



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 9. Aufgabe. Es soll der Schatten einer aus der senkrechten Wand vorspringenden halbkreisförmigen Platte gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 8.)

[urn:nbn:de:hbz:466:1-66132](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-66132)

Schattens im Aufrisse an. Im Grundrisse wird kein Schatten sichtbar werden, weil seine Projection in die Linie FD des Grundrisses fallen wird.

Die Schattenlinien $a'a'$ und $b'b'$ des Grundrisses und ihre übereinstimmenden des Aufrisses a^2a^3 und b^2b^3 sind nur angenommen worden, um zu zeigen, daß der Schatten der Unterkante FA des Aufrisses in die gerade Linie Fa^3E^2 fallen wird. Eben so bildet die Kante BC des Aufrisses die Linie Bb^3C im Schatten, ferner wirft die senkrechte Kante des Aufrisses BE ihren Schatten nach $B'E^2$.

§. 7.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer dreieckigen Platte, welche aus einer senkrechten Wand hervorragt, gefunden werden, wenn die Platte an der vordern Spitze einen rechten Winkel bildet.

Auflösung. (Taf. 5 Fig. 6.) Es sei die gegebene Platte im Aufriß $ABCDEF$, im Grundrisse FED . Zieht man im Grundrisse die Richtungslinie $a'a'$, so sieht man, daß die Linie FE erleuchtet wird (§. 6). An der Linie ED geht der Lichtstrahl in gleicher Richtung hin, ohne daß die Fläche, deren Projection die Linie ED ist, erleuchtet würde, da die Linie ED sich unter 45 Grad neigt, wie die Lichtstrahlen selbst.

Es wird der Punkt F keinen Schatten hinter sich werfen, da er an der Wand selbst liegt. Der Punkt a wird seinen Schatten nach a' werfen, so wie der Punkt E nach D .

Gehen wir nun zum Aufrisse über, so ist die obere nicht sichtbare Fläche der Platte erleuchtet, weil die Sonne darauf scheint; die senkrechte Fläche $ABEF$ ist ebenfalls erleuchtet. Die senkrechte Fläche $BCDE$ ist nicht erleuchtet, da die Sonnenstrahlen, welche unter 45 Grad einfallen, nur eben daran parallel hinfahren, ohne auf die Fläche aufzufallen. Die untere Fläche der Platte, deren Projection die Linie FED ist, bleibt dunkel, und diese Fläche wird einen Schatten werfen.

Zieht man demnach die Richtungslinien a^2a^3 und EE' willkürlich lang, so ergibt sich Folgendes.

Der Anfangspunkt des Schattens ist bei F und F des Grund- und Aufrisses. Der Punkt a wirft seinen Schatten nach a' , und wenn man von hier aus die Normale $a'a^3$ zieht, so liegt der Schattenpunkt a' in a^3 . Der Punkt E im Grundrisse wirft seinen Schatten an die Wand nach D . Der Punkt E im Grundrisse aber ist der Projectionspunkt für E und B im Aufrisse, mithin wird die Projection seines Schattenpunktes D nach E' und B^2 im Aufrisse fallen. Der Punkt B im Grundrisse ist der Projectionspunkt von B' im Aufrisse, der Punkt B im Grundrisse wirft seinen Schatten ebenfalls nach D im Grundrisse. D im Grundrisse aber ist der Projectionspunkt für $E'B^2$ und D im Aufrisse, und folglich fallen alle in der Linie des Grundrisses anzunehmende Schattenpunkte in den Punkt D des Grundrisses und im Aufrisse in die gerade und senkrechte Linie $E'B^2DC$, und der Schatten, welchen die Platte nach unten hin wirft, hat seine Begrenzungen in den Punkten des Aufrisses $Fa^3E'B^2D$.

Im Grundrisse wird man keinen Schatten zu sehen bekommen, denn da sich die obere Schattenfläche in einer senkrechten Ebene befindet, so fällt ihre Projection im Grundrisse in die verlängerte Linie FD .

§. 8.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer halbkreisförmigen Platte gefunden werden, welche aus einer senkrechten Wand hervorsteht. (Taf. 5 Fig. 7.)

Auflösung. Betrachten wir zuerst den Grundriß, so ist $HGFE$ die Platte. Zieht man die Richtungslinie der Lichtstrahlen $a'a'$ und mit ihr parallel GG' und FE , so wirft der Punkt H keinen Schatten. Der Punkt a wirft seinen Schatten unterhalb an die Wand nach a' , der Punkt G nach G' , der Punkt F nach E .

Im Aufrisse ist die Fläche $ABHG$ beleuchtet, eben so die Fläche $BGCF$, dagegen ist die Fläche $CFED$ nicht beleuchtet und wirft einen Schatten hinter sich.

Trägt man nun den Punkt a aus dem Grundrisse nach a^2 im Aufrisse und zieht im Aufrisse die Richtungslinien a^2a^3 , GG' , FF' , CC' willkürlich lang, und dann aus dem Grundrisse aufwärts die Normalen $a'a^3$, $G'G^2$, EF' , EC , EE' , so ist im Aufrisse $H a^3 G^2 F' C' E$ die Gestalt des gesuchten Schattens.

Der Schatten der Kante CD fällt im Aufrisse mit dem Schatten der Kante CF deswegen in der geraden Linie $DEC'F'$ zusammen, weil die Kante CD , wie der Grundriß (bei FE) zeigt, einen Winkel von 45 Grad macht und also alle Schattenpunkte, welche man in der Linie FE annehmen würde, nach E im Grundrisse fallen müßten. Da aber E der Projectionspunkt für $F'C'ED$ im Aufrisse ist, so wird der Schatten eine senkrechte Linie, wie die Figur zeigt.

Im Grundrisse ist wieder kein Schatten sichtbar, da er, als in der senkrechten Fläche der Wand liegend, in seiner Projection im Grundrisse in die Linie HE und ihre Verlängerung fallen muß. Im vorliegenden Falle wird die Linie HE selbst diese Projection sein.

§. 9.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer aus der senkrechten Wand vorspringenden halbkreisförmigen Platte gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 8.)

Auflösung. Betrachten wir zuerst den Grundriß. Die Lichtstrahlen $a'a'$, $b'b'$, $d'd'$, eC bis $f'f'$ erleuchten die vordere Fläche der Platte. Bei dem Punkte f hört die Beleuchtung auf, und die obere Kante der Platte von f bis C wird einen Schatten hinter sich an die Wand werfen. Betrachten wir nun den Aufriß. Der Theil der vorderen Fläche ADf^2f^3 wird beleuchtet sein, der Theil f^3f^2CB wird nicht beleuchtet sein und die obere Kante f^3B desselben wird einen Schatten hinter sich werfen, so wie die senkrechte Linie f^3f^2 , weil auf diesem Punkte (wie bei der achteckigen Platte §. 8) die Lichtstrahlen vorbei streifen, wie im Grundrisse bei dem Punkte f zu sehen ist. Die untere Fläche der Platte ist nicht erleuchtet und wird demnach einen Schatten hinter sich werfen.

Kehren wir nun zum Grundrisse zurück.

Die Halbkreislinie ist die Projection, sowohl der unteren als oberen Kante der senkrechten Fläche der Platte. Nehmen wir nun in diesem Halbkreise die Punkte $abdefg$ an und ziehen von ihnen aus die Richtungslinien der Lichtstrahlen, so wirft der Punkt a seinen Schatten nach a' , der Punkt b nach b' u. s. w. an die Wand unterhalb. Trägt man nun die Punkte abd normal hinauf in die Linie DC des Aufrisses, so erhält man die

Projectionspunkte $a^2 b^2 d^2 e^2 f^2 g^2$. Zieht man von diesen die Richtungslinien $a^2 a^3$, $b^2 b^3$ u. s. w. willkürlich lang, so werden sich in diesen die Längen der Schattenlinien irgendwo abschneiden lassen. Zieht man nun aus dem Grundrisse aufwärts die Normalen $a' a^2$, $b' b^2$, $d' d^2$, $C e^2$, so erhält man die Punkte a^3 , b^3 , d^3 , e^2 . Verbindet man D , a^3 , b^3 , d^3 , e^2 durch eine Linie, so ist der Schatten von D bis e^2 bestimmt. Bei dem Punkte f des Grundrisses haben wir gesehen, daß das Licht wechselt, das heißt von D bis f im Grundrisse beleuchtete es die untere Kante und von f bis C beleuchtet es die obere Kante. Es wird also im Aufrisse jeder Punkt der Linie $f^2 f^3$ einen Schatten hinter sich werfen.

Zieht man demnach die Richtungslinien $f^2 f^4$ und $f^3 f^5$ im Aufrisse und verbindet man f^4 mit f^5 , so hat man die Schattenlinie von der Linie $f^2 f^3$ gefunden, und wenn man noch die Punkte e^2 und f^4 im Aufrisse verbindet, so hat man den Schatten von D bis f^4 bestimmt, und es ist nur noch der Schatten für die obere Kante der Platte von f^3 bis B im Aufrisse zu suchen.

Die Projection des Stückes f^3 bis B des Aufrisses liegt im Grundrisse von f bis C . Der Punkt g des Grundrisses liegt im Aufrisse bei g^2 . Zieht man die Richtungslinie $g^2 g^3$ und aus dem Grundrisse von g' die Normale $g' g^3$, so ist g^3 der Schattenpunkt von g^2 ; verbindet man nun im Aufrisse f^5 mit g^3 und g^3 mit B , so giebt die krumme Linie $B g^3 f^5 f^4 e^2 d^3 b^3 a^3 D$ die gesuchte Gestalt des Schattens. In dieser Linie ist das Stück von f^4 bis f^5 gerade, weil f^2 und f^3 auch eine gerade Linie macht.

Im Grundrisse ist kein Schatten zu sehen, weil seine Projection in die verlängerte Linie DC des Grundrisses fällt.

§. 10.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines prismatischen Körpers gefunden werden, auf welchem eine eben solche Platte liegt. (Taf. 5 Fig. 9.)

Auflösung. Diese Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Es ist zuerst der Schatten zu suchen, welchen der prismatische Körper an die Wand wirft (§. 4); alsdann soll man den Schatten suchen, welchen die Platte an die Wand (§. 5) und auch auf das Prisma unter der Platte werfen wird.

Betrachten wir zuerst den Grundriß, so ist das Rechteck $KEFL$ die Projection des Prismas, $JBDM$ die Projection der Platte.

Zieht man die Richtungslinien der Lichtstrahlen BE , $a a'$, $b b'$, $d f f'$, DD' und GG' , so ergiebt sich Folgendes.

Das große Prisma wird seinen Schatten von F nach F' werfen. F ist aber der Projectionspunkt für die ganze Höhenkante HF des Aufrisses, also wird der Schatten des Körpers im Grundrisse das Dreieck $F L F'$ sein und auf der wagerechten Ebene sichtbar werden.

Betrachtet man nun den Schatten, welchen die Platte an die Wand werfen würde, so ergiebt sich Folgendes. Der Punkt B des Grundrisses würde seinen Schatten in der zu verlängernden Linie BE bis an die Wand werfen, da aber in dem Punkte E das große Prisma dazwischen tritt, so kann der Punkt B seinen Schatten nicht bis an die Wand, sondern nur bis E werfen. Dasselbe gilt von Richtungslinien $a a'$, $b b'$. Der Punkt d dagegen wirft seinen Schatten bei F vorbei bis F' an die Wand, eben so der Punkt D bis D' und der Punkt G bis G' .

Ein Schatten der Platte auf dem Fußboden wird nicht erscheinen, da der Schatten der Platte (wie vorläufig aus dem Aufrisse zu ersehen ist) die wagerechte Ebene nicht erreicht.

Trägt man nun aus dem Grundrisse die Punkte $B a b d D$ nach dem Aufrisse normal nach $B a^2 b^2 d^2 D$ und zieht die Richtungslinien $B B'$, $a^2 a^3$, $b^2 b^3$, $d^2 d^3$ bis F^2 , ferner DD^2 und CC' , schneidet dann von dem Punkte E des Grundrisses nach B' , von a' nach a^3 , von F des Grundrisses nach d^3 , von F' des Grundrisses nach F^2 und H' im Aufrisse; eben so von D' nach D^2 und C' , so erhält man rechts vom Prisma in der Figur $CC'D^2 F^2 H' HFDC$ den Schatten, welchen Prisma und Platte auf die Wand werfen. Auf der linken Seite des Prismas im Aufrisse zeigt das Dreieck $B a^2 B'$ die Gestalt des Schattens, welcher von der Platte hinten an die Wand, neben das Prisma, geworfen wird, und endlich zeigt unterhalb der Platte auf dem Prisma das Rechteck $E B' d^3 F$ die Gestalt desjenigen Schattens, welchen die Platte auf das Prisma werfen muß, da der Schatten der Platte auf dieser Stelle die hinten liegende Wand nicht erreichen kann, weil das Prisma dazwischen tritt.

Um sich zu überzeugen, daß der Schatten der Kante DM des Grundrisses im Aufrisse in die Linie CC' fallen wird, darf man nur noch im Grundrisse den Punkt G annehmen, welcher seinen Schatten nach G' wirft.

Der Punkt G des Grundrisses liegt in seiner Projection, sowohl in dem Punkte D , als auch C des Aufrisses, und der Punkt G' des Grundrisses würde in seiner Projection sowohl in die Linie des Aufrisses DD^2 , als auch CC' fallen.

Man sieht ferner, daß je länger der Weg ist, welchen ein Schattenstrahl durchläuft, um so breiter der Schatten ist, welchen er wirft.

Der Schattenpunkt d des Grundrisses z. B. wirft seinen Schatten nach F , im Aufrisse von d^2 nach d^3 , aber auch nach F' im Grundrisse und im Aufrisse bis F^2 , wofelbst der Schatten an der Wand viel breiter (oder tiefer) abschneidet, als bei d^3 im Aufrisse, obgleich derselbe Schattenstrahl beide Punkte bestimmt hat.

§. 11.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines prismatischen Körpers gefunden werden, auf welchem eine achteckige Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 10.)

Auflösung. Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Es ist der Schatten zu suchen, welchen das Prisma an die Wand wirft (§. 4), und der Schatten, welchen die achteckige Platte sowohl an die Wand (§. 8), als auch auf den Körper wirft.

Betrachten wir den Grundriß, so ist $N L M O$ die Projection des Prismas und $P B D F H Q$ die halbe achteckige Platte.

Der Punkt B wirft seinen Schatten bis B' und die Projection davon ist in dem Aufrisse B^2 . Der Punkt a des Grundrisses wirft seinen Schatten nach L , seine Projection ist im Aufrisse bei a^2 . Der Punkt D des Grundrisses wirft seinen Schatten nach b , seine Projection im Aufrisse ist bei b' . Der Punkt d des Grundrisses wirft seinen Schatten nach d^2 und an die Wand unten bei M' und oben bei M^2 . Der Punkt F des Grundrisses wirft seinen Schatten bis G' und oben nach F' und E^2 . Die Kante $F H$ im Grundrisse wirft ihren Schatten ebenfalls nach G' , die Projection davon liegt oben in $E' H'$ und G^2 ; wodurch die ganze Gestalt des Schattens bestimmt ist. Im Grundrisse