **P S Z J** als Projection der geraden Linie **P′ J′** des Aufrisses, und eben so ist endlich der Halbkreis **B F G H D** die Projection der Grundlinie **O′ N′** des Halbkreises im Aufrisse. Nun wird ferner jeder beliebige Punkt, welcher im Grundrisse, z. B. in dem Halbkreise **R U V L** liegt, im Aufrisse in die Linie **R′ L′** fallen. Es sei im Grundrisse der Punkt **U** im Halbkreise **R U V L** gegeben, man soll seine Projection im Aufrisse finden, so ziehe man die Normale **U U′**, so ist **U′** der gesuchte Punkt.

Eben so findet man die Projection des Punktes **T** in **T′**, des Punktes **S** in **S′**, des Punktes **F** in **F′**. Verbindet man nun die gefundenen Punkte im Aufrisse durch eine krumme Linie **F′ S′ T′ U′ M′**, so ist diese Linie die Projection der Linie **F S T U C** im Grundrisse.

Eben so wie man diese einzelne Linie gefunden hat, kann man jede beliebige andere finden. Die Linie **G Z W V C** im Grundrisse z. B. wird, wenn man sie im Aufrisse sucht, keine krumme, sondern eine senkrechte, gerade werden, da die Projectionspunkte, wenn man die Normalen von den einzelnen Punkten zieht, alle in einer senkrechten Linie zusammenfallen.

Eben so findet man die Projection der Linie **H C** des Grundrisses im Aufrisse als die krumme Linie **H′ M′**, welche mit der entgegengesetzt gekrümmten **F′ S′ T′ U′ M′** ganz gleich gekrümmt ist.

Je mehr Halbkreise man im Grundrisse annimmt und in je mehr Theile man folglich den Quadranten des Durchschnittes theilt, um so genauer findet man die gekrümmten Linien des Aufrisses.

Zur Uebung kann man den Grundriß schräg stellen und dann den Aufriß suchen.



## §. 33.

Aufgabe. Es sollen an einem kreisrunden Thurme Thüre und Fenster im Grund- und Aufrisse gezeichnet werden. (Taf. 3 Fig. 71.)

Auflösung. Wenn der Thurm kreisrund ist und senkrecht in der wagerechten Ebene steht, so wird sein Grundriß aus zwei concentrischen Kreisen bestehen, deren Abstand von einander die Stärke der Thurmmauer anzeigt.

Es sei diese Thurmmauer im Grundrisse zur Hälfte gezeichnet.

Der Radius **C A** sei die Mittellinie der Thüre, die Radien **C B** und **C D** seien die Mittellinien der Fenster. Thüren und Fenster sollen mit halbkreisförmigen Bögen zugewölbt sein und man soll diese Wölbungen im Aufrisse suchen. Betrachtet man das Fenster, wozu der Radius **C D** die Mittellinie bildet, im Grundrisse, so ist seine äußere Umrißlinie eine gebogene. Diese Umrißlinie ist aber zugleich der Durchmesser des Halbkreises, welcher die Wölbung des Fenstersturzes ausmachen soll; es wird also der Halbkreis eine doppelt gekrümmte Linie sein, einmal hat er die Krümmung des Halbkreises selbst, dann aber auch noch die Krümmung der äußeren Umrißlinie des Thurmes.

Um nun die Projection davon zu finden zeichne man sich auf die Linie **a b** die Aufwickelung der äußeren Fensterbreite (§. 23 Anmerk. 4), so ist diese der Durchmesser der darüber beschriebenen Halbkreisöffnung. Zieht man in diesem Halbkreise mehrere normale Linien vom Durchmesser bis zum Umkreise und in gleich weiten Abständen vom Mittelpunkte, so erhält man am Umkreise des Halbkreises mehrere bestimmte Höhenpunkte desselben.

Setzt man nun diesen Halbkreis über **a b** im Aufrisse auf diejenige Linie **g a b**, welche die Grundlinie für die Anfänge der Halbkreisbögen ist, und zieht von den Höhenpunkten des Halbkreises wagerechte Linien herüber, so werden durch dieselben die Höhenpunkte für die Projection der Fensterwölbung bestimmt.

Nun ziehe man aus dem Grundrisse die Normalen von dem Eck- und Mittelpunkte der äußeren Fensteröffnung hinauf, so erhält man die Breite der Projection der Wölbung und ihre höchste Höhe. Um nun auch die andern Höhenpunkte zu finden, theile man in der Grundrißlinie von deren Mittelpunkte rechts und links die Oeffnungslinie in eben so viele gleiche Theile, als den Durchmesser **a b** des Halbkreises (hier in zwei). Nun ziehe man von diesen Theilpunkten normale Linien bis in den Aufriß hinauf, wo sie die wagerechten, vom Halbkreise aus gezogenen Linien treffen werden, dort sind die Projectionspunkte des Gewölbebogens. Je mehr Höhenpunkte man im Umrisse des Halbkreises annehmen wird, um so genauer findet man die Wölbungslinie.

Eben so wie man den vordersten Halbkreis gefunden hat, eben so findet man den zweiten dahinter liegenden; eben so auch den dritten, der die innere Kreislinie des Grundrisses überwölbt, nur mit dem Unterschiede, daß für diese Wölbung eine besondere Aufwickelung und ein besonderer Halbkreis gesucht werden muß, da die Wölbung breiter und höher wird.

So wie man nun eine dieser Gewölbeprojectionen gefunden hat, findet man nach und nach alle. Diejenigen Projectionen, welche von der Mittellinie gleich weit abstehen, sind einander gleich, wie hier die Fenster, und wenn man eine dieser Projectionen gefunden hat, kann man die andere darnach copiren, ohne sie erst zu suchen.

## §. 34.

Aufgabe. Es sollen zwei in einander steckende Cylinder gezeichnet werden. (Taf. 4 Fig. 72.)

Auflösung. Es stecke der kleine Cylinder A B D C so in dem größern, daß die Achsen derselben normal auf einander stehen und zugleich in einer wagerechten Ebene liegen, so wird, wenn der große Cylinder mit seiner Achse normal gegen die senkrechte Ebene steht, die Achse des kleineren Cylinders parallel mit der senkrechten Ebene liegen, wie die Zeichnung des Aufrisses zeigt.

Setzt man nun neben den Aufriß die Durchschnittsfläche als Kreis und theilt den Quadranten g h desselben in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, so erhält man verschiedene Höhenpunkte dieses Quadranten; zieht man von diesen aus wagerechte Linien nach dem großen Cylinder hinüber (wie in der Zeichnung angegeben), so erhält man auf dem großen Cylinder diejenigen Punkte, wo die Höhenpunkte des kleinen Cylinders in dem großen Cylinder einschneiden.

Zieht man nun von diesen Einschneidungspunkten lothrechte Linien bis zur Achse des kleinen Cylinders im Grundrisse, so erhält man diejenigen Linien, in welchen die Einschnittspunkte des kleinen Cylinders in den großen liegen müssen.

Man hat z. B. aus dem kleinen Kreise den obersten Punkt h nach A′ hin angeschnitten, so wird h im Grundrisse derjenige Punkt sein, wo der kleine Cylinder am tiefsten in den großen einschneidet. Nun trage man auf der Linie C A des Grundrisses die Stücken c d, d e, e f auf, welche eben so groß sind als die Stücken c d, d e, e f auf dem Radius c g des kleinen Kreises neben dem Aufrisse, alsdann ziehe man aus den Punkten des Grundrisses c d e f wagerechte Linien, bis sie die von oben herabkommenden senkrechten Linien treffen, und bezeichne die erhaltenen Durchschnittspunkte. Ist dies geschehen, so verbinde man aus freier Hand diese verschiedenen Durchschnittspunkte durch die Linie A h, so wird man den einen sichtbaren Quadranten gefunden haben, womit der kleine Cylinder in den großen einschneidet. Die andere Hälfte h C im Grundrisse wird ganz eben so gefunden, und man braucht die gefundene Linie A h im Grundrisse nur von h nach C hinzutragen, so ist die ganze Aufgabe gelöst.

Anmerkung 1. Haben beide Cylinder gleichgroße Querdurchmesser und stecken in gleicher Art, wie vorhin, in einander, daß ihre Achsen normal auf einander stehen, so wird der Punkt h bis in die Mitte des großen Cylinderkreises rücken und die Linien A h, h C im Grundrisse werden gerade Linien.

Zur Uebung kann man die Achsen der Cylinder schräg stellen, wodurch die Aufgabe schon ziemlich verwickelt wird.

Anmerkung 2. (Taf. 4 Fig. 73.) Stände der große Cylinder senkrecht und der kleinere durchschnitte ihn normal, so würde A′ der große, B′ der kleinere in der vorderen Ansicht sein, und A der große, B der kleinere Cylinder im Grundrisse.

Man muß hierbei bemerken, daß die Projection des kleinen Cylinders auf dem großen im Aufrisse zwar als Kreis erscheint, die Figur aber, welche durch die Berührungspunkte des kleinen Cylinders auf dem großen gebildet wird, ist durchaus kein Kreis, sondern eine ganz andere Linie.

Dies Ineinandergreifen von Cylindern kommt namentlich bei Röhrenwerken der Maschinen sehr häufig vor.

Anmerkung 3. Betrachtet man den Grundriß (Taf. 4 Fig. 72) und denkt sich den großen Cylinder (anstatt daß er hier wagerecht liegt) senkrecht stehend und den kleineren wagerecht darin eingreifend, so wird man die Eingriffslinie A h C des kleinen Cylinders in den großen eben so finden, wie vorhin gezeigt wurde.

## §. 35.

Aufgabe. Es sei durch einen Kegel (Taf. 4 Fig. 74) eine Ebene A′C′ so gelegt, daß sie mit der einen Seite des Kegels (hier D′B′) parallel liegt und die Grundfläche schneidet, man soll im Grundrisse diejenige Linie bestimmen, welche auf der Oberfläche des Kegels durch den Schnitt der Ebene entsteht.

Auflösung. Man theile die Linie C′A′ des Aufrisses, welche die Durchschnittslinie der durch den Kegel gelegten Ebene ist, in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, C′a′ = a′b′, = b′d′, = d′A′. Es ist hier aber die Entfernung d′A′ noch einmal halbirt in e′, um einen Theilpunkt mehr zu haben, welcher, wie man weiter unten sehen wird, die Auffindung der gesuchten Linie erleichtert. Die Punkte a′ b′ d′ e′ in der Linie C′A′ sind alle Mittelpunkte von wagerechten Linien, welche man sich in der durch den Kegel gelegten Ebene A′C′ gezogen denken kann. Denkt man sich ferner diese wagerechten Linien so weit nach beiden Seiten verlängert, bis sie den Mantel des Kegels treffen, so hat man nur diese sämmtlichen Durchschnittspunkte aufzusuchen, um die zu suchende Linie im Grundrisse zu bestimmen.

Nimmt man z. B. in der Linie A′C′ den Punkt a′ an und zieht die Wagerechte K′a′o′, so wird der Punkt o′ den Abstand von a′ bezeichnen, wenn man die Länge a′o′ durch den Punkt a′ normal auf C′A′ nach beiden Seiten so weit verlängert denkt, bis diese Linie den Mantel des Kegels auf beiden Seiten schneidet. Beschreibt man nun mit dem Radius K′O′ = C′O′ im Grundrisse den Kreis P O Q, so wird in diesem Kreisbogen die Projection desjenigen Punktes liegen, wo die durch a′ gezogene Wagerechte den Mantel des Kegels schneidet. (Vergleiche §. 18, besonders Anmerk. 1.)

Fällt man aus a′ die Normale $a' a^2 a^3$, so sind die beiden Punkte $a^2$ und $a^3$ die gesuchten im Grundrisse. Eben so findet man durch die Normale $b' b^2 b^3$ die beiden Punkte $b^2 b^3$ im Grundrisse.

Ferner durch die Normale $d' d^2 d^3$ die Punkte $d^2 d^3$; sodann durch die Normale $e' e^2 e^3$ die Punkte $e^2 e^3$, und endlich liegt der Punkt A′ im Grundrisse in A. Zieht man nun aus freier Hand im Grundrisse die Linie $P\, a^2 \ldots A\, e^3 \ldots Q$, so hat man die gesuchte Linie gefunden.

Es braucht wohl nicht erst erinnert zu werden, daß man eben so, wie man für den Punkt a′ den Kreis C O gefunden hat, man für den Punkt b′ des Aufrisses den Kreis C N u. s. w. zieht, um die Lage der Durchschnittspunkte an dem Mantel des Kreises zu bestimmen. Eben so ist einleuchtend, daß, je mehr man Punkte im Aufrisse in der Linie C′A′ annimmt, man auch mehr Kreise im Grundrisse und demnach mehr Bestimmungspunkte er-