Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

A. Construction der Schatten.

urn:nbn:de:hbz:466:1-66132

Zweite Abtheilung.

A. Construction der Schatten.

§. 1.

Einleitung.

Wird ein Körper von der Sonne oder irgend einem andern Lichte beleuchtet, so zeigt er auf seinen Flächen sehr verschiedene Grade der Helligkeit und Dunkelheit, je nachdem diese Flächen dem Lichte mehr zugekehrt oder davon abgewendet sind. Diese Verschiedenheit von hell und dunkel nennt man die Beleuchtung des Körpers.

Wo das Licht am hellsten auf den Körper scheint nennt man die Beleuchtung volles Licht.

Wo die Flächen weniger beleuchtet sind nennt man die Beleuchtung halbes Licht.

Wo kein Lichtstrahl die Fläche unmittelbar treffen kann, da ist der Körper im Halbschatten.

Jeder beleuchtete Körper wirft einen Schatten hinter sich auf die dem ihn beleuchtenden Körper entgegengesetzte Seite, und dieser Schatten heißt der Schlagschatten.

Die **Auffindung dieser Schlagschatten** ist diejenige Aufgabe, welche wir im Verfolg zu lösen haben.

Steht ein beleuchteter Körper gegen eine helle Fläche angelehnt (z. B. gegen eine helle Mauer), so werden die von dieser hellen Fläche zurückspringenden Lichtstrahlen die Schattenseite (besonders abgerundeter Körper) einigermaßen erhellen, und diese Erhellung nennt man den Reflex.

Zwischen dem Reflex und dem Halbschatten entsteht bei runden Körpern ein dunkler als der Reflex erscheinender Schattenstreifen, welcher der Mittelschatten heißt.

Legt oder stellt man z. B. einen Cylinder auf oder gegen ein hell beleuchtetes Papier, so wird auf der Schattenseite desselben der Reflex an der Stelle erscheinen, welche dem beleuchteten Papiere am nächsten ist, und unmittelbar an diesen Reflex wird sich der Mittelschatten als dunklerer Streif anschließen. Ist der beleuchtende Körper viel größer, als der beleuchtete, und weit entfernt, so kann man annehmen, daß die Lichtstrahlen parallel auf den beleuchteten Körper fallen. Dieser Fall tritt bei dem Sonnenlichte ein, denn die Sonne ist viele Millionen Male größer als die Erde selbst, und folglich auch als jeder von ihr auf der Erde beleuchtete Körper.

Die Sonnenstrahlen also, welche einen Körper beleuchten, sind unter sich als parallel anzunehmen.

Ist der beleuchtende Körper kleiner als der beleuchtete, wie es bei Kerzen, Lampen oder Fackellichte der Fall ist, so sind die Lichtstrahlen nicht als parallel anzunehmen, sondern als nach hinten zu aus einander weichend (divergirend). Wenn man z. B. einen dünnen Stab von einem Kerzenlichte beleuchten und den Schlagschatten gegen eine Wand fallen läßt, so wird der Schlagschatten des Stabes länger und breiter, als der Stab selbst erscheinen, ein Beweis, daß die ihn beleuchtenden Lichtstrahlen aus einander weichen, denn wenn sie parallel wären, würde der Schlagschatten des Stabes eben so lang und eben so dick als der Stab selbst erscheinen.

Für die hier folgenden Schattenconstructionen wird für die Beleuchtung der Körper immer das Sonnenlicht angenommen. Die Lichtstrahlen sind demnach bei allen anzuführenden Beispielen als unter sich parallel zu betrachten.

Das Aufsuchen der Schatten wird in den folgenden Beispielen ausschließlich für in geometrischer Projection gezeichnete Körper stattfinden, da die Auffindung der Schatten an perspectivisch gezeichneten Körpern erst in der dritten Abtheilung gelehrt werden wird.

Um die im Verfolg angegebenen Aufgaben und Lehren verstehen zu können, ist es durchaus nothwendig, sich erst mit der in der ersten Abtheilung dieses Werkes befindlichen Projectionslehre **genau** und **vollständig** bekannt gemacht zu haben, weil außerdem die Schattenconstructionslehre für jeden unverständlich ist.

Man kann sich jeden Lichtstrahl, welcher von einem leuchtenden Körper ausgeht, als gerade Linie denken, und unter dieser Gestalt werden die Lichtstrahlen auch bei den folgenden Aufgaben immer gedacht und gezeichnet werden.

Eben so wird es sich zeigen, daß der Schlagschatten, welchen ein Körper wirft, immer als eine bestimmt begrenzte meßbare Fläche erscheint.

Anmerkung. Wenn im Verfolg der vorliegenden zweiten Abtheilung Paragraphen (§§.) genannt werden (z. B. §. 1), so beziehen sich diese §§. nur auf die zweite Abtheilung. Sollten §§. aus der ersten Abtheilung vorkommen, so wird „I. Abtheilung" dabei stehen. (Z. B. §. 3 rc. I. Abthl.)

§. 2.

Aufgabe. Es soll der Schlagschatten (Schatten) eines Stabes gefunden werden, welcher senkrecht in einer wagerechten Ebene steht.

Auflösung. Es stehe (Taf. 5 Fig. 1) der Stab A B senkrecht in der wagerechten Ebene b c d b' c' d'. Die Sonne stehe bei a so, daß sie unter einem Winkel von 45 Grad gegen den Stab scheine, so wird der Lichtstrahl a B a', welchen man sich von der Sonne aus über den Stab hinweg bis zur wagerechten Ebene gezogen denkt, einen Winkel von 45 Grad mit der wagerechten Ebene machen.

Es wird nun die Linie B a' die Diagonale eines Quadrats sein, von welchem der Stab B A eine Seite ist (denn bekanntlich bildet die Diagonale eines Quadrats immer einen Winkel von 45 Grad mit den Seiten des Quadrats).

Ist nun aber die Linie A B die eine Seite eines Quadrats und B a' die Diagonale desselben, so ist die Linie A a' ebenfalls eine Seite des Quadrats, und folglich die Linie A a' = A B. Die Linie A a' aber zeigt zugleich die Länge des Schlagschattens an, welchen der Stab A B hinter sich in die wagerechte Ebene wirft, und es folgt hieraus ein für allemal der Satz:

Wenn die Sonne unter einem Winkel von 45 Grad über einem Stabe (einer Linie) steht, so wird der Schatten, welchen dieser Stab (diese Linie) in die wagerechte Ebene wirft, **eben so lang** wie der gegebene Stab (die gegebene Linie) selbst.

Wegen der Bequemlichkeit, welche aus dieser Folgerung für das Auffinden der Schatten bei in geometrischer Projection gezeichneten Körpern entsteht, nimmt man ein für allemal an, daß die Sonne **immer** unter einem Winkel von 45 Grad auf die von ihr beleuchteten Körper herab scheine. Es folgt ferner:

Denkt man sich die Sonne in der Höhe des Grundpunktes des Stabes und die Sonnenstrahlen (wie immer) unter sich parallel, so werden sie in diesem Falle parallel mit der wagerechten Linie laufen, und folglich würde der Schatten des Stabes unendlich lang sein. Denkt man sich die Sonne senkrecht über dem Stabe stehend und ihre Strahlen senkrecht und parallel herunter gezogen, so würde der Stab gar keinen sichtbaren Schatten werfen, denn derselbe würde unter die Grundfläche desselben fallen.

Es folgt ferner, daß man sich außerdem die Sonne unter jedem beliebigen Winkel über dem Stabe stehend denken kann, und daß alsdann der Schatten immer um so länger werden wird, je niedriger die Sonne steht, und um so kürzer, je höher die Sonne steigt; und daß in diesen Fällen der Schatten des Stabes länger und kürzer als der Stab selbst sich zeigen werde, wenn aber die Sonne unter 45 Grad über dem Stabe steht, wird, wie bereits oben erwähnt, der Schatten genau so lang wie der Stab selbst sein.

Auf einer senkrechten Ebene würde man den Stand der Sonne bei a zeichnen können, wenn ihre senkrechte Projection in c auf der Linie c a' fiele.

Dächte man sich aber die Stellung der Sonne in der Höhe so, daß ihre senkrechte Projection in der senkrechten Ebene nicht nach c, sondern nach b oder d fiele, so würde man in der senkrechten Ebene (auf dem Papiere) die Sonne selbst nicht zeichnen können, da sie außerhalb derselben zu stehen käme.

Wohl aber könnte man in der wagerechten Ebene durch die Punkte b c d die Standpunkte der Sonne oberhalb angeben, wenn man die Punkte b c d als die Projectionspunkte der senkrecht darüber stehenden Sonne betrachtet. Denkt man sich nun die Linien b A, c A, d A gezogen, so zeigen sie die Richtung an, unter welcher die Sonne gegen den Stab scheint. Zugleich aber sind sie die wagerechten Projectionen der Neigungswinkel,

unter welchem die Sonne von oben herab gegen den Stab scheint.

Ist nun dieser Neigungswinkel 45 Grad und man verlängert die Richtungslinie d A und macht A d' = A B, so ist A d' die Länge des Stabschattens für den Standpunkt der Sonne bei d. Eben so A b' die Länge des Schattens für den Standpunkt der Sonne bei b, und eben so, wie schon vorhin gezeigt wurde, A a' die Länge des Schattens für den Standpunkt der Sonne bei c, welcher Punkt c die Projection des Sonnenstandes bei a ist. Aus alle dem geht hervor, daß man sich den Stand der Sonne (unter einem Höhenwinkel von 45 Grad) um den Stab herum denken kann wo man will, und daß die Richtungslinien b A, c A, d A im Grundriß zugleich die wagerechten Projectionen des Neigungswinkels der Sonnenstrahlen sind.

Der Bequemlichkeit wegen (weil es ebenfalls die Auffindung der Schatten erleichtert) nimmt man immer die Richtungslinie des Sonnenstandes so gegen den beleuchteten Gegenstand (hier der Stab) an, daß die Richtungslinie der Sonne d A auch im Grundrisse einen Winkel von 45 Grad macht. Es fallen also die Lichtstrahlen unter einem Winkel von 45 Grad von oben herunter ein, und **zugleich** bildet die Richtungslinie d A **immer** einen Winkel von 45 Grad mit dem beleuchteten Gegenstande. Eben so nimmt man den Stand der Sonne immer so an, daß die Lichtstrahlen von der Linken zur Rechten hin einfallen, obgleich man auch die Lichtstrahlen von der Rechten zur Linken einfallend annehmen könnte, was ganz gleich wäre. Alsdann würde die Sonne rechts vom beleuchteten Gegenstande (hier bei b') stehen.

Es ist durchaus nothwendig, sich diesen und die beiden folgenden Paragraphen ganz deutlich zu machen, da wir im Verfolg stets darauf werden verweisen müssen, indem sie die Grundbegriffe für alle möglichen Schattenconstructionen enthalten und wir in vielen Fällen, der Kürze wegen, nicht erst darauf verweisen werden, sondern sie späterhin, größtentheils als bekannt voraussetzen wollen.

§. 3.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines Prisma im Grundriß gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 2.)

Auflösung. Es sei A B C D der Grundriß eines rechteckigen Prisma, und die Papierfläche um dasselbe herum sei die wagerechte Ebene. Die Höhe des Prisma soll eben so hoch gedacht werden, als die Länge des Stabes A B nebenbei in Fig. 1 angenommen war; so ist also die Größe des Prisma A B C D genau bestimmt, und es soll nun dessen Schlagschatten für zwei verschiedene Sonnenstände gefunden werden. Denke man sich zuvörderst die Sonne so über der wagerechten Ebene stehend, daß ihre Projection nach a fällt und die Sonnenstrahlen im Grundrisse parallel mit den Seiten des Quadrats A B und D C gehen, so werden sie hinter dem Körper verlängert in der Richtung B a' und C a² fallen. Nun stehe die Sonne über ihrem Projectionspunkte bei a so hoch, daß sie unter einem Winkel von 45 Grad über das Prisma hinweg scheine, so wird sich unter dieser Voraussetzung die Länge der Schattenstrahlen B a' und C a² bestimmen lassen.

Die vier Höhenkanten über den Punkten A B C D des Prisma sind nämlich so hoch angenommen, als in Fig. 1 der Stab A B.

Es wird aber nach §. 1 der Schatten einer Linie (eines Stabes) so lang wie die Linie selbst, wenn die Sonne unter einem Höhenwinkel von 45 Grad über die Linie hinweg scheint; dies ist hier angenommen, und folglich werden die Schattenlinien B a' und $C a^2$ so lang wie die Kanten des Prisma hoch sind, das heißt so lang, wie der Stab A B in Fig. 1. Verbindet man nun noch die Schattenpunkte a' und a^2, so ist das Rechteck $B a' a^2 C$ der Schlagschatten des Prisma, wovon das Quadrat A B C D den Grundriß darstellt.

Da die Sonnenstrahlen von a aus parallel mit A B und C D gehen, so streifen sie an den Seitenflächen hin, so daß diese keinen Schatten werfen, sondern nur die Höhenkanten, deren Grundpunkte B und C sind, werfen den Schatten hinter sich, so wie die oberhalb B C befindliche Querkante, deren Schatten die Linie $a' a^2$ begrenzt.

Wir haben aber in §. 1 angenommen, daß die Stellung der Sonne gegen die Körper, zu denen wir die Schatten suchen wollen, immer unter einer Richtungslinie von 45 Grad, sowohl von oben herab, als auch in der Richtungslinie des Grundrisses statt finden soll, wir nehmen daher jetzt an, daß die Projection der Sonne bei b erscheine und die Richtungslinie der Sonnenstrahlen in der Linie $b D B b^2$ liege (also in der Diagonale des Grundrisses), oder, was dasselbe ist, unter einer Richtung von 45 Grad gegen den Grundriß des Körpers.

Mit der Richtungslinie der Sonnenstrahlen $b D B b^2$ gehen die Strahlen A b' und $C b^3$ parallel (§. 2), und es wird also durch sie die Breite des ganzen Schlagschattens bestimmt.

Nimmt man die Höhe des Prisma wie vorhin an, so wird die Schattenlinie $B b^2$ so lang, wie die Höhenkante über dem Punkte B werden, oder so lang, wie B a' und $C a^2$ waren.

Eben so lang werden die Schattenlinien A b' und $C b^3$ werden.

Zieht man nun $b' b^2$ und $b^2 b^3$, so sind diese beiden Linien die Schattenbegrenzungen für die über A B und B C oberhalb befindlichen Kanten des Prisma, wodurch der ganze Schatten des gegebenen Körpers begrenzt wird. Man sieht aus diesen beiden Beispielen, daß die Schlagschatten, je nach dem verschiedenen Stande der Sonne, auch eine verschiedene Gestalt annehmen würden.

§. 4.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines prismatischen Körpers im Grund- und Aufrisse gefunden werden, wenn der Körper an eine senkrechte Wand angelehnt steht. (Taf. 5 Fig. 3.)

Auflösung. Es sei E C D F der Grundriß des Prisma, welcher an einer Wand steht, deren Verlängerung in der Linie E F liegt.

Es sei ferner, oben über dem Grundrisse, das Rechteck A B D C der Aufriß des gegebenen Prisma, so findet man die Schatten im Grund- und Aufrisse wie folgt. Die Linie D D' im Grundrisse giebt die Projection der Richtungslinie des Sonnenstandes an. Es fallen demnach mit ihr parallel alle Sonnenstrahlen auf den Körper.

Denkt man sich eine beliebige Menge solcher Parallelen mit D D' auf die Linien E C und C D gezogen, so werden diese beiden Seiten von diesen Sonnenstrahlen beleuchtet werden, weil sie diese Seiten treffen.

Mit der Seite D F des Grundrisses verhält es sich anders.

Der Lichtstrahl D D' und alle mit ihm parallelen streifen vorbei, ohne die Seite D F zu treffen; sie wird also nicht beleuchtet werden. Dasselbe gilt von der Rückseite E F, welche auch ohnehin an der senkrechten Wand angelehnt angenommen ist. Es wird also der Schatten der ganzen über D im Grundriß befindlichen senkrechten Kante des Prisma in der Richtung der Linie D D' geworfen werden, und diese Linie wird zugleich die äußerste Grenze des Schattens im Grundrisse bezeichnen; es wird demnach das Dreieck D F D die Schattenfläche des Prisma im Grundrisse sein, denn wenn man auch noch zum Ueberflusse in der Kante D F die Schattenpunkte a b nach a' und b' hin suchen wollte, so würden die gefundenen Schattenlinien a a' und b b' innerhalb der Schattenfläche D F D' selbst fallen.

Um den Schatten des Aufrisses zu finden, ist Folgendes zu bemerken.

Im Grundrisse war die Seite C D im Lichte; es ist also die ganze Fläche des Aufrisses A C D B ebenfalls im Lichte.

Die Seite E C im Grundrisse ist zwar ebenfalls im Lichte, ist aber im Aufrisse nicht sichtbar, da ihre Projection in die Linie A C des Aufrisses fällt. Die Seite D F des Grundrisses ist im Schatten, sie ist im Aufrisse nicht sichtbar, da ihre Projection in die Linie B D des Aufrisses fällt, diese ganze Seitenfläche ist aber gerade diejenige, welche ihren Schatten hinter sich an die Wand wirft.

Betrachten wir den Punkt D des Grundrisses, so liegt seine Projection im Aufrisse in der ganzen Linie D B, folglich auch in B, und der Punkt B ist zugleich die Projection der obersten Seitenkante des Prisma und auch zugleich die Projection der Linie D F des Grundrisses.

Zieht man nun im Aufrisse die Linie $B D^2$ unter 45 Grad beliebig lang, so ist diese die Richtungslinie des Schattens, welchen die ganze Seitenkante des Prisma auf die Wand werfen wird.

Zieht man nun von D' im Grundrisse eine Normale $D' D^2$, so bezeichnet die Linie $D^2 D^3$ die Grenze des Schattens, welchen die ganze Höhenkante B D des Aufrisses auf die hinten stehende Wand wirft. Will man die Linie $B D^2$ im Aufrisse noch genauer bestimmen, um sich zu überzeugen, daß sie richtig ist, so nehme man in der Linie D F des Grundrisses noch die Punkte a und b an und ziehe ihre Schattenlinien von a nach a' und von b nach b'. Der Schatten, welchen der Punkt F des Grundrisses im Aufrisse wirft, fällt in den Punkt B, da dieser die höchste Projection von F ist.

Der Punkt b des Grundrisses fällt in seiner senkrechten Projection ebenfalls nach B im Aufrisse. Die Linie $B b^2$ im Aufrisse zeigt die Richtung des Schattens, welchen der Punkt b im Grundrisse an der Wand werfen wird; und zieht man nun die Normale $b' b^2$, so ist b^2 die Projection von b' und die Linie $B b^2$ des Aufrisses ist die Länge der Schattenlinie von F bis b im Grundrisse.

Eben so liegt die Projection des Grundrißpunktes a im Aufrisse in B. Zieht man im Aufrisse $B a^2$, so ist diese Linie wieder die Schattenrichtung wie vorhin, zieht man im Grundrisse a a', so ist a' der Punkt, wohin a seinen Schatten wirft, zieht man die Normale $a' a^2$, so ist a^2 die Projection von a' und die Linie $B a^2$ im Aufrisse die Länge des Schattens, welchen die Linie des Grundrisses F a wirft. Da nun die Punkte des Aufrisses $b^2 a^2$ in die Linie $B D^2$ fallen, so ist $B D^2$ die Schattenlinie für die obere Kante des Grundrisses F D und die Figur $B D^2 D^3 D$ im Aufrisse der Schatten, welchen das Prisma an die Wand wirft.

Da die Sonne hoch oben über dem Körper steht, so wird seine obere Fläche (wovon die Linie A B des Aufrisses die Projection ist) beleuchtet sein.

Der Körper warf außer dem im Aufrisse sichtbaren Schatten auch im Grundrisse einen sichtbaren Schatten D F D', welcher aber in der Aufrißzeichnung nicht sichtbar wird, da seine Projection dort mit der Grundlinie der senkrechten Wandebene zusammenfällt.

Eben so ist der Schatten des Aufrisses im Grundrisse nicht sichtbar, denn er fällt hier mit der Linie $D D^3$ zusammen.

Wir haben uns hier etwas weitläufig über die Aufsuchung des Schattens ausgelassen, weil wir uns künftig oft auf diesen §. beziehen werden.

§. 5.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer viereckigen, aus einer senkrechten Mauer vorspringenden Platte gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 4.)

Auflösung. Oberhalb befindet sich der Aufriß und unterhalb der zugehörige Grundriß.

Betrachten wir zuerst den Grundriß.

Die Linie a a' ist die Projectionslinie der Richtung der Sonnenstrahlen, welche mit ihr parallel sind. Es ist demnach die Seite C E und C D beleuchtet, da die Lichtstrahlen darauf auffallen. Die Seite E F ist unbeleuchtet, denn sie lehnt sich an die Mauer. Bei der Seite D F streifen die Lichtstrahlen vorbei, sie ist also nicht beleuchtet.

Betrachten wir nun den Aufriß.

Die Sonne steht unter einem Winkel von 45 Grad oberhalb und beleuchtet die vorspringende Platte A C B D. Die obere Fläche, deren Projection die Linie A B ist, wird beleuchtet.

Die vordere Fläche A C B D ist beleuchtet. Die Seitenfläche, deren Projection die Linie A C ist, ist beleuchtet. Die Seitenfläche, deren Projection die Linie B D ist, ist nicht beleuchtet, wird also einen Schatten hinter sich an die Wand werfen.

Die ganze untere Fläche der Platte, deren Projection die Linie C D ist, ist nicht beleuchtet, sie wird also einen Schatten unter sich an die Wand werfen. Die Projection der untern Fläche ist die Linie C D, es wird also diese die schattenwerfende sein. Nimmt man in dieser Linie die Punkte $a^2\ b^2\ c^2$ D an und zieht die Linien $a^2 a^3$, $b^2 b^3$, $c^2 c^3$, $D D^2$, so hat man die Richtungslinien des Schattens. Die Seite der Platte, deren Projection die Linie B D ist, wirft einen Schatten hinter sich und seine Richtungslinien werden die Linien $D D^2$ und $B D^3$ sein.

Um nun die Länge dieser Richtungslinien des Schattens im Aufrisse bestimmen zu können, müssen wir zum Grundrisse zurückkehren.

Der Punkt a wirft seinen Schatten bis an die Wand bei a', es ist also die Linie a a' die Projection der Länge des Lichtstrahles, welcher unter einem Winkel von 45 Grad von dem oben liegenden Punkte a nach dem unten an der Wand liegenden Punkte a' fällt.

Eben so ist im Aufrisse die Linie $a^2 a^3$ die Projection desselben Lichtstrahles. Um nun die Länge desselben zu finden, braucht man nur von a' im Grundrisse normal nach a^3 im Aufrisse hinauf zu ziehen, so schneidet sich in a^3 die Länge des Lichtstrahles $a^2 a^3$ ab; denn die Linie des Grundrisses a a' ist die Projection davon. Eben so findet man die Längen für $b^2 b^3$, $c^2 c^3$, $D D^2$, und man hat nunmehr den Schatten der unteren Fläche der Platte gefunden.

Um den Schatten derjenigen Seitenfläche zu finden, wovon die Linie B D im Aufrisse die Projection ist, betrachte man wieder den Grundriß.

Daselbst ist die Linie D F die Projection der Seitenansicht der Platte. Die Linie D F ist zugleich die obere Kante dieser Fläche und wird einen Schatten hinter sich an die Wand werfen.

Der Punkt D wirft seinen Schatten nach D' im Grundrisse. Zieht man von D' eine Normale bis D^2 im Aufrisse, so bestimmt sich die Länge der Linie $D D^2$ im Aufrisse. Zieht man von D' im Grundrisse eben so eine Normale bis D^3 im Aufrisse, so ist $B D^3$ im Aufrisse seiner Länge nach bestimmt, und es ist $D D^2 D^3 B$ die Gestalt des Schattens von der Seitenfläche, deren Projection die Linie des Aufrisses D B ist. Nun hat man den ganzen Schatten gefunden, welchen die Platte auf die Wand wirft, seine Gestalt wird durch die Punkte $B D^3 D^2 a^3 a^2$ bestimmt. Im Grundrisse wird man von diesem Schatten nichts zu sehen bekommen, denn da er eine ebene Fläche bildet und in der senkrechten Ebene liegt, so wird seine Projection im Grundrisse in die verlängerte Linie E F fallen, welche die wagerechte Projection der oberhalb gedachten senkrechten Wandfläche ist, aus welcher die Platte hervorsteht. Man vergleiche nochmals die §§. 1 bis 4.

§. 6.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer dreieckigen Platte gefunden werden, welche aus einer senkrechten Wand hervorspringt. (Taf. 5 Fig. 5.)

Auflösung. Die Figur A B C D E F zeigt die dreieckige Platte im Aufrisse und die Figur F E D dieselbe im Grundrisse darunter.

Betrachten wir zuerst den Grundriß.

Die unter 45 Grad gezogene Linie a a' bezeichnet die Richtungslinie der Lichtstrahlen. Denkt man sich deren mehrere parallel mit einander, so fallen sie auf die Seite F E, dieselbe wird also beleuchtet sein. Der Lichtstrahl E E' streift an der Seite E D vorbei, dieselbe wird also nicht beleuchtet sein und einen Schatten hinter sich werfen.

Da die Sonne oberhalb der Platte steht, so wird die obere Fläche derselben beleuchtet sein, die untere Fläche aber wird dunkel bleiben und einen Schatten unter sich werfen.

Betrachten wir nun den Aufriß, so ist die Fläche A B E F beleuchtet, die Fläche B E C D ist nicht beleuchtet, eben so ist die untere Fläche der Platte, deren Projection die Linie F E D ist, nicht beleuchtet, und diese Linie wird einen Schatten unter sich werfen.

Zieht man nun die schattenwerfenden Punkte des Grundrisses F a E b D normal in den Aufriß hinauf nach $F\ a'\ E\ B\ b^2\ D\ C$, so hat man im Aufrisse die schattenwerfenden Punkte bestimmt. Zieht man von diesen die Richtungslinien $a^2 a^3$, $E E^2$, $B B'$, $b^2 b^3$, und schneidet man aus den übereinstimmenden Punkten des Grundrisses normal hinauf in diese Richtungslinien (wie §. 5), so erhält man die Punkte $F\ a^3\ E^2\ B'\ b^3\ C$. Verbindet man nun den Punkt F mit a^3, a^3 mit E^2, E^2 mit B', B' mit b^3 und b^3 mit C, so geben diese Endpunkte zugleich die Gestalt des

Schattens im Aufrisse an. Im Grundrisse wird kein Schatten sichtbar werden, weil seine Projection in die Linie F D des Grundrisses fallen wird.

Die Schattenlinien $a\,a'$ und $b\,b'$ des Grundrisses und ihre übereinstimmenden des Aufrisses $a^2\,a^3$ und $b^2\,b^3$ sind nur angenommen worden, um zu zeigen, daß der Schatten der Unterkante F A des Aufrisses in die gerade Linie $F\,a^3\,E^2$ fallen wird. Eben so bildet die Kante B C des Aufrisses die Linie $B\,b^3\,C$ im Schatten, ferner wirft die senkrechte Kante des Aufrisses B E ihren Schatten nach $B'\,E^2$.

§. 7.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer dreieckigen Platte, welche aus einer senkrechten Wand hervorragt, gefunden werden, wenn die Platte an der vordern Spitze einen rechten Winkel bildet.

Auflösung. (Taf. 5 Fig. 6.) Es sei die gegebene Platte im Aufriß A B C D E F, im Grundrisse F E D. Zieht man im Grundrisse die Richtungslinie $a\,a'$, so sieht man, daß die Linie F E erleuchtet wird (§. 6). An der Linie E D geht der Lichtstrahl in gleicher Richtung hin, ohne daß die Fläche, deren Projection die Linie E D ist, erleuchtet würde, da die Linie E D sich unter 45 Grad neigt, wie die Lichtstrahlen selbst.

Es wird der Punkt F keinen Schatten hinter sich werfen, da er an der Wand selbst liegt. Der Punkt a wird seinen Schatten nach a' werfen, so wie der Punkt E nach D.

Gehen wir nun zum Aufrisse über, so ist die obere nicht sichtbare Fläche der Platte erleuchtet, weil die Sonne darauf scheint; die senkrechte Fläche A B E F ist ebenfalls erleuchtet. Die senkrechte Fläche B C D E ist nicht erleuchtet, da die Sonnenstrahlen, welche unter 45 Grad einfallen, nur eben daran parallel hinstreifen, ohne auf die Fläche aufzufallen. Die untere Fläche der Platte, deren Projection die Linie F E D ist, bleibt dunkel, und diese Fläche wird einen Schatten werfen.

Zieht man demnach die Richtungslinien $a^2\,a^3$ und $E\,E'$ willkürlich lang, so ergiebt sich Folgendes.

Der Anfangspunkt des Schattens ist bei F und F des Grund- und Aufrisses. Der Punkt a wirft seinen Schatten nach a', und wenn man von hier aus die Normale $a'\,a^3$ zieht, so liegt der Schattenpunkt a' in a^3. Der Punkt E im Grundrisse wirft seinen Schatten an die Wand nach D. Der Punkt E im Grundrisse aber ist der Projectionspunkt für E und B im Aufrisse, mithin wird die Projection seines Schattenpunktes D nach E' und B^2 im Aufrisse fallen. Der Punkt B im Grundrisse ist der Projectionspunkt von B' im Aufrisse, der Punkt B im Grundrisse wirft seinen Schatten ebenfalls nach D im Grundrisse. D im Grundrisse aber ist der Projectionspunkt für $E'\,B^2$ und D im Aufrisse, und folglich fallen alle in der Linie des Grundrisses anzunehmende Schattenpunkte in den Punkt D des Grundrisses und im Aufrisse in die gerade und senkrechte Linie $E'\,B^2\,D\,C$, und der Schatten, welchen die Platte nach unten hin wirft, hat seine Begrenzungen in den Punkten des Aufrisses $F\,a^3\,E'\,B^2\,D$.

Im Grundrisse wird man keinen Schatten zu sehen bekommen, denn da sich die obere Schattenfläche in einer senkrechten Ebene befindet, so fällt ihre Projection im Grundrisse in die verlängerte Linie F D.

§. 8.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer halbachteckigen Platte gefunden werden, welche aus einer senkrechten Wand hervorsteht. (Taf. 5 Fig. 7.)

Auflösung. Betrachten wir zuerst den Grundriß, so ist H G F E die Platte. Zieht man die Richtungslinie der Lichtstrahlen $a\,a'$ und mit ihr parallel $G\,G'$ und F E, so wirft der Punkt H keinen Schatten. Der Punkt a wirft seinen Schatten unterhalb an die Wand nach a', der Punkt G nach G', der Punkt F nach E.

Im Aufrisse ist die Fläche A B H G beleuchtet, eben so die Fläche B G C F, dagegen ist die Fläche C F E D nicht beleuchtet und wirft einen Schatten hinter sich.

Trägt man nun den Punkt a aus dem Grundrisse nach a^2 im Aufrisse und zieht im Aufrisse die Richtungslinien $a^2\,a^3$, $G\,G'$, $F\,F'$, $C\,C'$ willkürlich lang, und dann aus dem Grundrisse aufwärts die Normalen $a'\,a^3$, $G'\,G^2$, $E\,F'$, E C, E E, so ist im Aufrisse $H\,a^3\,G^2\,F'\,C'\,E$ die Gestalt des gesuchten Schattens.

Der Schatten der Kante C D fällt im Aufrisse mit dem Schatten der Kante C F deswegen in der geraden Linie $D\,E\,C'\,F'$ zusammen, weil die Kante C D, wie der Grundriß (bei F E) zeigt, einen Winkel von 45 Grad macht und also alle Schattenpunkte, welche man in der Linie F E annehmen würde, nach E im Grundrisse fallen müßten. Da aber E der Projectionspunkt für $F'\,C'\,E\,D$ im Aufrisse ist, so wird der Schatten eine senkrechte Linie, wie die Figur zeigt.

Im Grundrisse ist wieder kein Schatten sichtbar, da er, als in der senkrechten Fläche der Wand liegend, in seiner Projection im Grundrisse in die Linie H E und ihre Verlängerung fallen muß. Im vorliegenden Falle wird die Linie H E selbst diese Projection sein.

§. 9.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer aus der senkrechten Wand vorspringenden halbkreisförmigen Platte gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 8.)

Auflösung. Betrachten wir zuerst den Grundriß. Die Lichtstrahlen $a\,a'$, $b\,b'$, $d\,d'$, e C bis $f\,f'$ erleuchten die vordere Fläche der Platte. Bei dem Punkte f hört die Beleuchtung auf, und die obere Kante der Platte von f bis C wird einen Schatten hinter sich an die Wand werfen. Betrachten wir nun den Aufriß. Der Theil der vorderen Fläche $A\,D\,f^2\,f^3$ wird beleuchtet sein, der Theil $f^3\,f^2\,C\,B$ wird nicht beleuchtet sein und die obere Kante $f^3\,B$ desselben wird einen Schatten hinter sich werfen, so wie die senkrechte Linie $f^3\,f^2$, weil auf diesem Punkte (wie bei der achteckigen Platte §. 8) die Lichtstrahlen vorbei streifen, wie im Grundrisse bei dem Punkte f zu sehen ist. Die untere Fläche der Platte ist nicht erleuchtet und wird demnach einen Schatten hinter sich werfen.

Kehren wir nun zum Grundrisse zurück.

Die Halbkreislinie ist die Projection, sowohl der unteren als oberen Kante der senkrechten Fläche der Platte. Nehmen wir nun in diesem Halbkreise die Punkte a b d e f g an und ziehen von ihnen aus die Richtungslinien der Lichtstrahlen, so wirft der Punkt a seinen Schatten nach a', der Punkt b nach b' u. s. w. an die Wand unterhalb. Trägt man nun die Punkte a b d ꝛc. normal hinauf in die Linie D C des Aufrisses, so erhält man die

Projectionspunkte $a^2\, b^2\, d^2\, e^2\, f^2\, f^3\, g^2$. Zieht man von diesen die Richtungslinien $a^2 a^3$, $b^2 b^3$ u. s. w. willkürlich lang, so werden sich in diesen die Längen der Schattenlinien irgendwo abschneiden lassen. Zieht man nun aus dem Grundrisse aufwärts die Normalen $a' a^2$, $b' b^2$, $d' d^2$, $C e^2$, so erhält man die Punkte a^3, b^3, d^3, e^2. Verbindet man **D**, a^3, b^3, d^3, e^2 durch eine Linie, so ist der Schatten von **D** bis e^2 bestimmt. Bei dem Punkte **f** des Grundrisses haben wir gesehen, daß das Licht wechselt, das heißt von **D** bis **f** im Grundrisse beleuchtete es die untere Kante und von **f** bis **C** beleuchtet es die obere Kante. Es wird also im Aufrisse jeder Punkt der Linie $f^2 f^3$ einen Schatten hinter sich werfen.

Zieht man demnach die Richtungslinien $f^2 f^4$ und $f^3 f^5$ im Aufrisse und verbindet man f^4 mit f^5, so hat man die Schattenlinie von der Linie $f^2 f^3$ gefunden, und wenn man noch die Punkte e^2 und f^4 im Aufrisse verbindet, so hat man den Schatten von **D** bis f^4 bestimmt, und es ist nur noch der Schatten für die obere Kante der Platte von f^3 bis **B** im Aufrisse zu suchen.

Die Projection des Stückes f^3 bis **B** des Aufrisses liegt im Grundrisse von **f** bis **C**. Der Punkt **g** des Grundrisses liegt im Aufrisse bei g^2. Zieht man die Richtungslinie $g^2 g^3$ und aus dem Grundrisse von g' die Normale $g' g^3$, so ist g^3 der Schattenpunkt von g^2; verbindet man nun im Aufrisse f^5 mit g^3 und g^3 mit **B**, so giebt die krumme Linie $B\, g^3\, f^5\, f^4\, e^2\, d^3\, b^3\, a^3\, D$ die gesuchte Gestalt des Schattens. In dieser Linie ist das Stück von f^4 bis f^5 gerade, weil f^2 und f^3 auch eine gerade Linie macht.

Im Grundrisse ist kein Schatten zu sehen, weil seine Projection in die verlängerte Linie **D C** des Grundrisses fällt.

§. 10.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines prismatischen Körpers gefunden werden, auf welchem eine eben solche Platte liegt. (Taf. 5 Fig. 9.)

Auflösung. Diese Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Es ist zuerst der Schatten zu suchen, welchen der prismatische Körper an die Wand wirft (§. 4); alsdann soll man den Schatten suchen, welchen die Platte an die Wand (§. 5) und auch auf das Prisma unter der Platte werfen wird.

Betrachten wir zuerst den Grundriß, so ist das Rechteck **K E F L** die Projection des Prisma, **J B D M** die Projection der Platte.

Zieht man die Richtungslinien der Lichtstrahlen **B E**, $a\, a'$, $b\, b'$, $d\, F\, F'$, $D\, D'$ und $G\, G'$, so ergiebt sich Folgendes.

Das große Prisma wird seinen Schatten von **F** nach F' werfen. **F** ist aber der Projectionspunkt für die ganze Höhenkante **H F** des Aufrisses, also wird der Schatten des Körpers im Grundrisse das Dreieck **F L F** sein und auf der wagerechten Ebene sichtbar werden.

Betrachtet man nun den Schatten, welchen die Platte an die Wand werfen würde, so ergiebt sich Folgendes. Der Punkt **B** des Grundrisses würde seinen Schatten in der zu verlängernden Linie **B E** bis an die Wand werfen, da aber in dem Punkte **E** das große Prisma dazwischen tritt, so kann der Punkt **B** seinen Schatten nicht bis an die Wand, sondern nur bis **E** werfen. Dasselbe gilt von Richtungslinien $a\, a'$, $b\, b'$. Der Punkt **d** dagegen wirft seinen Schatten bei **F** vorbei bis F' an die Wand, eben so der Punkt **D** bis D' und der Punkt **G** bis G'.

Ein Schatten der Platte auf dem Fußboden wird nicht erscheinen, da der Schatten der Platte (wie vorläufig aus dem Aufrisse zu ersehen ist) die wagerechte Ebene nicht erreicht.

Trägt man nun aus dem Grundrisse die Punkte **B a b d D** nach dem Aufrisse normal nach $B\, a^2\, b^2\, d^2\, D$ und zieht die Richtungslinien $B\, B'$, $a^2 a^3$, $b^2 b^3$, $d^2 d^3$ bis F^2, ferner $D\, D^2$ und $C\, C'$, schneidet dann von dem Punkte **E** des Grundrisses nach B', von a' nach a^3, von **F** des Grundrisses nach d^3, von F' des Grundrisses nach F^2 und H' im Aufrisse; eben so von D' nach D^2 und C', so erhält man rechts vom Prisma in der Figur $C\, C'\, D^2\, F^2\, H'\, H\, F\, D\, C$ den Schatten, welchen Prisma und Platte auf die Wand werfen. Auf der linken Seite des Prisma im Aufrisse zeigt das Dreieck $B\, a^2\, B'$ die Gestalt des Schattens, welcher von der Platte hinten an die Wand, neben das Prisma, geworfen wird, und endlich zeigt unterhalb der Platte auf dem Prisma das Rechteck $E\, B'\, d^3\, F$ die Gestalt desjenigen Schattens, welchen die Platte auf das Prisma werfen muß, da der Schatten der Platte auf dieser Stelle die hinten liegende Wand nicht erreichen kann, weil das Prisma dazwischen tritt.

Um sich zu überzeugen, daß der Schatten der Kante **D M** des Grundrisses im Aufrisse in die Linie $C\, C'$ fallen wird, darf man nur noch im Grundrisse den Punkt **G** annehmen, welcher seinen Schatten nach G' wirft.

Der Punkt **G** des Grundrisses liegt in seiner Projection, sowohl in dem Punkte **D**, als auch **C** des Aufrisses, und der Punkt G' des Grundrisses würde in seiner Projection sowohl in die Linie des Aufrisses $D\, D^2$, als auch $C\, C'$ fallen.

Man sieht ferner, daß je länger der Weg ist, welchen ein Schattenstrahl durchläuft, um so breiter der Schatten ist, welchen er wirft.

Der Schattenpunkt **d** des Grundrisses z. B. wirft seinen Schatten nach **F**, im Aufrisse von d^2 nach d^3, aber auch nach F' im Grundrisse und im Aufrisse bis F^2, woselbst der Schatten an der Wand viel breiter (oder tiefer) abschneidet, als bei d^3 im Aufrisse, obgleich derselbe Schattenstrahl beide Punkte bestimmt hat.

§. 11.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines prismatischen Körpers gefunden werden, auf welchem eine achteckige Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 10.)

Auflösung. Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Es ist der Schatten zu suchen, welchen das Prisma an die Wand wirft (§. 4), und der Schatten, welchen die achteckige Platte sowohl an die Wand (§. 8), als auch auf den Körper wirft.

Betrachten wir den Grundriß, so ist **N L M O** die Projection des Prisma und **P B D F H Q** die halbe achteckige Platte.

Der Punkt **B** wirft seinen Schatten bis B' und die Projection davon ist in dem Aufrisse B^2. Der Punkt **a** des Grundrisses wirft seinen Schatten nach **L**, seine Projection ist im Aufrisse bei a^2. Der Punkt **D** des Grundrisses wirft seinen Schatten nach **b**, seine Projection im Aufrisse ist bei b'. Der Punkt **d** des Grundrisses wirft seinen Schatten nach d^2 und an die Wand unten bei M' und oben bei M^2. Der Punkt **F** des Grundrisses wirft seinen Schatten bis G' und oben nach F' und E'. Die Kante **F H** im Grundrisse wirft ihren Schatten ebenfalls nach G', die Projection davon liegt oben in $E'\, H'$ und G^2, wodurch die ganze Gestalt des Schattens bestimmt ist. Im Grundrisse wird nur der Schatten des Körpers sichtbar sein in der Gestalt des Dreieckes M O Q, denn der Schatten der Platte reicht nicht bis an die wagerechte Ebene und seine Projection wird demnach in die Verlängerung der Linie P N O Q fallen.

§. 12.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines halbachteckigen Prisma gefunden werden, auf welchem eine ebenfalls halbachteckige Deckplatte liegt. (Tafel 5 Figur 11.)

Auflösung. Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Zuerst sucht man den Schatten des Körpers an der Wand und dann den Schatten der Deckplatte, sowohl an der Wand, als auf dem Körper.

Betrachten wir zuvörderst den Grundriß, so wird der Schatten der Deckplatte ganz nach §. 8 und §. 11 an der Wand gefunden werden.

Um den Schatten der Deckplatte auch auf dem Prisma zu finden, hat man Folgendes zu berücksichtigen. Im Grundrisse wirft der Punkt B seinen Schatten nach B′, die Projection davon ist B^2 im Aufrisse; dieser Schattenpunkt auf dem Körper wird jedoch nicht sichtbar, da die Projection der ganzen Fläche, auf welche er fällt, in der Linie J R des Aufrisses liegt. Der Punkt a des Grundrisses wirft seinen Schatten nach J und oben im Aufrisse nach a^2, der Punkt b des Grundrisses wirft seinen Schatten nach M und oben nach b′, der Punkt D wirft seinen Schatten nach D′ und oben nach D^2. Der Punkt d des Grundrisses wirft seinen Schatten bis L an den Körper und oben bis d^2. Im Aufrisse bestimmen also die Punkte a^2 b′ D^2 und d^2, wenn man sie mit einander verbindet, den Schatten, welchen die Platte auf den Körper wirft.

Um den Schatten zu finden, welchen das Prisma selbst an die Wand wirft, braucht man nur im Grundrisse die Linie K Q zu ziehen, so ist im Aufrisse die Linie K′ Q′ der gesuchte Schatten der Kante F T, so weit er nicht von dem Schatten der Platte verdeckt wird.

Im Grundrisse wird nur der Schatten des Körpers in der Gestalt des Dreieckes P K Q gesucht werden können, da der Schatten der Platte nicht sichtbar ist.

§. 13.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines rechteckigen Prisma, auf dem eine halbrunde Platte liegt, gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 12.)

Auflösung. Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile, zuerst sucht man den Schatten des Prisma, welches nach §. 4, §. 10, §. 11 keine Schwierigkeit mehr haben kann. Dieser Schatten wird im Grundrisse durch die Linie F f^2 bestimmt und fällt im Aufrisse von f^5 abwärts bis auf die Grundlinie.

Alsdann muß man nach §. 9 den Schatten der halbkreisförmigen Platte auf die Wand finden und endlich den Schatten, welchen die Platte auf das Prisma selbst wirft. Der Schatten wird gefunden, wenn man im Grundrisse die Punkte D a b d e f g f′ C annimmt, dieselben im Aufrisse nach D a^2 b^2 d^2 e^2 f^3 g^2 g^3 und B trägt, von diesen Punkten die Richtungslinien unter 45 Grad willkürlich lang zieht und dann von den Punkten des Grundrisses a′ E d′ e′ f′ f^2 g g′ durch normale Projectionslinien im Aufrisse die Punkte a^3 b^3 d^3 e^3 e^5 f^5 g^5 g^4 und B bestimmt. Verbindet man diese Punkte mit einander durch krumme Linien, so erhält man den gesuchten Schatten.

Der Punkt D des Aufrisses wirft seinen Schatten bis D′ hinten an die Wand. Die Linie g^2 g^3 des Aufrisses wirft ihren Schatten nach g^5 g^4, weil im Grundrisse der Punkt g′ derjenige ist, wo die Lichtstrahlen, welche unter einem Winkel von 45 Grad einfallen, nur vorbeistreifen und die Platte zu beleuchten aufhören, g im Grundrisse aber ist der Projectionspunkt der ganzen Linie g^2 g^3 im Aufrisse, und folglich g^5 g^4 der Schatten davon.

Der Punkt f′ im Grundrisse wirft seinen Schatten nach f^2. f^2 im Grundrisse aber ist die Projection der Schattenpunkte f^5 und f^6 im Aufrisse.

Im Grundrisse wird nur der Schatten des Prisma in der Gestalt des Dreieckes F L f^2 sichtbar werden.

§. 14.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines halben Cylinders, worauf eine eben solche Platte liegt, gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 13.)

Auflösung. Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Zuerst ist der Schatten des Cylinders an die Wand zu suchen.

Betrachten wir zu diesem Zwecke den Punkt f′ des Grundrisses, so ist es derjenige, an welchem die Lichtstrahlen vorbeistreifen (§. 9). Es wird aber dasselbe bei allen Punkten des Aufrisses geschehen, für welche der Punkt f′ die Projection ist, also für die ganze Höhe des Aufrisses N O. Zieht man von dem Punkte f′ des Grundrisses nach f^2, so ist dieser Punkt die Projection für die Linie des Aufrisses P e^4, welche allein als Schattenlinie des Körpers sichtbar werden wird, da der Schatten der Platte den andern Theil verdeckt.

Was den Schatten der Platte betrifft, so hat man wie §. 9 und §. 13 in der Plattenlinie des Grundrisses nur die beliebigen Punkte D a b d e f g h k anzunehmen und von da aus die Richtungslinien a a′, b′ b′,... zu ziehen. Dann trägt man aus dem Grundrisse die Punkte a b d.... im Aufrisse nach a^2 b^2 d^2.... übereinstimmend; zieht von diesen aus die Richtungslinien a^2 a^3, b^2 b^3,.... und schneidet aus den Grundrißpunkten a′ b′ d′.... normal im Aufrisse die Punkte a^3 b^3 d^3.... an, verbindet alsdann alle gefundenen Schattenpunkte durch Linien, so ergiebt sich wie immer die Gestalt des ganzen Schattens.

Es ist wieder zu bemerken, daß der Punkt h des Grundrisses seine Projection im Aufrisse von h^3 bis h^2 hat, und daß, da der Grundrißpunkt h seinen Schatten bis h′ wirft, dieser Punkt h der Projectionspunkt für die Punkte des Aufrisses h^4 und h^5 sein wird.

§. 15.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines dreieckigen Prisma gefunden werden, auf welchem eine eben solche Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 14.)

Auflösung. Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Zuerst ist der Schatten des Prisma an die Wand zu suchen, dann der Schatten der Platte auf Prisma und Wand.

Betrachten wir den Grundriß, so sehen wir, daß das Prisma ein rechtwinkliges Dreieck zur Grundfläche und eine eben solche Deckplatte hat; es stehen daher die Linien **G K**, **K L**, **D E** und **E F** unter einem Winkel von 45 Grad gegen die Wand. Der Punkt **K** im Grundrisse wirft also seinen Schatten von **K** nach **L**, das heißt, die Schattenstrahlen fallen in die Linie **K L** selbst, sie werfen also keinen Schatten nebenbei an die Wand.

Der Punkt **K** im Grundrisse ist aber die Projection der Kante **K E** im Aufrisse, und es wird daher diese Kante ihren Schatten in die Ebene **K E H L** des Aufrisses werfen (also nicht an die Wand).

Der Schatten der Platte wird eben so gefunden, wie der von der dreieckigen Platte in §. 7.

Bei dem Punkte **D** wird der Schatten beginnen. Zieht man im Grundrisse **a G**, **b K L**, **E F**, trägt dann die Punkte **a b E** im Aufrisse nach $a^2\, b^2$ **E B** und zieht die Richtungslinien $a'\, a^2$, $b'\, b^2$, $E\, E'$, $B\, B'$, schneidet die übereinstimmenden Punkte des Grundrisses normal nach $a^2\, b^2$ **E B F** des Aufrisses und verbindet diese gefundenen Schattenpunkte mit einander, so erhält man den gesuchten Schatten. Neben dem Prisma links ist es das Dreieck $D\, G\, a^2$. Neben dem Prisma rechts ist es die Figur **H F E M**. Auf dem Prisma ist es die Figur $G\, E\, b^2\, a^2$. Die Flächen **E H K L** des Prisma und **B E F C** der Platte liegen im Schatten, ohne einen Schlagschatten hinter sich zu werfen.

Im Grundrisse wird kein Schatten sichtbar werden.

§. 16.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines rechteckigen Prisma gefunden werden, welches eine dreieckige Deckplatte hat. (Taf. 5 Fig. 15.)

Auflösung. Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Erstens sucht man den Schatten, welchen das Prisma an die Wand wirft. Zieht man **J N** im Grundrisse unter 45 Grad, so ist **L N** die Breite des Schattens (§. 4) im Grundrisse. Zieht man von **N** aus die Normale im Aufrisse $O\, N'$, so ist diese die Schattenlinie für die Senkrechte **G J** des Aufrisses.

Um den Schatten der Platte auf die Wand zu finden, nehme man im Grundrisse die Punkte **D F** an und ziehe $F\, F'$ (§. 6). Der Punkt **F** des Grundrisses ist der Projectionspunkt für **F** und **B** im Aufrisse, zieht man daselbst $F\, F^2$ und $B\, B'$ und von F' im Grundrisse die Normale $F^2\, B'$ im Aufrisse, so ist $F^2\, B'$ die Schattenlinie von **F B** des Aufrisses. Die Kante **B C** des Aufrisses wird ihre Schattenlinie in der Linie $B'\, C$ finden, eben so die Kante **D F** des Aufrisses in der Linie $D\, F^2$, welche hinter dem Prisma fortläuft.

Was den Schatten auf dem Prisma selbst betrifft, so wird der Punkt des Grundrisses **a** seinen Schatten nach **J** werfen. Trägt man **a** normal nach a' im Aufrisse, zieht $a'\, a^2$ und schneidet von **J** des Grundrisses normal hinauf, so ist a^2 im Aufrisse der Schattenpunkt für a', und zieht man endlich $E\, a^2$, so hat man den Schatten auf das Prisma gefunden.

Ein Schatten des Prisma auf die wagerechte Ebene wird hier entstehen und zeigt sich derselbe im Grundrisse in der Figur des Dreieckes **J L N**.

§. 17.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines halben Cylinders gefunden werden, auf welchem ein halbes Achteck als Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 16.)

Auflösung. Wegen des Schattens, welchen die achteckige Platte wirft, sehe man §. 8, §. 11, §. 12, und wegen des Schattens, welchen der halbe Cylinder wirft, sehe man §. 14.

Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Erstens suche man den Schatten, welchen der halbe Cylinder auf die Wand wirft. Dann suche man den Schatten, welchen die Platte an die Wand und auf den halben Cylinder wirft. Betrachten wir den Grundriß, so werden die Punkte **E a F b d H** ihre Schatten theils auf den Cylinder bis bei d' und theils an die Wand, wie bei d^4 und K', werfen. Nimmt man von diesen Punkten die Projectionen und trägt sie im Aufrisse nach $E\, a^2\, F\, b^2\, d^2\, H\, C\, D$ und zieht von diesen Punkten die Richtungslinien $E\, E'$, $a^2\, a^3$,.... und ferner im Grundrisse die Richtungslinien **E G**, $a\, a'$, $F\, F'$,.... und schneidet dann die Punkte des Grundrisses $G\, a'\, F'\, b'\, d^4\, K'$ oben in den Richtungslinien an, so erhält man die Punkte $E'\, a^3\, F^2\, b^3\, d^3\, d^5\, K^4\, K^3\, K^2$ und **S**; durch die Verbindung dieser Punkte nach der Zeichnung aber ist die Gestalt des Schattens gegeben.

Im Grundrisse ist der Punkt d' derjenige, wo die Lichtstrahlen vorbeistreifen. Er ist die Projection von **N** und d^3 im Aufrisse, es bildet sich also hier der sogenannte Mittelschatten (§. 1 und §. 9). Die Punkte **H** und **K** des Grundrisses werfen ihre Schatten nach K' und die Projection davon im Aufrisse sind die Punkte $K^4\, K^3\, K^2$, welche alle in eine und dieselbe senkrechte Linie fallen.

Im Grundrisse würde nur der Schatten sichtbar sein, welchen der Cylinder in die wagerechte Ebene bei $d'\, J\, d^4$ wirft.

§. 18.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines halben Achtecks gefunden werden, worauf eine halbkreisförmige Platte liegt. (Taf. 5 Fig. 17.)

Auflösung. Den Schatten des Körpers an die Wand findet man wie in dem §. 12, den Schatten der Deckplatte wie in §. 9, §. 13, §. 14.

Nimmt man im Halbkreise des Grundrisses die Punkte **D a b d e f h l h′ c** an, trägt diese im Aufrisse nach $D\, a'\, b^2\, d^2\, F\, f'\, h^3\, l^3\, l^2\, h^5\, B$, zieht im Aufrisse und im Grundrisse die Richtungslinien der Schattenstrahlen und schneidet dann die im Grundrisse gefundenen Längen bei den Punkten $E\, b'\, F\, e'\, G\, H\, C\, h^2\, l'$ oben hinauf nach $a^2\, b^2\, d^3\, e^2\, f^2\, f^3\, h^4\, l^4\, l^5\, h^6$ und **B**, so zeigen diese Durchschnittspunkte, wenn man sie verbindet, die Gestalt des Schattens.

Es sind auch hierbei wieder besonders diejenigen Punkte zu berücksichtigen, wo die Lichtstrahlen an Platte und Prisma vorbeistreifen, wie im Grundrisse die Punkte **G H** und **b** und im Aufrisse die Punkte $l^3\, l^2\, l^4\, l^5$.

§. 19.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines Cylinders gefunden werden, worauf eine dreieckige Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 18.)

Auflösung. Den Schatten des Körpers an die Wand findet man nach §. 14, den Schatten der Deckplatte nach §. 7, weil im vorliegenden Falle die Deckplatte einen rechten Winkel bildet. Die übereinstimmend in Grund- und Aufriß eingetragenen Buchstaben lassen nach der Zeichnung sehr leicht die Gestalt des Schattens finden.

§. 20.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer rechteckigen Mauervertiefung gefunden werden, welche wagerecht überdeckt ist. (Taf. 5 Fig. 19.)

Auflösung. Die Linie **A B** des Grundrisses ist die Projection der Linie **A B** im Aufrisse, da die Sonne über der Mauervertiefung steht, so ist die Deckenfläche nicht beleuchtet, wird also einen Schatten hinter sich an die Wand werfen. Eben so ist die Fläche des Aufrisses, wovon die Linie **E A** des Grundrisses die Projection ist, nicht erleuchtet, und diese Seitenfläche wird ihren Schatten auf die Rückwand der Mauervertiefung werfen. Betrachtet man den Grundriß, so wirft der Punkt **A** seinen Schatten nach **a**. Der Punkt des Grundrisses **A** aber ist die Projection der Linie **C A** im Aufrisse, folglich, wenn man den Punkt **a** nach a' und a^2 trägt und von dem Punkte **A** des Aufrisses die Richtungslinie $A\,a^2$ zieht, so schneidet sich in a^2 die Schattenlinie ab. Zieht man nun noch im Grundrisse **b F**, trägt **b** nach b' im Aufrisse und zieht $b'\,b^2$, so ist b^2 der Punkt, wo die Breite des Deckenschattens an der hinteren Wand sich bestimmt.

Es bestimmt sich also aus den Grenzpunkten $a'\,a^2\,b^2$ die Gestalt des Schattens im Aufrisse. Der Schatten im Grundrisse wird gefunden, wenn man von **A** nach **a** die Richtungslinie zieht. Es ist alsdann im Grundrisse das Dreieck **A E a** der sichtbare Schatten, denn da im Aufrisse der Schatten der Decke nicht bis in die wagerechte Ebene herunter fällt, so kann er auch nicht in derselben sichtbar werden.

§. 21.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer Mauervertiefung von dreieckiger Grundrißform und wagerechter Decke gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 20.)

Auflösung. Da die Decke der Mauervertiefung nicht erleuchtet werden kann, so wird sie einen Schatten unter sich werfen, und zwar von ihrer vorderen Kante an, welches im Aufriß und Grundriß die Linie **A B** ist. Nimmt man im Grundrisse die Punkte **A b d B** an und zieht die Richtungslinien **A a**, $b\,b'$, $d\,d'$, so ergiebt sich Folgendes.

Der Punkt **A** im Grundrisse ist die Projection der Linie **A C** des Aufrisses, folglich ist der Schattenpunkt **a** im Grundrisse die Projection der Schattenlinie $a'\,a^2$ des Aufrisses. Eben so wirft der Punkt **b** seinen Schatten nach b' und b^2 nach b^3, ferner der Punkt **d** nach d' und im Aufrisse **E** nach d^2.

Der Punkt **B** im Grund- und Aufrisse ist der Endpunkt, wie weit der Schatten gehen kann, und wenn man die Punkte des Grundrisses $a\,b'\,d'\,B$ im Aufrisse bei $a'\,b^3\,d^3\,B$ anschneidet und diese Punkte mit einander verbindet, so ist durch $a^2\,a'\,b^3\,d^2\,B$ die Gestalt des Schattens gegeben.

Im Grundrisse wird das Dreieck **A E a** denjenigen Schatten begrenzen, welcher von der Seitenfläche **A E** in die wagerechte Ebene geworfen wird. Der Schatten, welchen die Decke wirft, ist im Grundrisse nicht sichtbar.

§. 22.

Aufgabe. Es soll der Schatten in einer halbkreisförmigen Mauervertiefung mit wagerechter Decke gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 21.)

Auflösung. Betrachtet man die Zeichnung, so ist der Punkt **a** des Grundrisses die Projection der senkrechten Kante $a'\,a^2$ im Aufrisse, ferner ist die Linie **a r** des Grundrisses die Projection der schattenwerfenden Linie $a'\,r'$ im Aufrisse.

Der Punkt **a** des Grundrisses wirft seinen Schatten nach **b**, folglich wenn man im Aufrisse die Linie $a'\,b'$ zieht und den Punkt **b** des Grundrisses nach dem Punkte b' des Aufrisses normal hinaufschneidet, so ist b' die Projection von **b**, und eine Linie von b' aus abwärts normal gezogen ist die Schattenlinie der Kante $a'\,a^2$ im Aufrisse.

Nimmt man nun im Grundrisse in der Linie **a r** die Punkte **c f h k m** an und zieht von ihnen aus die Linien **c d**, **f g**, **h i**, **k l**, **m n**, so ist **d** der Schattenpunkt von **c**, **g** von **f**, **i** von **h**, **l** von **k** und **n** von **m**. Trägt man nun die Punkte des Grundrisses **c f h k m** normal in den Aufriß nach $c'\,f'\,h'\,k'\,m'$ und zieht aus diesen Punkten die Schattenrichtungen $c'\,d'$, $f'\,g'$, $h'\,i'$, $k'\,l'$, $m'\,n'$ und schneidet aus den Punkten des Grundrisses **d g i l n** normal hinauf nach den Punkten $d'\,g'\,l'\,n'$, so sind diese die gesuchten Schattenpunkte und die Linie des Aufrisses $r'\,n'\,l'\,i'\,g'\,d'\,b'$ ist die Begrenzungslinie desjenigen Schattens, welchen im Aufrisse die Kante $a'\,r'$ auf die gekrümmte Mauervertiefung werfen wird.

Nimmt man ferner zur Uebung an, daß in der wagerechten Decke der Mauervertiefung ein Stück concentrisch ausgeschnitten sei, so wird der Schatten eine ganz andere Gestalt zeigen.

Es sei das in der Decke fehlende Stück durch den Halbkreis (im Grundrisse) **f o p q k h** bezeichnet. Die Projection davon liegt im Aufrisse bei den Punkten $f'\,o'\,h'\,q'\,k'$, zieht man von diesen Punkten die Linien $f'\,g'$, $o'\,d^2$, $h'\,i^2$, $q'\,q^2$, $k'\,l'$, so hat man die Richtungslinien der Schatten.

Sucht man ferner im Grundrisse die Schattenpunkte, so wirft der Punkt **f** seinen Schatten nach **g**, **o** nach **d**, **p** ebenfalls nach **g**, **h** nach **i**, **q** ebenfalls nach **i** und **k** nach **l**.

Trägt man nun die gefundenen Schattenpunkte normal in den Aufriß hinauf, so findet man für den Punkt des Grundrisses **f** im Aufrisse den Punkt g', für **o** des Grundrisses d^2 im Aufrisse, für **p** des Grundrisses i^2 des Aufrisses, für **q** des Grundrisses q^2 des Aufrisses, für **k** des Grundrisses l' im Aufrisse. Verbindet man nun im Aufrisse die Schattenpunkte $g'\,d^2\,i^2\,q^2\,l'$, so ergiebt die dadurch gefundene Linie die Begrenzung des Schattens für das halbkreisförmig ausgeschnittene Stück der wagerechten Decke und die Linie des Aufrisses $r'\,n'\,l'\,q^2\,i^2\,d^2\,g'\,d'\,b'\,b^2$ den ganzen Schatten.

Im Grundrisse würde sich nur so viel Schatten zeigen, als die Sehne **a b** von dem Halbkreise der ganzen Mauervertiefung abschneidet.

Anmerkung. Man kann sich bei gekrümmten Flächen die Betrachtung rücksichtlich der schattenwerfenden Punkte sehr erleichtern, wenn man das hier Folgende sich gut einprägt. Denkt man sich z. B. in der vorliegenden Figur 21 im Aufrisse eine senkrechte Ebene so durch die Mauervertiefung gelegt, daß ihre Grundlinie in die Linie **c d** des Grundrisses fällt.

Die Linie **c d** des Grundrisses ist alsdann zugleich die Projection der Schattenrichtungslinie $c' d'$ des Aufrisses, und der Punkt c im Grundrisse wird seinen Schatten bis d im Grundrisse werfen. Der Punkt c' im Aufrisse aber ist die Projection des Punktes c im Grundrisse. Zieht man von c' im Aufrisse unter 45 Grad die Linie $c' d'$, so ist diese die Projection derjenigen Linie, welche als Schattenlinie in der senkrecht durchliegenden Ebene nach der Richtung der Linie c d des Grundrisses gehen würde. Schneidet man nun aus dem Grundrisse den Schattenpunkt d in dem Aufriß normal nach d' ab, so ist der Punkt d' der gesuchte Schattenpunkt. Der Punkt o des Grundrisses liegt in derselben senkrechten Ebene, seine Projection im Aufrisse aber liegt in o', zieht man nun im Aufrisse $o^2 d^2$ und von dem Grundrißpunkte d eine Normale nach d^2, so ist d^2 der gesuchte Schattenpunkt für o', d^2 liegt aber in derselben senkrechten Ebene wie d', nur etwas höher hinauf, weil die Schattenrichtungslinie jetzt nicht wie vorhin von dem Punkte c' des Aufrisses, sondern von dem Punkte o' des Aufrisses ausgegangen ist.

Eben so kann man sich nach und nach durch alle Schattenlinien des Grundrisses senkrechte Ebenen gelegt denken, welche die Mauervertiefung auch im Aufrisse schneiden und alsdann die Schattenpunkte in diesen senkrechten Ebenen einzeln bestimmen.

§. 23.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer halbkreisförmigen Mauervertiefung, welche halbkugelförmig überwölbt ist, gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 22.)

Auflösung. Betrachtet man Grund- und Aufriß, so ergiebt sich Folgendes. Im Aufrisse sind die Kante $a' a^2$ und der Halbkreis $a^2 k' r'$ die schattenwerfenden Kanten. Denkt man sich an dem Halbkreise (rechts) die Linie o q unter 45 Grad gezogen, so ist diese eine Schattenrichtungslinie, welche aber an dem Halbkreise hinstreift und ihn in dem Punkte p berührt (als Tangente). Es wird also der Punkt p im Halbkreise der letzte sein, welcher einen Schatten hinter sich in die Halbkugel wirft. Es wird also aus demselben Grunde die Kante $p r'$ des Halbkreises erleuchtet sein und keinen Schatten mehr werfen.

Betrachtet man nun den Grundriß, so wirft der Punkt a seinen Schatten nach b. Der Punkt a im Grundrisse aber ist die Projection der ganzen Linie $a' a^2$ des Aufrisses. Zieht man von diesen Punkten die Richtungslinien $a^2 b^2$ und $a' b'$ und von dem Punkte des Grundrisses b normal hinauf die Linie $b\, b'\, b^2$, so ist die Linie $b' b^2$ die Grenze des Schattens von $a' a^2$.

Um nun die Schattenpunkte zu finden, welche der Halbkreis $a^2 k'$ bis p im Aufrisse in die Halbkugel hinein wirft, verfahre man folgendermaßen. Man nehme im Aufrisse die Punkte $a^2\, c'\, f'\, h'\, k'\, m$ an und ziehe von ihnen aus die wagerechten und parallelen Linien I, II, III, IV, so sind diese Linien die Projectionen wagerecht durch die Halbkugel gelegter Ebenen.

Um die Projectionen dieser wagerechten Ebenen auch im Grundrisse zu bestimmen, trage man aus dem Halbkreise des Aufrisses die Punkte $a^2\, c'\, f'\, h'$ nach dem Grundrisse in die Linie a r normal herunter, so daß a^2 nach a, c' nach c, f' nach f und h' nach h fällt.

Beschreibt man nun im Grundrisse aus dem Mittelpunkte k einen Halbkreis mit dem Halbmesser k c, so erhält man die Projection der Linie II im Aufrisse. Beschreibt man eben so aus k im Grundrisse mit dem Radius k f einen Halbkreis, so erhält man die Projection der Linie III des Aufrisses. Beschreibt man zuletzt im Grundrisse aus k mit dem Halbmesser k h einen Halbkreis, so erhält man die Projection der Linie IV des Aufrisses und folglich die Projectionen im Grundrisse der wagerecht durch die Halbkugel im Aufrisse gelegten Ebenen II, III, IV. Die Projection der Linie I im Aufrisse ergiebt im Grundrisse den Halbkreis, welcher den Umriß der Mauervertiefung ausmacht und mit dem Radius k a beschrieben ist.

Im Grundrisse sind die Projectionen der wagerechten Ebenen gleichlautend wie im Aufrisse mit I, II, III, IV bezeichnet.

Zieht man nun aus den Punkten des Aufrisses $c'\, f'\, h'\, k'\, m'$ Schattenrichtungslinien $c' d'$, $f' g'$, $h' i'$, $k' l'$, $m' n'$, und im Grundrisse eben so c d, f g, h i, k l, m n, so ist man nunmehr im Stande, alle Schattenpunkte zu finden.

Es wirft im Grundrisse der Punkt c seinen Schatten nach d, zieht man von d aufwärts die Normale $d\, d'$, so ist d' der Schattenpunkt von c' im Aufrisse.

Es wirft im Grundrisse der Punkt f seinen Schatten nach g, zieht man von g aufwärts die Normale $g\, g'$, so ist g' der Schattenpunkt von f' im Aufrisse.

Es wirft im Grundrisse der Punkt h seinen Schatten nach i, zieht man von i aufwärts die Normale $i\, i'$, so ist i' der Schattenpunkt von h' im Aufrisse.

Mit der Linie I im Aufrisse treten die Schattenpunkte in die Halbkugel hinein und liegen nicht mehr wie die vorigen auf einer gekrümmten senkrechten Fläche, es wird demnach auch ein etwas verändertes Verfahren für ihre Auffindung eintreten.

Es wirft der Punkt des Grundrisses k seinen Schatten nach l. Zieht man von l die Normale $l\, l^2$, so ist l^2 die Projection von l in der Linie des Aufrisses I. Sucht man nun eben so zu den Punkten des Grundrisses $l^3\, l^4\, l^5$ die Projectionen in den Linien des Aufrisses II, III, IV, so erhält man im Aufrisse die krumme Linie $l^2\, l'\, k'$, welche die Projection von der geraden Linie des Grundrisses $k\, l^5\, l^4\, l^3\, l$ ist. (I. Abtheil. Projectionslehre. §. 32.)

Denkt man sich nun im Grundrisse die Linie k l als die Grundlinie einer senkrechten Ebene, welche in der Nische auch im Aufrisse errichtet ist, so muß der Punkt k des Grundrisses seinen Schattenpunkt l dahin werfen, wo die Wölbung der Nische den Schattenstrahl des Aufrisses $k' l'$ trifft. (§. 22, siehe Anmerk.) Dies geschieht aber im Aufrisse bei l' und es ist mithin l' die Projection von dem Schattenpunkte des Grundrisses bei l.

Eben so wirft der Punkt m des Grundrisses seinen Schatten nach n. Sucht man wie vorhin die Projectionen der Punkte des Grundrisses $n\, n^2\, n^3\, m$ im Aufrisse in den Linien I, II, III, IV, so erhält man wieder eine krumme Linie, welche die Projection der geraden Linie des Grundrisses $m\, n^3\, n^2\, n$ ist.

Die Schattenrichtungslinie des Aufrisses $m' n'$ wird von der krummen Linie in n' getroffen. Es ist also n' der Schattenpunkt von n im Grundrisse.

Betrachten wir nun den Punkt des Grundrisses l, so ist er derjenige, wo eine Linie unter 45 Grad daran gezogen, an dem Halbkreise vorbei streifen wird (als Tangente). Es ist aber der Punkt des Grundrisses l zugleich der Projectionspunkt des Punktes p im Aufrisse. Es wird also im Grundrisse bei l und im Aufrisse bei p der Schattenstrahl vorbei streifen und der Punkt des Aufrisses p wird derjenige sein, wo der Schatten aufhört.

Die nach und nach gefundenen Punkte des Aufrisses p n' l' i' g' d' b^2 b' werden also die Grenze des Schattens angeben, welcher gesucht werden sollte.

Um sich zu überzeugen, daß die Punkte s u des Grundrisses keine Schatten mehr werfen werden, darf man nur die Linien s t und u v ziehen und ihre Projectionen im Aufrisse in den Linien I, II, III, IV suchen, so wird man finden, daß ihre Richtungslinien im Aufrisse schon außerhalb des Kreises fallen (da schon die Richtungslinie o p q des Aufrisses außerhalb fällt), daß sie also auch keinen Schatten in die Wölbung werfen können.

§. 24.

Aufgabe. Es sollen die Schatten an einem Säulenkapital gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 23.)

Auflösung. Nimmt man in der Linie des Grundrisses a n die Punkte a c f h k an, so liegen diese Punkte in derjenigen unteren Kante der viereckigen Platte, welche ihren Schatten unter sich wirft. Der Punkt a wirft seinen Schatten auf den Viertelstab nach b und auf den Säulenstamm nach b'. Im Aufrisse stimmen die Punkte b^2 b^3 mit den vorigen in ihrer Projection überein, sie werden also die Schattenpunkte von b und b' des Grundrisses sein. Eben so findet man für c d d' im Grundrisse c' d^2 d^3 im Aufrisse. Für f g f' im Grundrisse findet man f^2 g' f^3 im Aufrisse, für h i des Grundrisses h' i' im Aufrisse, für k k' des Grundrisses k^2 k^3 im Aufrisse.

Die viereckige Platte wird ferner ihren Schatten hinter sich an die Wand nach n^3 n^4 werfen, wo sich der Schatten des Viertelstabes anschließt. Nun suche man den Schatten des Viertelstabes auf die darunter befindliche viereckige Platte. Denkt man sich im Aufrisse eine Linie unter 45 Grad gegen den Viertelstab gezogen, so wird sie bei dem Punkte v den Viertelstab tangiren; von diesem Punkte wird der Schatten anfangen.

Eben so sucht man die Schatten, welche die beiden Plättchen und der untere Rundstab auf den Säulenschaft werfen.

Man muß hierbei nur Folgendes vor Augen behalten. Will man z. B. die Länge der Schattenlinie c' d^2 im Aufrisse finden, so sieht man im Viertelstabe die Projection desjenigen Querschnittes, welchen die Linie d d' im Grundrisse angiebt. Es wird im Aufrisse eine gekrümmte Linie entstehen, welche immer länger gezogen ist, je mehr die Schattenpunkte rechts hinrücken. An diese jedesmal gefundene Linie ziehe man eine gerade Linie unter 45 Grad, so daß sie die krumme Linie tangirt, dann ist der Tangirungspunkt derjenige, welcher einen Schatten hinter sich wirft. Die Länge dieses Schattens findet man aus dem Grundrisse, wenn man die an den Säulenschaft oder an die anderen Gliederungen anfallenden übereinstimmenden Schattenpunkte hinaufschneidet. Bei dem Punkte l des Grundrisses streifen die Lichtstrahlen vorbei, es wird also hier der sogenannte Mittelschatten beginnen, auch würde von diesem Punkte aus der Schlagschatten des Säulenschaftes auf die hinten befindliche senkrechte Wand gefunden werden, wenn er sichtbar wäre.

Man zeichne zur Uebung das Kapital recht groß, so wird man bei Annahme vieler Punkte die Schatten der verschiedenen Gliederungen sehr genau finden können. Bei der Kleinheit der Zeichnung konnte hier nur der Gang angegeben werden. Auch vergleiche man den hier folgenden Paragraph.

§. 25.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines Wulstes an einem Säulenfuße gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 24.)

Auflösung. Zieht man im Grundrisse die Schattenrichtungslinien a b, c d, e f, g h, i k, l m und betrachtet diese Linien zugleich als Projectionen durch den Wulst gelegter Ebenen, so ergiebt sich Folgendes: Wenn man im Aufrisse die wagerechten Linien I, II, III, IV zieht, so liegt die Projection dieser Linien im Grundrisse, in den Kreisen, welche man durch die Punkte I, II, III, IV beschrieben hat, und man ist nunmehr im Stande, die Projectionen der vorhin erwähnten durchgelegten Ebenen (§. 22, Anmerk.) im Aufrisse zu finden. Betrachten wir zuerst die Linie des Grundrisses a b, trägt man die Punkte dieser Linie, wo sie die Kreise I, II, III, IV schneidet, nach und nach im Aufrisse in die gleichbedeutenden Linien des Aufrisses I, II, III, IV, so erhält man im Aufrisse die Projection der nach der Richtung a b des Grundrisses durchgelegten Ebene, welche im Aufrisse durch den Punkt b' geht.

Trägt man eben so aus dem Grundrisse die Ebene c d hinauf, so erhält man im Aufrisse die Projection dieser Ebene, welche im Aufrisse durch den Punkt c' geht.

Trägt man eben so aus dem Grundrisse die Linie e f hinauf, so erhält man im Aufrisse die Projection dieser Ebene, welche im Aufrisse durch den Punkt d' geht.

Trägt man eben so aus dem Grundrisse die Linie g h hinauf, so erhält man im Aufrisse die Projection dieser Ebene, welche im Aufrisse durch den Punkt e' geht.

Trägt man eben so aus dem Grundrisse die Linie i k hinauf, so erhält man die Projection dieser Ebene im Aufrisse, welche durch die Punkte des Aufrisses f und h' geht.

Nachdem man nun im Aufrisse die Projectionen aller dieser Ebenen aus dem Grundrisse gefunden hat, ziehe man im Aufrisse unter einem Winkel von 45 Grad die Schattenrichtungslinien bei A A' A^2 A^3 A^4 A^5 A^6 A^7, und zwar so, daß sie an den Umrissen der gefundenen Ebenen vorbeistreifen (oder, was dasselbe ist, sie tangiren). Bemerkt man diejenigen Punkte, wo die Linien A A'.... die krummen Linien berühren, so ergeben sich die Punkte des Aufrisses a' b' c' d' e' f' h' k'. Verbindet man nun diese Punkte durch eine Linie, so zeigt diese Linie den Umriß desjenigen Schattens (Mittelschattens), welcher auf dem Wulst entsteht. Unterhalb der Punkte a' b' c'.... nämlich hören die Lichtstrahlen auf zu beleuchten, weil sie nur vorbeistreifen.

Dasselbe wird bei dem Punkte g' des Aufrisses der Fall sein und deshalb wird die gesuchte Linie auch durch diesen Punkt gehen.

Aus diesem Beispiele ergeben sich zugleich die Auffindung der Schatten für alle nach außen (convex) oder auch nach innen (concav) gebogene und zugleich im Grundrisse kreisrunde Gliederungen, deren man zur Uebung mehrere beliebige zeichnen kann.

§. 26.

Aufgabe. Es sollen die Schatten für den Aufriß eines Gesimses gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 25.)

Auflösung. Zieht man an dem oberen Viertelstabe die Linie a b unter 45 Grad, so daß sie den Viertelstab tangirt, so wird der Punkt a seinen Schatten nach b werfen. Denkt man sich durch den Punkt a eine wagerechte Linie gezogen, so werden alle Punkte dieser Linie einen Schatten unter sich, so gut wie der Punkt a, und auch eben so weit werfen. Zieht man also durch den Punkt b eine wagerechte (punktirte) Linie, so ist diese die Schattenlinie.

Eben so wird der Punkt c seinen Schatten bis d werfen. Die wagerechte Linie aber, welche durch c geht, ist die untere schattenwerfende Kante der Hängeplatte, und jeder Punkt derselben wird einen Schatten unter sich werfen, eben so tief, wie die Linie c d lang war; es wird also die wagerechte (punktirte) Linie, welche durch d gezogen ist, den Schatten der Unterkante der Hängeplatte bezeichnen.

Die Kehlleiste, welche sich unter der Hängeplatte befindet, wird also ganz im Schatten zu liegen kommen; eben so oberhalb das Plättchen und die Hohlkehle, welche sich unter dem Viertelstabe befinden.

Man ersieht ferner, daß das Aufsuchen der Schatten wagerecht fortlaufender und übereinander liegender Gliederungen keine Schwierigkeiten darbietet.

§. 27.

Aufgabe. Es sollen die Schatten eines im Grundrisse gezeichneten Gesimses gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 25.)

Auflösung. Zu diesem Zwecke muß man sich den Aufriß des Gesimses umgestürzt denken, so daß die oberste Kante desselben, F G, in der wagerechten Ebene liegend gedacht wird. Es wird also die Linie des Aufrisses F G unten und der Punkt d des Aufrisses oben zu denken sein. Denkt man sich ferner das ganze Gesims bei d abgeschnitten, so wird jetzt die Kante d f des Aufrisses die äußerste Höhenkante des Gesimses bedeuten.

Der Punkt des Aufrisses d aber wird unter 45 Grad seinen Schatten bis zu dem Punkte A des Aufrisses in die wagerechte Grundebene werfen (wovon jetzt die Linie F G des Aufrisses die Projection bedeutet). Eben so wird die ganze Kante d f des Aufrisses ihren Schatten eben so weit in die Grundebene werfen. Im Grundrisse ist der Punkt B die Projection des Punktes d im Aufrisse. Zieht man nun im Grundrisse unter 45 Grad die Richtungslinie B N und trägt die Breite des Schattens aus dem Aufrisse herunter, so wird man finden, daß die Linie B N des Grundrisses bis zur Schattenlinie A K des Grundrisses herunterreichen würde, wenn man B N hinlänglich verlängert hätte. Ferner wirft der Punkt B des Grundrisses seinen Schatten bis bei E in die Tropfrinne hinein.

Der Projectionspunkt von B im Aufrisse ist der Punkt O im Grundrisse, und die Richtungslinie O M des Grundrisses wird bei M durch die Schattenlinie D M geschnitten. Betrachtet man nämlich im Aufrisse den Punkt D, so deutet er denjenigen Punkt der Kehlleiste an, wo die Lichtstrahlen vorbeistreifen; es wird dies aber bei jedem Punkte der Kehlleiste geschehen, welcher mit D in einer wagerechten Linie liegt. Nun ist im Grundrisse der Punkt D′ die Projection von D im Aufrisse und die Linie des Grundrisses D M wird die schattenwerfende Kante der Kehlleiste sein. Der Punkt des Aufrisses D wirft seinen Schatten bis E. Im Grundrisse ist G die Projection von H im Aufrisse; es wird also im Grundrisse die Linie E L die Schattenbreite angeben, welchen Schatten der Punkt D des Aufrisses bis E wirft, und welcher sich in der Linie E L des Grundrisses darstellt. Im Aufrisse wirft der Punkt H seinen Schatten nach J. Im Grundrisse ist die Projection dieses Schattens durch die Linien $E' E^2$ und $E^2 E^3$ ausgedrückt. Im Aufrisse wirft der Punkt a seinen Schatten nach F. Im Grundrisse ist der Schatten davon die Linie a P, denn der Punkt a des Aufrisses stellt die ganze schattenwerfende Kante des Viertelstabes vor. Endlich wirft diese Kante im Grundrisse nach der Linie H F F′ einen Schatten und bei F′ schließt er sich dem Schatten der Hängeplatte an.

§. 28.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines **vor** einer senkrechten Ebene stehenden Kreuzes auf diese senkrechte Ebene gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 26.)

Auflösung. Man wird sich das Schattensuchen für diesen Fall, so wie für viele ähnliche sehr erleichtern, wenn man zuerst die vordere Fläche des gegebenen Körpers als schattenwerfend betrachtet und für dieselbe den Schatten an der Wand so sucht, als stände diese vordere Fläche allein (ohne Dicke) vor der senkrechten Wand. Ist dies geschehen, so sucht man in gleicher Weise den Schatten für die hintere Fläche allein, und verbindet alsdann diese beiden gefundenen Schatten in ihren zusammenstimmenden Endpunkten, um den Schatten des ganzen Körpers zu finden. Das gegebene Beispiel wird dies deutlicher machen.

Betrachtet man den Grundriß, so ist die Linie a f k m die Projection der ganzen vorderen Fläche des Kreuzes.

Eben so ist im Grundrisse die Linie c h q o die Projection der ganzen hinteren Fläche des Kreuzes.

Nun bestimme man die vordere Fläche als Schattenfläche.

Der Punkt a des Grundrisses wirft seinen Schatten nach b. Es ist a der Projectionspunkt von a' und a^2 im Aufrisse. Zieht man von diesen die Richtungslinien $a^2 b^2$ und $a' b'$ und schneidet von b nach b' und b^2 hinauf, so ist $b' b^2$ die erste gefundene Schattenlinie.

Eben so wirft der Punkt f des Grundrisses seinen Schatten nach g. Der Punkt f aber ist die Projection der Punkte $f' f^2 f^3$ im Aufrisse, zieht man von diesen aus die Richtungslinien und schneidet von g aus die Punkte $g' g^2 g^3$ an, so hat man wieder eine schattenwerfende Kante gefunden.

Eben so wirft der Punkt k seinen Schatten nach l. Der Punkt k aber ist die Projection der Punkte $k' k^2 k^3$. Zieht man von diesen Punkten die Richtungslinien und schneidet den Punkt l nach $l' l^2 l^3$ hinauf, so erhält man wieder eine Schattenkante.

Eben so wirft der Punkt des Grundrisses m seinen Schatten nach n. Der Punkt m aber ist die Projection der Punkte $m' m^2$ im Aufrisse und diese werfen ihren Schatten nach $n' n^2$.

Ferner wirft aus ganz gleichen Gründen die Linie des Grundrisses a f ihren Schatten nach $b^2 g^2$ des Aufrisses, weil a f die Projection der ganzen Fläche $a^2 f^2 f^3 a'$.

Eben so wirft die Linie k m des Grundrisses ihren Schatten nach $l^2 n'$ und $l^3 n^2$.

Ganz in gleicher Weise findet man den Schatten der hinteren Kreuzfläche, wenn man für die Punkte c h q o des Grundrisses die Schattenpunkte d e g p bestimmt und die dazu gehörigen Schattenpunkte im Aufrisse sucht.

Zieht man alsdann noch im Aufrisse die Linien $d^2 b'$, $g' l'$ und $p' n'$, so sind diese Linien die Schattenkanten von den Grundrißprojectionen a c, k g, m o, und der Schatten des Kreuzes ist gefunden.

§. 29.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines von einer senkrechten Wand abstehenden prismatischen Körpers gefunden werden, welcher eine prismatische Oeffnung hat. (Taf. 6 Fig. 27.)

Auflösung. Man verfahre ganz ähnlich, wie im vorigen §. 28; man suche nämlich zuerst den Schatten der vorderen Fläche und dann den Schatten der hinteren Fläche.

Die Punkte des Grundrisses $f\,k\,n$ werfen ihre Schatten nach $g\,l\,o$ und im Aufrisse übereinstimmend nach $g'\,l^2\,o'$. Die Punkte des Grundrisses $a\,c\,h\,m$ werfen ihre Schatten nach $b\,d\,g\,i\,l$ und im Aufrisse nach $b'\,l'\,g'\,l^2$. Zieht man nun noch $l'\,o'$, so ist diese Linie die Schattenkante von $n\,m$ des Grundrisses, und das Rechteck im Aufrisse $g'\,w\,z\,v$ wird nicht vom Schatten bedeckt werden.

§. 30.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer achteckigen Pyramide gefunden werden, welche vor einer senkrechten Ebene steht. (Taf. 6. Fig. 28.)

Auflösung. Es stelle im Grundrisse die Linie **A B** die Projection der senkrechten Ebene vor, an welcher die Pyramide steht. Denkt man sich im Scheitelpunkte g des Grundrisses die Richtungslinie des Schattens $g\,g^3$ gezogen, eben so im Aufrisse von dem Scheitel g' die Linie $g'\,g^2$, und schneidet man aus dem Grundrisse g^3 nach g^2 hinauf, so hat man den Schatten des Scheitelpunktes gefunden. Denkt man sich ferner im Grundrisse die Linien $a\,b\,c$ und $d\,e\,f$ gezogen, und zieht man von a und b durch f die Richtungslinie bis b^3 und von d durch e die Richtungslinie $c\,e^3$, so wirft der Punkt des Grundrisses a seinen Schatten nach b^3 und im Aufrisse nach a^2. Eben so wirft der Punkt b seinen Schatten im Grundrisse nach b^3 und im Aufrisse nach b^2. Es ist also die Linie $a^2\,b^2$ im Aufrisse die Schattenlinie von $a\,b$ im Grundrisse, und b^2 der Schattenpunkt von b^3.

Eben so findet man für die Linie des Grundrisses $d\,e$ den Schattenpunkt e^3 und im Aufrisse die Linie $d'\,e'$. Es sind also im Aufrisse die Punkte $b^2\,e^2$ die Schattenpunkte der Kante $g\,b\,e$ des Grundrisses, und wenn man im Aufrisse die Linie $g^2\,b^2\,e^2$ zieht, so hat man die Schattenlinie der einen Seite. Zieht man auf der andern Seite der Achse die Linie $g^2\,h$ unter gleichem Winkel gegen die Achse, wie $g^2\,b^2\,e^2$, so erhält man die andere Schattenkante.

Man kann sich im Grundrisse $a\,b$, $b\,c$ und $d\,e$, $e\,f$ als die Seiten durch das Prisma gelegter Ebenen denken und für jede dieser freischwebenden Ebenen den Schatten an der senkrechten Wand suchen, wodurch man sich die Vorstellung noch erleichtern und dasselbe Ergebniß wie vorhin finden wird.

§. 31.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines Cylinders gefunden werden, welcher in der Mitte eine kreisrunde Oeffnung hat (wie ein Mühlstein gestaltet ist). (Taf. 6 Fig. 29.)

Auflösung. Betrachtet man den Grundriß, so übersieht man leicht, daß man, um den Schatten des ganzen Körpers zu finden, nur nöthig hat, erst den Schatten der vorderen Fläche, dann den Schatten der hinteren Fläche zu suchen und diese beiden Schatten mit einander zu verbinden. Es sind hier nur diejenigen Punkte aufgesucht worden, welche sichtbar werden, da der Schatten der ganzen hinteren Fläche zum Theil von dem Körper, zum Theil von dem Schatten der vorderen Fläche verdeckt wird. Zieht man im Grundrisse die Richtungslinien $g\,h$, $i\,k$, $e\,f$, $a\,b$ und $c\,d$, so ist f' im Aufrisse der Schattenpunkt für den Mittelpunkt der Kreise, und folglich f' auch Mittelpunkt für die beiden Schattenkreise, und man hat nur nöthig, mit den Halbmessern der beiden gegebenen Kreise die Kreisstücken $f^2\,k'\,h'$ und $b'\,d'\,m$ aus dem Punkte f' zu ziehen, um den Schatten der vorderen Kreisfläche zu finden.

Bei dem Punkte a' des Aufrisses streifen die Lichtstrahlen vorbei. Die Projection von a' ist a im Grundrisse, welches seinen Schatten nach b wirft, es wird demnach $a'\,b'$ die Verbindungslinie der vorderen und hinteren Kreisschattenfläche werden, wovon man sich sogleich überzeugen kann, wenn man den Schatten für die hinteren Kreisflächen wirklich sucht, ihr Mittelpunkt liegt im Aufrisse bei n'.

Man wird die Schattenkreise ebenfalls ganz übereinstimmend finden, wenn man in den Kreisen einzelne Punkte im Aufrisse annimmt, wie $g'\,i'\,e'\,a'$, davon die Projectionen in den Grundriß trägt, im Aufrisse und Grundrisse die nöthigen Richtungslinien der Schattenstrahlen zieht und die Schattenpunkte, wie bisher immer, aus dem Grundrisse hinauf schneidet, wo man alsdann die Punkte $h'\,k'\,f^2\,a'\,b'\,c\,d'\,m$ finden wird, welche in den Schattenkreisen liegen. Je mehr Hülfspunkte man annimmt, desto genauer würde man die Kreislinien der Schatten finden, wenn man ihre Mittelpunkte nicht suchen wollte.

Anmerkung 1. Es stehe derselbe Cylinder mit seiner wagerechten Achse normal gegen die senkrechte Wand, man soll seinen Schatten auf der Wand finden. (Taf. 6 Fig. 30.)

Um diese Aufgabe zu lösen, bemerke man Folgendes. Im Aufrisse bezeichnen die Punkte $a^2\,a^3$ die Mittelpunkte der vorderen und hinteren Kreisebene und zugleich die Linie $a^2\,a^3$ die den Mittelpunkten wagerecht gegenüber liegenden Verbindungslinien der inneren Höhlung, und der äußeren Verbindungslinien des wagerechten Durchmessers.

Die Linien $b^2\,b^3$ und $g'\,g^2$ bezeichnen die Verbindungslinien der kleineren Kreise, wenn man dieselben in acht gleiche Theile theilt; die Linien $c^2\,c^3$ und $e^2\,e^3$ die oberen und unteren Verbindungslinien der kleinen Kreise, $d^2\,d^3$ und $h^2\,h^3$ die Verbindungslinien der beiden großen Kreise, wenn man dieselben in acht gleiche Theile theilt; $f^2\,f^3$ und $k^2\,k^3$ endlich die oberen und unteren Verbindungslinien der großen Kreise.

Dieselben übereinstimmenden Bezeichnungen sind für den Grundriß gewählt, so daß z. B. $a^2\,a^3$ des Aufrisses mit $a\,a'$ des Grundrisses übereinstimmt u. s. w.

Um nun den Schatten des Körpers an der senkrechten Wand zu finden, suche man zuerst den Schatten des vorderen Kreises, dessen schattenwerfende Punkte im Grundrisse $a\,b\,c\,d\,f\,g\,e\,h\,k$ sind, von diesen ziehe man die Richtungslinien bis an die senkrechte Wand im Grundrisse. Alsdann ziehe man im Aufrisse von den Punkten $a^2\,b^2\,c^2\,d^2\,f^2\,g^2\,e^2\,h^2\,k^2$ die Schattenrichtungslinien und schneide aus dem Grundrisse die übereinstimmenden Schattenpunkte an der Wand hinauf, so findet man den Schatten der vorderen Fläche, deren Mittelpunkt **M** sein wird.

Eben so suche man den Schatten für die hintere Fläche des Körpers. Verbindet man die gefundenen Kreise, so hat man den Schatten des ganzen Körpers.

Es ist hier der ganze Schatten gezeichnet worden, obgleich die Hälfte davon unter die Grundlinie fällt und nicht sichtbar sein würde; denkt man sich aber den Körper gleichsam an der senkrechten Wand schwebend und die senkrechte Ebene dahinter tief genug herunterreichend, so wird der Schatten auf derselben sich so zeigen, wie er Fig. 30 vorgestellt ist.

§. 32.

Schlußbemerkungen zu den Schatten-Constructionen.

Nachdem in dem Vorangegangenen die Auffindung der zugehörigen Schatten an mannigfaltigen Beispielen gezeigt worden ist, können wir folgende Schlüsse daraus ziehen, um das Verfahren bei dem Aufsuchen der Schatten in der Anwendung zu erleichtern.

1) Man thut sehr gut, immer nur den Schatten zu suchen, welchen ein einzelner Punkt auf eine bestimmte Ebene wirft, da auch die schwierigste Linie immer aus vielen Punkten zusammengesetzt betrachtet werden kann. Sucht man nun nach und nach den Schatten, welchen die einzelnen Punkte einer Linie werfen, so findet man auch nach und nach den Schatten jeder beliebig gestalteten ganzen Linie.

Da ferner jede Ebene durch Linien begrenzt wird, so findet man auf demselben Wege (durch das Aufsuchen einzelner Schattenpunkte) auch den Schatten ganzer Flächen, wenn man die Schatten der begrenzenden Linien aufsucht. Da ferner die Körper wieder durch Flächen begrenzt werden, so findet man die Schatten der Körper, wenn man die Schatten der sie begrenzenden Flächen aufsucht, welches aber alles durch das Aufsuchen einzelner schattenwerfender Punkte nach einander geschehen kann.

Es folgt hieraus, daß wenn man im Stande ist, den Schatten eines einzelnen Punktes überhaupt zu finden, so ist man auch im Stande, den Schatten jeder Linie, jeder Fläche und jedes Körpers zu finden, wenn man recht viele schattenwerfende Punkte annimmt und ihre Schatten einzeln nach einander bestimmt.

2) Bestehen die Körper aus Zusammensetzung mehrerer einzelner Stücke, so erleichtert es das Verfahren sehr, wenn man die Schatten der einzelnen Stücken nach einander sucht, z. B. wenn der Körper eine Deckplatte hat, so sucht man erst den Schatten des Körpers allein und dann den Schatten der Deckplatte auch allein, und umgekehrt. Stände derselbe Körper an einer senkrechten Wand, so suchte man hiernach erst den Schatten des Körpers auf die Wand, dann den Schatten der Deckplatte auf die Wand und endlich den Schatten der Deckplatte auf den Körper.

3) Das Aufsuchen des Schattens eines Körpers erleichtert man sich ferner, wenn man zuerst den Schatten für sich allein sucht, welchen die vordere Ebene wirft; dann den Schatten wieder für sich allein findet, welchen die hintere Ebene wirft, und zuletzt die Verbindungslinien der beiden Schattenebenen bestimmt.

Im Ganzen aber übersieht man hiernach, daß man immer auf die nach und nach erfolgende Bestimmung einzelner Schattenpunkte zurück geführt wird.

4) Bei einwärts (concav) oder auswärts (convex) gekrümmten Flächen, auf welche Schatten fallen, thut man am besten, sich durchgelegte senkrechte Ebenen zu denken, in welchen man die einzelnen Längen der Schattenstrahlen bestimmt, wie wir z. B. bei der Nische Taf. 6 Fig. 22 gezeigt haben.

5) Nochmals muß erinnert werden, daß das Aufsuchen der Schatten in weiter nichts besteht, als in dem Aufsuchen der Projectionen der Länge der Schattenstrahlen. Wenn man also im Stande ist, mit Leichtigkeit die Projectionen gegebener Punkte auf ebenfalls gegebenen Ebenen aufzusuchen, so wird auch das Auffinden der Schatten keine Schwierigkeit darbieten; wäre man aber dagegen mit dem Auffinden von Projectionen nicht hinlänglich vertraut, so wird man auch niemals im Stande sein, die zu suchenden Schatten bestimmen zu können.

6) Der Umstand, dessen wir bei dem Zeichnen der Projectionen erwähnten, daß man nämlich nur durch das Aufsuchen selbst und nicht durch das bloße Betrachten und Verstehen der in dem Buche befindlichen Figuren und Beispiele, Fertigkeit im Schatten- (und Projections-) Zeichnen erhalten wird, gilt auch hier; nur wenn man alle im Buche gegebenen Beispiele auf einem besonderen Reißbrette Schritt für Schritt verfolgt, wird man nach und nach das Auffinden gegebener Schatten bald erlernen, sonst niemals.

B. Tuschen der Körper und Schatten.

§. 33.

Erklärung. Unter Tuschen versteht man die Abtönung gezeichneter Flächen oder Körper mit einer beliebigen Färbung, um die verschiedenen Lagen der Ebenen gegen einander dem Auge bemerkbar zu machen, auch die verschiedenen Vor- oder Rücksprünge darzustellen und überhaupt die Form der Körper in ihrer Eigenthümlichkeit dem Beschauer deutlich zu machen.

2) Der Farbenton, mit welchem man tuscht, ist gleichgültig, er kann schwarz, braun, röthlich ꝛc. sein, nur geschieht es gewöhnlich mit einerlei Farbenton, schwarz oder braun.

3) Das Tuschen findet, in oben erwähntem Sinne, meistentheils bei sogenannten geometrisch gezeichneten Körpern statt.

4) Man bedient sich dazu gewöhnlich der schwarzen chinesischen Tusche, eines Pinsels und eines Tuschnäpfchens von Glas oder Porzellan. Es wird nicht überflüssig sein, über diese Werkzeuge Einiges zu sagen.