



Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 6. Aufgabe. Es soll der Schatten einer dreieckigen Platte gefunden werden, welche aus einer senkrechten Wand hervorspringt. (Taf. 5 Fig. 5.)

[urn:nbn:de:hbz:466:1-66132](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-66132)

tenlinie für die obere Kante des Grundrisses FD und die Figur BD^2D^3D im Aufrisse der Schatten, welchen das Prisma an die Wand wirft.

Da die Sonne hoch oben über dem Körper steht, so wird seine obere Fläche (wovon die Linie AB des Aufrisses die Projection ist) beleuchtet sein.

Der Körper warf außer dem im Aufrisse sichtbaren Schatten auch im Grundrisse einen sichtbaren Schatten DFD' , welcher aber in der Aufrißzeichnung nicht sichtbar wird, da seine Projection dort mit der Grundlinie der senkrechten Wandebene zusammenfällt.

Eben so ist der Schatten des Aufrisses im Grundrisse nicht sichtbar, denn er fällt hier mit der Linie DD^3 zusammen.

Wir haben uns hier etwas weiltläufig über die Auffuchung des Schattens ausgelassen, weil wir uns künftig oft auf diesen §. beziehen werden.

§. 5.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer viereckigen, aus einer senkrechten Mauer vorspringenden Platte gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 4.)

Auflösung. Oberhalb befindet sich der Aufriß und unterhalb der zugehörige Grundriß.

Betrachten wir zuerst den Grundriß.

Die Linie $a a'$ ist die Projectionslinie der Richtung der Sonnenstrahlen, welche mit ihr parallel sind. Es ist demnach die Seite CE und CD beleuchtet, da die Lichtstrahlen darauf auf fallen. Die Seite EF ist unbeleuchtet, denn sie lehnt sich an die Mauer. Bei der Seite DF streifen die Lichtstrahlen vorbei, sie ist also nicht beleuchtet.

Betrachten wir nun den Aufriß.

Die Sonne steht unter einem Winkel von 45 Grad oberhalb und beleuchtet die vorspringende Platte $ACBD$. Die obere Fläche, deren Projection die Linie AB ist, wird beleuchtet.

Die vordere Fläche $ACBD$ ist beleuchtet. Die Seitenfläche, deren Projection die Linie BD ist, ist nicht beleuchtet, wird also einen Schatten hinter sich an die Wand werfen.

Die ganze untere Fläche der Platte, deren Projection die Linie CD ist, ist nicht beleuchtet, sie wird also einen Schatten unter sich an die Wand werfen. Die Projection der untern Fläche ist die Linie CD , es wird also diese die schattenwerfende sein. Nimmt man in dieser Linie die Punkte $a^2 b^2 c^2 D$ an und zieht die Linien $a^2 a^3, b^2 b^3, c^2 c^3, DD^2$, so hat man die Richtungslinien des Schattens. Die Seite der Platte, deren Projection die Linie BD ist, wirft einen Schatten hinter sich und seine Richtungslinien werden die Linien DD^2 und BD^3 sein.

Um nun die Länge dieser Richtungslinien des Schattens im Aufrisse bestimmen zu können, müssen wir zum Grundrisse zurückkehren.

Der Punkt a wirft seinen Schatten bis an die Wand bei a' , es ist also die Linie $a a'$ die Projection der Länge des Lichtstrahles, welcher unter einem Winkel von 45 Grad von dem oben liegenden Punkte a nach dem unten an der Wand liegenden Punkte a' fällt.

Eben so ist im Aufrisse die Linie $a^2 a^3$ die Projection desselben Lichtstrahles. Um nun die Länge desselben zu finden, braucht man nur von a' im Grundrisse normal nach a^3 im Aufrisse hin-

auf zu ziehen, so schneidet sich in a^3 die Länge des Lichtstrahles $a^2 a^3 ab$; denn die Linie des Grundrisses $a a'$ ist die Projection davon. Eben so findet man die Längen für $b^2 b^3, c^2 c^3, DD^2$, und man hat nunmehr den Schatten der unteren Fläche der Platte gefunden.

Um den Schatten derjenigen Seitenfläche zu finden, wovon die Linie BD im Aufrisse die Projection ist, betrachte man wieder den Grundriß.

Dieselbst ist die Linie DF die Projection der Seitenansicht der Platte. Die Linie DF ist zugleich die obere Kante dieser Fläche und wird einen Schatten hinter sich an die Wand werfen.

Der Punkt D wirft seinen Schatten nach D' im Grundrisse. Zieht man von D' eine Normale bis D^2 im Aufrisse, so bestimmt sich die Länge der Linie DD^2 im Aufrisse. Zieht man von D' im Grundrisse eben so eine Normale bis D^3 im Aufrisse, so ist BD^3 im Aufrisse seiner Länge nach bestimmt, und es ist $DD^2 D^3 B$ die Gestalt des Schattens von der Seitenfläche, deren Projection die Linie des Aufrisses DB ist. Nun hat man den ganzen Schatten gefunden, welchen die Platte auf die Wand wirft, seine Gestalt wird durch die Punkte $BD^3 D^2 a^3 a^2$ bestimmt. Im Grundrisse wird man von diesem Schatten nichts zu sehen bekommen, denn da er eine ebene Fläche bildet und in der senkrechten Ebene liegt, so wird seine Projection im Grundrisse in die verlängerte Linie EF fallen, welche die wagerechte Projection der oberhalb gedachten senkrechten Wandfläche ist, aus welcher die Platte hervorsteht. Man vergleiche nochmals die §§. 1 bis 4.

§. 6.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer dreieckigen Platte gefunden werden, welche aus einer senkrechten Wand hervorspringt. (Taf. 5 Fig. 5.)

Auflösung. Die Figur $ABCDEF$ zeigt die dreieckige Platte im Aufrisse und die Figur FED dieselbe im Grundrisse darunter.

Betrachten wir zuerst den Grundriß.

Die unter 45 Grad gezogene Linie $a a'$ bezeichnet die Richtungslinie der Lichtstrahlen. Denkt man sich deren mehrere parallel mit einander, so fallen sie auf die Seite FE , dieselbe wird also beleuchtet sein. Der Lichtstrahl EE' streift an der Seite ED vorbei, dieselbe wird also nicht beleuchtet sein und einen Schatten hinter sich werfen.

Da die Sonne oberhalb der Platte steht, so wird die obere Fläche derselben beleuchtet sein, die untere Fläche aber wird dunkel bleiben und einen Schatten unter sich werfen.

Betrachten wir nun den Aufriß, so ist die Fläche $ABEF$ beleuchtet, die Fläche $BEC D$ ist nicht beleuchtet, eben so ist die untere Fläche der Platte, deren Projection die Linie FED ist, nicht beleuchtet, und diese Linie wird einen Schatten unter sich werfen.

Zieht man nun die schattenwerfenden Punkte des Grundrisses $F a E b D$ normal in den Aufriß hinauf nach $F a' E b' D C$, so hat man im Aufrisse die schattenwerfenden Punkte bestimmt. Zieht man von diesen die Richtungslinien $a^2 a^3, E E^2, B B^2, b^2 b^3$, und schneidet man aus den übereinstimmenden Punkten des Grundrisses normal hinauf in diese Richtungslinien (wie §. 5), so erhält man die Punkte $F a^3 E^2 B^2 b^3 C$. Verbindet man nun den Punkt F mit a^3, a^3 mit E^2, E^2 mit B^2, B^2 mit b^3 und b^3 mit C , so geben diese Endpunkte zugleich die Gestalt des

Schattens im Aufrisse an. Im Grundrisse wird kein Schatten sichtbar werden, weil seine Projection in die Linie FD des Grundrisses fallen wird.

Die Schattenlinien $a'a'$ und $b'b'$ des Grundrisses und ihre übereinstimmenden des Aufrisses a^2a^3 und b^2b^3 sind nur angenommen worden, um zu zeigen, daß der Schatten der Unterkante FA des Aufrisses in die gerade Linie Fa^3E^2 fallen wird. Eben so bildet die Kante BC des Aufrisses die Linie Bb^3C im Schatten, ferner wirft die senkrechte Kante des Aufrisses BE ihren Schatten nach $B'E^2$.

§. 7.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer dreieckigen Platte, welche aus einer senkrechten Wand hervorragt, gefunden werden, wenn die Platte an der vordern Spitze einen rechten Winkel bildet.

Auflösung. (Taf. 5 Fig. 6.) Es sei die gegebene Platte im Aufriß $ABCDEF$, im Grundrisse FED . Zieht man im Grundrisse die Richtungslinie $a'a'$, so sieht man, daß die Linie FE erleuchtet wird (§. 6). An der Linie ED geht der Lichtstrahl in gleicher Richtung hin, ohne daß die Fläche, deren Projection die Linie ED ist, erleuchtet würde, da die Linie ED sich unter 45 Grad neigt, wie die Lichtstrahlen selbst.

Es wird der Punkt F keinen Schatten hinter sich werfen, da er an der Wand selbst liegt. Der Punkt a wird seinen Schatten nach a' werfen, so wie der Punkt E nach D .

Gehen wir nun zum Aufrisse über, so ist die obere nicht sichtbare Fläche der Platte erleuchtet, weil die Sonne darauf scheint; die senkrechte Fläche $ABEF$ ist ebenfalls erleuchtet. Die senkrechte Fläche $BCDE$ ist nicht erleuchtet, da die Sonnenstrahlen, welche unter 45 Grad einfallen, nur eben daran parallel hinfahren, ohne auf die Fläche aufzufallen. Die untere Fläche der Platte, deren Projection die Linie FED ist, bleibt dunkel, und diese Fläche wird einen Schatten werfen.

Zieht man demnach die Richtungslinien a^2a^3 und EE' willkürlich lang, so ergibt sich Folgendes.

Der Anfangspunkt des Schattens ist bei F und F des Grund- und Aufrisses. Der Punkt a wirft seinen Schatten nach a' , und wenn man von hier aus die Normale $a'a^3$ zieht, so liegt der Schattenpunkt a' in a^3 . Der Punkt E im Grundrisse wirft seinen Schatten an die Wand nach D . Der Punkt E im Grundrisse aber ist der Projectionspunkt für E und B im Aufrisse, mithin wird die Projection seines Schattenpunktes D nach E' und B^2 im Aufrisse fallen. Der Punkt B im Grundrisse ist der Projectionspunkt von B' im Aufrisse, der Punkt B im Grundrisse wirft seinen Schatten ebenfalls nach D im Grundrisse. D im Grundrisse aber ist der Projectionspunkt für $E'B^2$ und D im Aufrisse, und folglich fallen alle in der Linie des Grundrisses anzunehmende Schattenpunkte in den Punkt D des Grundrisses und im Aufrisse in die gerade und senkrechte Linie $E'B^2DC$, und der Schatten, welchen die Platte nach unten hin wirft, hat seine Begrenzungen in den Punkten des Aufrisses $Fa^3E'B^2D$.

Im Grundrisse wird man keinen Schatten zu sehen bekommen, denn da sich die obere Schattenfläche in einer senkrechten Ebene befindet, so fällt ihre Projection im Grundrisse in die verlängerte Linie FD .

§. 8.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer halbkreisförmigen Platte gefunden werden, welche aus einer senkrechten Wand hervorsteht. (Taf. 5 Fig. 7.)

Auflösung. Betrachten wir zuerst den Grundriß, so ist $HGFE$ die Platte. Zieht man die Richtungslinie der Lichtstrahlen $a'a'$ und mit ihr parallel GG' und FE , so wirft der Punkt H keinen Schatten. Der Punkt a wirft seinen Schatten unterhalb an die Wand nach a' , der Punkt G nach G' , der Punkt F nach E .

Im Aufrisse ist die Fläche $ABHG$ beleuchtet, eben so die Fläche $BGCF$, dagegen ist die Fläche $CFED$ nicht beleuchtet und wirft einen Schatten hinter sich.

Trägt man nun den Punkt a aus dem Grundrisse nach a^2 im Aufrisse und zieht im Aufrisse die Richtungslinien a^2a^3 , GG' , FF' , CC' willkürlich lang, und dann aus dem Grundrisse aufwärts die Normalen $a'a^3$, $G'G^2$, EF' , EC , EE' , so ist im Aufrisse $H a^3 G^2 F' C' E$ die Gestalt des gesuchten Schattens.

Der Schatten der Kante CD fällt im Aufrisse mit dem Schatten der Kante CF deswegen in der geraden Linie $DEC'F'$ zusammen, weil die Kante CD , wie der Grundriß (bei FE) zeigt, einen Winkel von 45 Grad macht und also alle Schattenpunkte, welche man in der Linie FE annehmen würde, nach E im Grundrisse fallen müßten. Da aber E der Projectionspunkt für $F'C'ED$ im Aufrisse ist, so wird der Schatten eine senkrechte Linie, wie die Figur zeigt.

Im Grundrisse ist wieder kein Schatten sichtbar, da er, als in der senkrechten Fläche der Wand liegend, in seiner Projection im Grundrisse in die Linie HE und ihre Verlängerung fallen muß. Im vorliegenden Falle wird die Linie HE selbst diese Projection sein.

§. 9.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer aus der senkrechten Wand vorspringenden halbkreisförmigen Platte gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 8.)

Auflösung. Betrachten wir zuerst den Grundriß. Die Lichtstrahlen $a'a'$, $b'b'$, $d'd'$, eC bis $f'f'$ erleuchten die vordere Fläche der Platte. Bei dem Punkte f hört die Beleuchtung auf, und die obere Kante der Platte von f bis C wird einen Schatten hinter sich an die Wand werfen. Betrachten wir nun den Aufriß. Der Theil der vorderen Fläche ADf^2f^3 wird beleuchtet sein, der Theil f^3f^2CB wird nicht beleuchtet sein und die obere Kante f^3B desselben wird einen Schatten hinter sich werfen, so wie die senkrechte Linie f^3f^2 , weil auf diesem Punkte (wie bei der achteckigen Platte §. 8) die Lichtstrahlen vorbei streifen, wie im Grundrisse bei dem Punkte f zu sehen ist. Die untere Fläche der Platte ist nicht erleuchtet und wird demnach einen Schatten hinter sich werfen.

Kehren wir nun zum Grundrisse zurück.

Die Halbkreislinie ist die Projection, sowohl der unteren als oberen Kante der senkrechten Fläche der Platte. Nehmen wir nun in diesem Halbkreise die Punkte $abdefg$ an und ziehen von ihnen aus die Richtungslinien der Lichtstrahlen, so wirft der Punkt a seinen Schatten nach a' , der Punkt b nach b' u. s. w. an die Wand unterhalb. Trägt man nun die Punkte abd normal hinauf in die Linie DC des Aufrisses, so erhält man die