



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 36. Aufgabe. In einer halbkugelförmigen Kuppel sollen sogenannte Casseturen gezeichnet werden.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-66132](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-66132)

hält, wodurch die Linie PAQ im Grundrisse immer genauer gefunden werden kann.

Anmerkung 1. Nachdem man nun die gesuchte Linie im Grundrisse gefunden hat, soll man die ganze Durchschnittsebene, wovon $C'A'$ die Mittellinie ist, im Aufrisse zeichnen, und zwar so, daß die ganze Ebene senkrecht steht (Taf. 4 Fig. 75). Zu diesem Zwecke trage man aus Fig. 74 den Radius $C'E'$ nach Fig. 75 von C'' nach E'' und von C'' nach D'' , so ist $D''E''$ die Grundlinie der Ebene, und weil die durch den Regel gelegte Ebene unten bis an die Mittellinie des Kreises reicht, so ist in diesem Falle in Fig. 75 $D''E''$ gleich dem Durchmesser des Grundkreises des Kegels.

Setzt man dann, Fig. 75, in C'' die Normale $C''A''$ beliebig lang auf, so ist diese die Mittellinie der Durchschnittsebene.

Nimmt man dann aus Fig. 74 mit dem Zirkel die Länge der Linie $C'A'$ im Aufrisse und trägt sie in Fig. 75 von C'' nach A'' , so ist A'' der höchste Punkt der Durchschnittsebene.

Man hat demnach bis jetzt die Breite und Höhe der Durchschnittsebene bestimmt.

Um nun die übrigen Punkte zu finden, verfähre man wie folgt.

Man trage aus Fig. 74 die Punkte $a'b'd'e'$ auf der Linie $C'A'$ nach Fig. 75 von C'' aus nach $a''b''d''e''$. Durch diese Punkte ziehe man parallele Linien mit $D''E''$ beliebig lang.

Nun nehme man im Grundrisse Fig. 74 die Linie aa^2 und trage sie in Fig. 75 von a'' aus nach beiden Seiten auf die wagerechte Linie auf, so sind die Durchschnittspunkte die gesuchten.

Eben so trage man aus dem Grundrisse die Länge bb^2 nach Fig. 75 von b'' aus nach beiden Seiten und bemerke die Durchschnittspunkte.

Eben so trage man aus dem Grundrisse die Länge dd^2 nach Fig. 75 von d'' aus nach beiden Seiten und bemerke die Durchschnittspunkte.

Zuletzt trage man noch aus dem Grundrisse die Länge ee^2 in Fig. 75 von e'' nach beiden Seiten und bemerke die Durchschnittspunkte.

Verbindet man nun alle diese in Fig. 75 gefundenen Durchschnittspunkte durch eine krumme Linie, so hat man in der Ebene $D''A''E''$ diejenige Ebene gefunden, welche die Durchschnittsebene des Kegels im Aufrisse Fig. 74 war.

Man nennt die krumme Begrenzungslinie, welche auf die in der gegebenen Aufgabe §. 35 erwähnte Art entsteht, eine Parabel und die ganze Fläche eine parabolische Ebene.

Anmerkung 2. Man kann aber jede parabolische Linie, deren Breite und Höhe gegeben ist, auch noch auf eine andere leichtere Art finden, was namentlich in der Praxis bei Zeichnung von Leerbogen parabolischer Gewölbekurven sehr bequem ist.

Es sei (Taf. 4 Fig. 75) $D''E''$ die Grundlinie der parabolischen Ebene gegeben, eben so $C''A''$ die Höhe derselben, man soll die parabolische Umrißlinie finden.

Zu diesem Zwecke verlängere man $C''A''$ willkürlich und setze die Entfernung $C''A''$ noch einmal von A'' nach (8), so daß $C''(8)$ doppelt so lang wird wie $C''A''$ war.

Nun ziehe man $D''(8)$ und $E''(8)$, theile diese beiden Linien in eine beliebige Anzahl gleicher Theile 1, 2, 3, ... Eine Theilung von 8 oder 16 Theilen ist bequem, weil man nur zu halbiren braucht.

Dann bezeichne man die Theilpunkte, wie in der Zeichnung

angegeben, auf beiden Seiten verschieden. Ist dies geschehen, so ziehe man Linien von 1 nach 1, von 2 nach 2, von 3 nach 3, ... Wo diese Linien sich durchschneiden, bemerke man die Durchschnittspunkte und verbinde diese durch eine krumme Linie aus freier Hand, so ist diese die gesuchte Parabel. Man wird finden, daß die auf die zuletzt angegebene Art gefundene Linie ganz mit der zusammenfällt, welche man vorhin (Anmerk. 1) auf ganz andere Art gefunden hat.

§. 36.

Aufgabe. In einer halbkugelförmigen Kuppel sollen sogenannte Cassetturen gezeichnet werden.

Auflösung. Es sei Taf. 4 Fig. 76 im Aufrisse und Grundrisse die Hälfte einer solchen Kuppel gegeben. Die Cassetturen (Vertiefungen im Gewölbe) seien ebenfalls im Durchschnitte des Gewölbes eingezeichnet, wie im Aufrisse auf der linken Seite zu sehen, so findet man diese Cassetturen auf der gekrümmten Fläche sowohl im Aufrisse als im Grundrisse, wenn man folgendes Verfahren beobachtet.

Zuerst theile man sich im Grundrisse die sämtlichen Mittellinien der Vertiefungen ein. Beiläufig gesagt nimmt man eines guten Verhältnisses wegen mindestens 16 und höchstens 20 Vertiefungen in einer Reihe rings herum an. Ferner sind in dem vorliegenden Beispiele zwar alle Vertiefungen von gleicher Höhe angenommen, um die Zeichnung deutlicher erscheinen zu lassen; dies thut man aber in der Ausführung nicht, dann werden die Höhen der Cassetten nach oben immer kleiner, und zwar so, daß man sie in jeder Reihe so hoch wie breit macht. Sind nun die Mittellinien eingetheilt, so kann man dieselben leicht finden. Im Grundrisse zieht man nur von dem Theilpunkte am Umkreise Radien bis nach dem Mittelpunkte C ; wie der Radius AC , so sind diese Radien die Projectionen der in der hohlen Wölbung des Aufresses laufenden Linien. (§. 32.)

Ferner ziehe man im Aufrisse aus allen Eckpunkten der Vertiefungen, wie sie in der Gewölbstärke links eingezeichnet sind, wagerechte Linien durch die Breite der Kuppel, so hat man durch diese wagerechten Linien die Projectionen von eben so vielen wagerechten Kreislinien erhalten, welche ebenfalls wagerecht an der Krümmungsfläche herumlaufen. Es seien dies im Aufrisse die am mittleren Radius mit 1, 2, 3, 4, ... bezeichneten Linien.

Zieht man nun auch von den Eckpunkten der Cassetturen in der Gewölbstärke normale Linien nach dem Durchmesser des Grundrisse herunter, so hat man diejenigen Punkte im Grundrisse erhalten, welche die Projectionen der Cassettenbreiten angeben. Zieht man nun aus allen diesen Punkten concentrische Kreise 1, 2, 3, 4, ..., so liegen zwischen diesen Kreisen sowohl die Breiten der Cassetten als der Stege.

Will man nun die einzelnen Umrisse der Zeichnung bestimmen, so verfährt man bei allen Linien, wie wir es jetzt gleich für die einzelne Linie AC im Grund- und Aufrisse zeigen werden.

Der Punkt A am innern Umkreise der Kuppel liegt im Aufrisse in einer Kreisebene, welche die Projection des Umkreises ist, also im untern Durchmesser der Halbkugel bei A' .

Aus denselben Gründen liegt der Punkt B der Linie AC im Grundrisse in der wagerechten Linie B des Aufresses, der Punkt 5 des Grundrisse in 5 des Aufresses, der Punkt 4 des Grund-

risses in 4 des Aufrisses u. s. w. bis zum Punkte C hinauf. Hat man nun eine solche Linie gefunden, so ist man auch im Stande, alle Linien eine nach der andern auf gleiche Weise zu finden.

Nachdem man sich nunmehr von den Mittellinien aus die Breite der Cassetten und der neben ihnen befindlichen Steege am Umkreise des Grundrisses eingetheilt hat, zieht man von diesen Theilpunkten Radien nach dem Mittelpunkte C, wodurch sowohl die Breiten der Cassetten als der Steege bestimmt werden. Durch die im Grundrisse gezogenen concentrischen Kreise werden nun die Höhen der Cassetten bestimmt. Will man nun die einzelnen Cassetten im Aufrisse finden, so braucht man nur aus dem Grundrisse die Eckpunkte jeder einzelnen Cassettenreihe in diejenigen wagerechten Linien des Aufrisses zu tragen, welche mit den Kreisen des Grundrisses übereinstimmen.

Es liegt z. B. die Cassettenreihe, welche im Grundrisse sich zwischen den Kreisen 3 und 4 befindet, im Aufrisse zwischen den wagerechten Linien 3 und 4 u. s. w.

Es bilden aber die Cassetten nicht blos Flächen, sondern sie haben eine bestimmte Tiefe, wie aus den Cassetten hervorgeht, deren Durchschnitt in der Gewölbstärke eingezeichnet ist. Um nun diese Vertiefungen zu finden, braucht man sich blos eine zweite Halbkugel mit der ersteren concentrisch zu denken und für

diese ebenfalls die Vertiefungspunkte der Cassetten eben so zu suchen, wie man es bei der ersten Halbkugelfläche gethan. Man wolle z. B. die Vertiefung der Cassette bei B im Grundrisse und B' im Aufrisse finden.

Im Grundrisse ziehe man von den beiden Vertiefungspunkten Radien nach C, so geben diese die nach oben abnehmende Breite für alle Cassetten der Höhe nach an, also auch für B.

Will man nun die obere und untere Ansicht der Vertiefung in B haben, so ziehe man im Aufrisse in der mittelsten Cassettenreihe, worin B' liegt, vom Durchschnitte aus wagerechte Linien **FD**, **GE**. Diese geben die Höhenansichten der Vertiefung.

Sucht man nun noch aus dem Grundrisse herauf die Linien in B', welche die Breiten der Ansichten bestimmen, so findet man nach und nach den ganzen Umriß einer einzelnen Cassetur.

Wie man eine gefunden hat, so findet man auf demselben Wege nach und nach alle, und bei weiterem Verfolg sieht man zugleich, daß sich das Aufsuchen ungemein vereinfacht, da die Radien und Kreise im Grundrisse immer die Breiten und Höhen bestimmen, so wie die wagerechten Linien im Aufrisse ebenfalls alle Höhen angeben und man demnach überhaupt nur die geklammerten Linien des Aufrisses eine nach der andern aus dem Grundrisse zu suchen braucht.