



Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 10. Aufgabe. Es soll der Schatten eines prismatischen Körpers gefunden werden, auf welchem eine eben solche Platte liegt. (Taf. 5 Fig. 9.)

[urn:nbn:de:hbz:466:1-66132](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-66132)

Projectionspunkte $a^2 b^2 d^2 e^2 f^2 g^2$. Zieht man von diesen die Richtungslinien $a^2 a^3$, $b^2 b^3$ u. s. w. willkürlich lang, so werden sich in diesen die Längen der Schattenlinien irgendwo abschneiden lassen. Zieht man nun aus dem Grundrisse aufwärts die Normalen $a' a^2$, $b' b^2$, $d' d^2$, $C e^2$, so erhält man die Punkte a^3 , b^3 , d^3 , e^2 . Verbindet man D , a^3 , b^3 , d^3 , e^2 durch eine Linie, so ist der Schatten von D bis e^2 bestimmt. Bei dem Punkte f des Grundrisses haben wir gesehen, daß das Licht wechselt, das heißt von D bis f im Grundrisse beleuchtete es die untere Kante und von f bis C beleuchtet es die obere Kante. Es wird also im Aufrisse jeder Punkt der Linie $f^2 f^3$ einen Schatten hinter sich werfen.

Zieht man demnach die Richtungslinien $f^2 f^4$ und $f^3 f^5$ im Aufrisse und verbindet man f^4 mit f^5 , so hat man die Schattenlinie von der Linie $f^2 f^3$ gefunden, und wenn man noch die Punkte e^2 und f^4 im Aufrisse verbindet, so hat man den Schatten von D bis f^4 bestimmt, und es ist nur noch der Schatten für die obere Kante der Platte von f^3 bis B im Aufrisse zu suchen.

Die Projection des Stückes f^3 bis B des Aufrisses liegt im Grundrisse von f bis C . Der Punkt g des Grundrisses liegt im Aufrisse bei g^2 . Zieht man die Richtungslinie $g^2 g^3$ und aus dem Grundrisse von g' die Normale $g' g^3$, so ist g^3 der Schattenpunkt von g^2 ; verbindet man nun im Aufrisse f^5 mit g^3 und g^3 mit B , so giebt die krumme Linie $B g^3 f^5 f^4 e^2 d^3 b^3 a^3 D$ die gesuchte Gestalt des Schattens. In dieser Linie ist das Stück von f^4 bis f^5 gerade, weil f^2 und f^3 auch eine gerade Linie macht.

Im Grundrisse ist kein Schatten zu sehen, weil seine Projection in die verlängerte Linie DC des Grundrisses fällt.

§. 10.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines prismatischen Körpers gefunden werden, auf welchem eine eben solche Platte liegt. (Taf. 5 Fig. 9.)

Auflösung. Diese Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Es ist zuerst der Schatten zu suchen, welchen der prismatische Körper an die Wand wirft (§. 4); alsdann soll man den Schatten suchen, welchen die Platte an die Wand (§. 5) und auch auf das Prisma unter der Platte werfen wird.

Betrachten wir zuerst den Grundriß, so ist das Rechteck $KEFL$ die Projection des Prismas, $JBDM$ die Projection der Platte.

Zieht man die Richtungslinien der Lichtstrahlen BE , $a a'$, $b b'$, $d f f'$, DD' und GG' , so ergiebt sich Folgendes.

Das große Prisma wird seinen Schatten von F nach F' werfen. F ist aber der Projectionspunkt für die ganze Höhenkante HF des Aufrisses, also wird der Schatten des Körpers im Grundrisse das Dreieck FLF sein und auf der wagerechten Ebene sichtbar werden.

Betrachtet man nun den Schatten, welchen die Platte an die Wand werfen würde, so ergiebt sich Folgendes. Der Punkt B des Grundrisses würde seinen Schatten in der zu verlängernden Linie BE bis an die Wand werfen, da aber in dem Punkte E das große Prisma dazwischen tritt, so kann der Punkt B seinen Schatten nicht bis an die Wand, sondern nur bis E werfen. Dasselbe gilt von Richtungslinien $a a'$, $b b'$. Der Punkt d dagegen wirft seinen Schatten bei F vorbei bis F' an die Wand, eben so der Punkt D bis D' und der Punkt G bis G' .

Ein Schatten der Platte auf dem Fußboden wird nicht erscheinen, da der Schatten der Platte (wie vorläufig aus dem Aufrisse zu ersehen ist) die wagerechte Ebene nicht erreicht.

Trägt man nun aus dem Grundrisse die Punkte $B a b d D$ nach dem Aufrisse normal nach $B a^2 b^2 d^2 D$ und zieht die Richtungslinien $B B'$, $a^2 a^3$, $b^2 b^3$, $d^2 d^3$ bis F^2 , ferner DD^2 und CC' , schneidet dann von dem Punkte E des Grundrisses nach B' , von a' nach a^3 , von F des Grundrisses nach d^3 , von F' des Grundrisses nach F^2 und H' im Aufrisse; eben so von D' nach D^2 und C' , so erhält man rechts vom Prisma in der Figur $CC'D^2 F^2 H' HFDC$ den Schatten, welchen Prisma und Platte auf die Wand werfen. Auf der linken Seite des Prismas im Aufrisse zeigt das Dreieck $B a^2 B'$ die Gestalt des Schattens, welcher von der Platte hinten an die Wand, neben das Prisma, geworfen wird, und endlich zeigt unterhalb der Platte auf dem Prisma das Rechteck $E B' d^3 F$ die Gestalt desjenigen Schattens, welchen die Platte auf das Prisma werfen muß, da der Schatten der Platte auf dieser Stelle die hinten liegende Wand nicht erreichen kann, weil das Prisma dazwischen tritt.

Um sich zu überzeugen, daß der Schatten der Kante DM des Grundrisses im Aufrisse in die Linie CC' fallen wird, darf man nur noch im Grundrisse den Punkt G annehmen, welcher seinen Schatten nach G' wirft.

Der Punkt G des Grundrisses liegt in seiner Projection, sowohl in dem Punkte D , als auch C des Aufrisses, und der Punkt G' des Grundrisses würde in seiner Projection sowohl in die Linie des Aufrisses DD^2 , als auch CC' fallen.

Man sieht ferner, daß je länger der Weg ist, welchen ein Schattenstrahl durchläuft, um so breiter der Schatten ist, welchen er wirft.

Der Schattenpunkt d des Grundrisses z. B. wirft seinen Schatten nach F , im Aufrisse von d^2 nach d^3 , aber auch nach F' im Grundrisse und im Aufrisse bis F^2 , wofelbst der Schatten an der Wand viel breiter (oder tiefer) abschneidet, als bei d^3 im Aufrisse, obgleich derselbe Schattenstrahl beide Punkte bestimmt hat.

§. 11.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines prismatischen Körpers gefunden werden, auf welchem eine achteckige Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 10.)

Auflösung. Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Es ist der Schatten zu suchen, welchen das Prisma an die Wand wirft (§. 4), und der Schatten, welchen die achteckige Platte sowohl an die Wand (§. 8), als auch auf den Körper wirft.

Betrachten wir den Grundriß, so ist $N L M O$ die Projection des Prismas und $P B D F H Q$ die halbe achteckige Platte.

Der Punkt B wirft seinen Schatten bis B' und die Projection davon ist in dem Aufrisse B^2 . Der Punkt a des Grundrisses wirft seinen Schatten nach L , seine Projection ist im Aufrisse bei a^2 . Der Punkt D des Grundrisses wirft seinen Schatten nach b , seine Projection im Aufrisse ist bei b' . Der Punkt d des Grundrisses wirft seinen Schatten nach d^2 und an die Wand unten bei M' und oben bei M^2 . Der Punkt F des Grundrisses wirft seinen Schatten bis G' und oben nach F' und E^4 . Die Kante $F H$ im Grundrisse wirft ihren Schatten ebenfalls nach G' , die Projection davon liegt oben in $E' H'$ und G^2 ; wodurch die ganze Gestalt des Schattens bestimmt ist. Im Grundrisse