



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective**

**Menzel, Karl Adolf**

**Leipzig, [1849]**

§. 11. Aufgabe. Es soll der Schatten eines prismatischen Körpers gefunden werden, auf welchem eine achteckige Deckplatte liegt. (Taf. 5. Fig. 10.)

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-66132](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-66132)

Projectionspunkte  $a^2 b^2 d^2 e^2 f^2 g^2$ . Zieht man von diesen die Richtungslinien  $a^2 a^3$ ,  $b^2 b^3$  u. s. w. willkürlich lang, so werden sich in diesen die Längen der Schattenlinien irgendwo abschneiden lassen. Zieht man nun aus dem Grundrisse aufwärts die Normalen  $a' a^2$ ,  $b' b^2$ ,  $d' d^2$ ,  $C e^2$ , so erhält man die Punkte  $a^3$ ,  $b^3$ ,  $d^3$ ,  $e^2$ . Verbindet man  $D$ ,  $a^3$ ,  $b^3$ ,  $d^3$ ,  $e^2$  durch eine Linie, so ist der Schatten von  $D$  bis  $e^2$  bestimmt. Bei dem Punkte  $f$  des Grundrisses haben wir gesehen, daß das Licht wechselt, das heißt von  $D$  bis  $f$  im Grundrisse beleuchtete es die untere Kante und von  $f$  bis  $C$  beleuchtet es die obere Kante. Es wird also im Aufrisse jeder Punkt der Linie  $f^2 f^3$  einen Schatten hinter sich werfen.

Zieht man demnach die Richtungslinien  $f^2 f^4$  und  $f^3 f^5$  im Aufrisse und verbindet man  $f^4$  mit  $f^5$ , so hat man die Schattenlinie von der Linie  $f^2 f^3$  gefunden, und wenn man noch die Punkte  $e^2$  und  $f^4$  im Aufrisse verbindet, so hat man den Schatten von  $D$  bis  $f^4$  bestimmt, und es ist nur noch der Schatten für die obere Kante der Platte von  $f^3$  bis  $B$  im Aufrisse zu suchen.

Die Projection des Stückes  $f^3$  bis  $B$  des Aufrisses liegt im Grundrisse von  $f$  bis  $C$ . Der Punkt  $g$  des Grundrisses liegt im Aufrisse bei  $g^2$ . Zieht man die Richtungslinie  $g^2 g^3$  und aus dem Grundrisse von  $g'$  die Normale  $g' g^3$ , so ist  $g^3$  der Schattenpunkt von  $g^2$ ; verbindet man nun im Aufrisse  $f^5$  mit  $g^3$  und  $g^3$  mit  $B$ , so giebt die krumme Linie  $B g^3 f^5 f^4 e^2 d^3 b^3 a^3 D$  die gesuchte Gestalt des Schattens. In dieser Linie ist das Stück von  $f^4$  bis  $f^5$  gerade, weil  $f^2$  und  $f^3$  auch eine gerade Linie macht.

Im Grundrisse ist kein Schatten zu sehen, weil seine Projection in die verlängerte Linie  $DC$  des Grundrisses fällt.

#### §. 10.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines prismatischen Körpers gefunden werden, auf welchem eine eben solche Platte liegt. (Taf. 5 Fig. 9.)

**Auflösung.** Diese Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Es ist zuerst der Schatten zu suchen, welchen der prismatische Körper an die Wand wirft (§. 4); alsdann soll man den Schatten suchen, welchen die Platte an die Wand (§. 5) und auch auf das Prisma unter der Platte werfen wird.

Betrachten wir zuerst den Grundriß, so ist das Rechteck  $KEFL$  die Projection des Prismas,  $JBDM$  die Projection der Platte.

Zieht man die Richtungslinien der Lichtstrahlen  $BE$ ,  $a a'$ ,  $b b'$ ,  $d f f'$ ,  $DD'$  und  $GG'$ , so ergiebt sich Folgendes.

Das große Prisma wird seinen Schatten von  $F$  nach  $F'$  werfen.  $F$  ist aber der Projectionspunkt für die ganze Höhenkante  $HF$  des Aufrisses, also wird der Schatten des Körpers im Grundrisse das Dreieck  $F L F'$  sein und auf der wagerechten Ebene sichtbar werden.

Betrachtet man nun den Schatten, welchen die Platte an die Wand werfen würde, so ergiebt sich Folgendes. Der Punkt  $B$  des Grundrisses würde seinen Schatten in der zu verlängernden Linie  $BE$  bis an die Wand werfen, da aber in dem Punkte  $E$  das große Prisma dazwischen tritt, so kann der Punkt  $B$  seinen Schatten nicht bis an die Wand, sondern nur bis  $E$  werfen. Dasselbe gilt von Richtungslinien  $a a'$ ,  $b b'$ . Der Punkt  $d$  dagegen wirft seinen Schatten bei  $F$  vorbei bis  $F'$  an die Wand, eben so der Punkt  $D$  bis  $D'$  und der Punkt  $G$  bis  $G'$ .

Ein Schatten der Platte auf dem Fußboden wird nicht erscheinen, da der Schatten der Platte (wie vorläufig aus dem Aufrisse zu ersehen ist) die wagerechte Ebene nicht erreicht.

Trägt man nun aus dem Grundrisse die Punkte  $B a b d D$  nach dem Aufrisse normal nach  $B a^2 b^2 d^2 D$  und zieht die Richtungslinien  $B B'$ ,  $a^2 a^3$ ,  $b^2 b^3$ ,  $d^2 d^3$  bis  $F^2$ , ferner  $DD^2$  und  $CC'$ , schneidet dann von dem Punkte  $E$  des Grundrisses nach  $B'$ , von  $a'$  nach  $a^3$ , von  $F$  des Grundrisses nach  $d^3$ , von  $F'$  des Grundrisses nach  $F^2$  und  $H'$  im Aufrisse; eben so von  $D'$  nach  $D^2$  und  $C'$ , so erhält man rechts vom Prisma in der Figur  $CC'D^2 F^2 H' HFDC$  den Schatten, welchen Prisma und Platte auf die Wand werfen. Auf der linken Seite des Prismas im Aufrisse zeigt das Dreieck  $B a^2 B'$  die Gestalt des Schattens, welcher von der Platte hinten an die Wand, neben das Prisma, geworfen wird, und endlich zeigt unterhalb der Platte auf dem Prisma das Rechteck  $E B' d^3 F$  die Gestalt desjenigen Schattens, welchen die Platte auf das Prisma werfen muß, da der Schatten der Platte auf dieser Stelle die hinten liegende Wand nicht erreichen kann, weil das Prisma dazwischen tritt.

Um sich zu überzeugen, daß der Schatten der Kante  $DM$  des Grundrisses im Aufrisse in die Linie  $CC'$  fallen wird, darf man nur noch im Grundrisse den Punkt  $G$  annehmen, welcher seinen Schatten nach  $G'$  wirft.

Der Punkt  $G$  des Grundrisses liegt in seiner Projection, sowohl in dem Punkte  $D$ , als auch  $C$  des Aufrisses, und der Punkt  $G'$  des Grundrisses würde in seiner Projection sowohl in die Linie des Aufrisses  $DD^2$ , als auch  $CC'$  fallen.

Man sieht ferner, daß je länger der Weg ist, welchen ein Schattenstrahl durchläuft, um so breiter der Schatten ist, welchen er wirft.

Der Schattenpunkt  $d$  des Grundrisses z. B. wirft seinen Schatten nach  $F$ , im Aufrisse von  $d^2$  nach  $d^3$ , aber auch nach  $F'$  im Grundrisse und im Aufrisse bis  $F^2$ , wofelbst der Schatten an der Wand viel breiter (oder tiefer) abschneidet, als bei  $d^3$  im Aufrisse, obgleich derselbe Schattenstrahl beide Punkte bestimmt hat.

#### §. 11.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines prismatischen Körpers gefunden werden, auf welchem eine achteckige Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 10.)

**Auflösung.** Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Es ist der Schatten zu suchen, welchen das Prisma an die Wand wirft (§. 4), und der Schatten, welchen die achteckige Platte sowohl an die Wand (§. 8), als auch auf den Körper wirft.

Betrachten wir den Grundriß, so ist  $N L M O$  die Projection des Prismas und  $P B D F H Q$  die halbe achteckige Platte.

Der Punkt  $B$  wirft seinen Schatten bis  $B'$  und die Projection davon ist in dem Aufrisse  $B^2$ . Der Punkt  $a$  des Grundrisses wirft seinen Schatten nach  $L$ , seine Projection ist im Aufrisse bei  $a^2$ . Der Punkt  $D$  des Grundrisses wirft seinen Schatten nach  $b$ , seine Projection im Aufrisse ist bei  $b'$ . Der Punkt  $d$  des Grundrisses wirft seinen Schatten nach  $d^2$  und an die Wand unten bei  $M'$  und oben bei  $M^2$ . Der Punkt  $F$  des Grundrisses wirft seinen Schatten bis  $G'$  und oben nach  $F'$  und  $E^2$ . Die Kante  $F H$  im Grundrisse wirft ihren Schatten ebenfalls nach  $G'$ , die Projection davon liegt oben in  $E' H^2$  und  $G^2$ ; wodurch die ganze Gestalt des Schattens bestimmt ist. Im Grundrisse

wird nur der Schatten des Körpers sichtbar sein in der Gestalt des Dreiecks  $MOQ$ , denn der Schatten der Platte reicht nicht bis an die wagerechte Ebene und seine Projection wird demnach in die Verlängerung der Linie  $PNOQ$  fallen.

## §. 12.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines halbkugelförmigen Prismas gefunden werden, auf welchem eine ebenfalls halbkugelförmige Deckplatte liegt. (Tafel 5 Figur 11.)

**Auflösung.** Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Zuerst sucht man den Schatten des Körpers an der Wand und dann den Schatten der Deckplatte, sowohl an der Wand, als auf dem Körper.

Betrachten wir zuvörderst den Grundriß, so wird der Schatten der Deckplatte ganz nach §. 8 und §. 11 an der Wand gefunden werden.

Um den Schatten der Deckplatte auch auf dem Prisma zu finden, hat man Folgendes zu berücksichtigen. Im Grundriß wirkt der Punkt  $B$  seinen Schatten nach  $B'$ , die Projection davon ist  $B^2$  im Aufrisse; dieser Schattenpunkt auf dem Körper wird jedoch nicht sichtbar, da die Projection der ganzen Fläche, auf welche er fällt, in der Linie  $JR$  des Aufrisses liegt. Der Punkt  $a$  des Grundrisses wirft seinen Schatten nach  $J$  und oben im Aufrisse nach  $a^2$ , der Punkt  $b$  des Grundrisses wirft seinen Schatten nach  $M$  und oben nach  $b'$ , der Punkt  $D$  wirft seinen Schatten nach  $D'$  und oben nach  $D^2$ . Der Punkt  $d$  des Grundrisses wirft seinen Schatten bis  $L$  an den Körper und oben bis  $d^2$ . Im Aufrisse bestimmen also die Punkte  $a^2 b' D^2$  und  $d^2$ , wenn man sie mit einander verbindet, den Schatten, welchen die Platte auf den Körper wirft.

Um den Schatten zu finden, welchen das Prisma selbst an die Wand wirft, braucht man nur im Grundriß die Linie  $KQ$  zu ziehen, so ist im Aufrisse die Linie  $K'Q'$  der gesuchte Schatten der Kante  $FT$ , so weit er nicht von dem Schatten der Platte verdeckt wird.

Im Grundriß wird nur der Schatten des Körpers in der Gestalt des Dreiecks  $PRQ$  gesucht werden können, da der Schatten der Platte nicht sichtbar ist.

## §. 13.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines rechteckigen Prismas, auf dem eine halbrunde Platte liegt, gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 12.)

**Auflösung.** Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile, zuerst sucht man den Schatten des Prismas, welches nach §. 4, §. 10, §. 11 keine Schwierigkeit mehr haben kann. Dieser Schatten wird im Grundriß durch die Linie  $FL^2$  bestimmt und fällt im Aufrisse von  $f^5$  abwärts bis auf die Grundlinie.

Alsdann muß man nach §. 9 den Schatten der halbkreisförmigen Platte auf die Wand finden und endlich den Schatten, welchen die Platte auf das Prisma selbst wirft. Der Schatten wird gefunden, wenn man im Grundriß die Punkte  $Dabde f g l' C$  annimmt, dieselben im Aufrisse nach  $D a^2 b^2 d^2 e^2 f^2 g^2 g^3$  und  $B$  trägt, von diesen Punkten die Richtungslinien unter 45 Grad willkürlich lang zieht und dann von den Punkten des Grund-

risses  $a' E d' e' f' f^2 g g'$  durch normale Projectionslinien im Aufrisse die Punkte  $a^2 b^2 d^2 e^2 e^3 f^5 g^5 g^4$  und  $B$  bestimmt. Verbindet man diese Punkte mit einander durch krumme Linien, so erhält man den gesuchten Schatten.

Der Punkt  $D$  des Aufrisses wirft seinen Schatten bis  $D'$  hinten an die Wand. Die Linie  $g^2 g^3$  des Aufrisses wirft ihren Schatten nach  $g^5 g^4$ , weil im Grundriß der Punkt  $g'$  derjenige ist, wo die Lichtstrahlen, welche unter einem Winkel von 45 Grad einfallen, nur vorbeistreichen und die Platte zu beleuchten aufhören,  $g$  im Grundriß aber ist der Projectionspunkt der ganzen Linie  $g^2 g^3$  im Aufrisse, und folglich  $g^5 g^4$  der Schatten davon.

Der Punkt  $f'$  im Grundriß wirft seinen Schatten nach  $f^2$ .  $f^2$  im Grundriß aber ist die Projection der Schattenpunkte  $f^5$  und  $f^6$  im Aufrisse.

Im Grundriß wird nur der Schatten des Prismas in der Gestalt des Dreiecks  $FLf^2$  sichtbar werden.

## §. 14.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines halben Cylinders, worauf eine eben solche Platte liegt, gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 13.)

**Auflösung.** Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Zuerst ist der Schatten des Cylinders an die Wand zu suchen.

Betrachten wir zu diesem Zwecke den Punkt  $f'$  des Grundrisses, so ist es derjenige, an welchem die Lichtstrahlen vorbeistreichen (§. 9). Es wird aber dasselbe bei allen Punkten des Aufrisses geschehen, für welche der Punkt  $f'$  die Projection ist, also für die ganze Höhe des Aufrisses  $NO$ . Zieht man von dem Punkte  $f'$  des Grundrisses nach  $f^2$ , so ist dieser Punkt die Projection für die Linie des Aufrisses  $P e^2$ , welche allein als Schattenlinie des Körpers sichtbar werden wird, da der Schatten der Platte den andern Theil verdeckt.

Was den Schatten der Platte betrifft, so hat man wie §. 9 und §. 13 in der Plattenlinie des Grundrisses nur die beliebigen Punkte  $D a b d e f g h k$  anzunehmen und von da aus die Richtungslinien  $a a', b' b', \dots$  zu ziehen. Dann trägt man aus dem Grundriß die Punkte  $abd \dots$  im Aufrisse nach  $a^2 b^2 d^2 \dots$  übereinstimmend; zieht von diesen aus die Richtungslinien  $a^2 a^3, b^2 b^3, \dots$  und schneidet aus den Grundrißpunkten  $a' b' d' \dots$  normal im Aufrisse die Punkte  $a^3 b^3 d^3 \dots$  an, verbindet alsdann alle gefundenen Schattenpunkte durch Linien, so ergibt sich wie immer die Gestalt des ganzen Schattens.

Es ist wieder zu bemerken, daß der Punkt  $h$  des Grundrisses seine Projection im Aufrisse von  $h^3$  bis  $h^2$  hat, und daß, da der Grundrißpunkt  $h$  seinen Schatten bis  $h'$  wirft, dieser Punkt  $h$  der Projectionspunkt für die Punkte des Aufrisses  $h^4$  und  $h^5$  sein wird.

## §. 15.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines dreieckigen Prismas gefunden werden, auf welchem eine eben solche Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 14.)

**Auflösung.** Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Zuerst ist der Schatten des Prismas an die Wand zu suchen, dann der Schatten der Platte auf Prisma und Wand.

Betrachten wir den Grundriß, so sehen wir, daß das Prisma