



## **Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective**

**Menzel, Karl Adolf**

**Leipzig, [1849]**

§. 15. Aufgabe. Es soll der Schatten eines dreieckigen Prisma gefunden werden, auf welchem eine eben solche Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 14.)

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-66132](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-66132)

wird nur der Schatten des Körpers sichtbar sein in der Gestalt des Dreiecks  $MOQ$ , denn der Schatten der Platte reicht nicht bis an die wagerechte Ebene und seine Projection wird demnach in die Verlängerung der Linie  $PNOQ$  fallen.

## §. 12.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines halbkugelförmigen Prismas gefunden werden, auf welchem eine ebenfalls halbkugelförmige Deckplatte liegt. (Tafel 5 Figur 11.)

**Auflösung.** Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Zuerst sucht man den Schatten des Körpers an der Wand und dann den Schatten der Deckplatte, sowohl an der Wand, als auf dem Körper.

Betrachten wir zuvörderst den Grundriß, so wird der Schatten der Deckplatte ganz nach §. 8 und §. 11 an der Wand gefunden werden.

Um den Schatten der Deckplatte auch auf dem Prisma zu finden, hat man Folgendes zu berücksichtigen. Im Grundriß wirkt der Punkt  $B$  seinen Schatten nach  $B'$ , die Projection davon ist  $B^2$  im Aufrisse; dieser Schattenpunkt auf dem Körper wird jedoch nicht sichtbar, da die Projection der ganzen Fläche, auf welche er fällt, in der Linie  $JR$  des Aufrisses liegt. Der Punkt  $a$  des Grundrisses wirft seinen Schatten nach  $J$  und oben im Aufrisse nach  $a^2$ , der Punkt  $b$  des Grundrisses wirft seinen Schatten nach  $M$  und oben nach  $b'$ , der Punkt  $D$  wirft seinen Schatten nach  $D'$  und oben nach  $D^2$ . Der Punkt  $d$  des Grundrisses wirft seinen Schatten bis  $L$  an den Körper und oben bis  $d^2$ . Im Aufrisse bestimmen also die Punkte  $a^2 b' D^2$  und  $d^2$ , wenn man sie mit einander verbindet, den Schatten, welchen die Platte auf den Körper wirft.

Um den Schatten zu finden, welchen das Prisma selbst an die Wand wirft, braucht man nur im Grundriß die Linie  $KQ$  zu ziehen, so ist im Aufrisse die Linie  $K'Q'$  der gesuchte Schatten der Kante  $FT$ , so weit er nicht von dem Schatten der Platte verdeckt wird.

Im Grundriß wird nur der Schatten des Körpers in der Gestalt des Dreiecks  $PRQ$  gesucht werden können, da der Schatten der Platte nicht sichtbar ist.

## §. 13.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines rechteckigen Prismas, auf dem eine halbrunde Platte liegt, gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 12.)

**Auflösung.** Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile, zuerst sucht man den Schatten des Prismas, welches nach §. 4, §. 10, §. 11 keine Schwierigkeit mehr haben kann. Dieser Schatten wird im Grundriß durch die Linie  $FL^2$  bestimmt und fällt im Aufrisse von  $f^5$  abwärts bis auf die Grundlinie.

Alsdann muß man nach §. 9 den Schatten der halbkreisförmigen Platte auf die Wand finden und endlich den Schatten, welchen die Platte auf das Prisma selbst wirft. Der Schatten wird gefunden, wenn man im Grundriß die Punkte  $Dabde f g l' C$  annimmt, dieselben im Aufrisse nach  $D a^2 b^2 d^2 e^2 f^2 g^2 g^3$  und  $B$  trägt, von diesen Punkten die Richtungslinien unter 45 Grad willkürlich lang zieht und dann von den Punkten des Grund-

risses  $a' E d' e' f' f^2 g g'$  durch normale Projectionslinien im Aufrisse die Punkte  $a^2 b^2 d^2 e^2 e^3 f^5 g^5 g^4$  und  $B$  bestimmt. Verbindet man diese Punkte mit einander durch krumme Linien, so erhält man den gesuchten Schatten.

Der Punkt  $D$  des Aufrisses wirft seinen Schatten bis  $D'$  hinten an die Wand. Die Linie  $g^2 g^3$  des Aufrisses wirft ihren Schatten nach  $g^5 g^4$ , weil im Grundriß der Punkt  $g'$  derjenige ist, wo die Lichtstrahlen, welche unter einem Winkel von 45 Grad einfallen, nur vorbeistreichen und die Platte zu beleuchten aufhören,  $g$  im Grundriß aber ist der Projectionspunkt der ganzen Linie  $g^2 g^3$  im Aufrisse, und folglich  $g^5 g^4$  der Schatten davon.

Der Punkt  $f'$  im Grundriß wirft seinen Schatten nach  $f^2$ .  $f^2$  im Grundriß aber ist die Projection der Schattenpunkte  $f^5$  und  $f^6$  im Aufrisse.

Im Grundriß wird nur der Schatten des Prismas in der Gestalt des Dreiecks  $FLf^2$  sichtbar werden.

## §. 14.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines halben Cylinders, worauf eine eben solche Platte liegt, gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 13.)

**Auflösung.** Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Zuerst ist der Schatten des Cylinders an die Wand zu suchen.

Betrachten wir zu diesem Zwecke den Punkt  $f'$  des Grundrisses, so ist es derjenige, an welchem die Lichtstrahlen vorbeistreichen (§. 9). Es wird aber dasselbe bei allen Punkten des Aufrisses geschehen, für welche der Punkt  $f'$  die Projection ist, also für die ganze Höhe des Aufrisses  $NO$ . Zieht man von dem Punkte  $f'$  des Grundrisses nach  $f^2$ , so ist dieser Punkt die Projection für die Linie des Aufrisses  $P e^2$ , welche allein als Schattenlinie des Körpers sichtbar werden wird, da der Schatten der Platte den andern Theil verdeckt.

Was den Schatten der Platte betrifft, so hat man wie §. 9 und §. 13 in der Plattenlinie des Grundrisses nur die beliebigen Punkte  $D a b d e f g h k$  anzunehmen und von da aus die Richtungslinien  $a a', b' b', \dots$  zu ziehen. Dann trägt man aus dem Grundriß die Punkte  $abd \dots$  im Aufrisse nach  $a^2 b^2 d^2 \dots$  übereinstimmend; zieht von diesen aus die Richtungslinien  $a^2 a^3, b^2 b^3, \dots$  und schneidet aus den Grundrißpunkten  $a' b' d' \dots$  normal im Aufrisse die Punkte  $a^3 b^3 d^3 \dots$  an, verbindet alsdann alle gefundenen Schattenpunkte durch Linien, so ergibt sich wie immer die Gestalt des ganzen Schattens.

Es ist wieder zu bemerken, daß der Punkt  $h$  des Grundrisses seine Projection im Aufrisse von  $h^3$  bis  $h^2$  hat, und daß, da der Grundrißpunkt  $h$  seinen Schatten bis  $h'$  wirft, dieser Punkt  $h$  der Projectionspunkt für die Punkte des Aufrisses  $h^4$  und  $h^5$  sein wird.

## §. 15.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines dreieckigen Prismas gefunden werden, auf welchem eine eben solche Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 14.)

**Auflösung.** Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Zuerst ist der Schatten des Prismas an die Wand zu suchen, dann der Schatten der Platte auf Prisma und Wand.

Betrachten wir den Grundriß, so sehen wir, daß das Prisma

ein rechtwinkliges Dreieck zur Grundfläche und eine eben solche Deckplatte hat; es stehen daher die Linien  $GK$ ,  $KL$ ,  $DE$  und  $EF$  unter einem Winkel von  $45^\circ$  gegen die Wand. Der Punkt  $K$  im Grundrisse wirft also seinen Schatten von  $K$  nach  $L$ , das heißt, die Schattenstrahlen fallen in die Linie  $KL$  selbst, sie werfen also keinen Schatten nebenbei an die Wand.

Der Punkt  $K$  im Grundrisse ist aber die Projection der Kante  $KE$  im Aufrisse, und es wird daher diese Kante ihren Schatten in die Ebene  $KEHL$  des Aufrisses werfen (also nicht an die Wand).

Der Schatten der Platte wird eben so gefunden, wie der von der dreieckigen Platte in §. 7.

Bei dem Punkte  $D$  wird der Schatten beginnen. Zieht man im Grundrisse  $aG$ ,  $bKL$ ,  $EF$ , trägt dann die Punkte  $a b E$  im Aufrisse nach  $a^2 b^2 EB$  und zieht die Richtungslinien  $a^2 a^2$ ,  $b^2 b^2$ ,  $E E'$ ,  $B B'$ , schneidet die übereinstimmenden Punkte des Grundrisses normal nach  $a^2 b^2 EBF$  des Aufrisses und verbindet diese gefundenen Schattenpunkte mit einander, so erhält man den gesuchten Schatten. Neben dem Prisma links ist es das Dreieck  $D G a^2$ . Neben dem Prisma rechts ist es die Figur  $H F E M$ . Auf dem Prisma ist es die Figur  $G E b^2 a^2$ . Die Flächen  $E H K L$  des Prismas und  $B E F C$  der Platte liegen im Schatten, ohne einen Schlagschatten hinter sich zu werfen.

Im Grundrisse wird kein Schatten sichtbar werden.

#### §. 16.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines rechteckigen Prismas gefunden werden, welches eine dreieckige Deckplatte hat. (Taf. 5 Fig. 15.)

**Auflösung.** Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Erstens sucht man den Schatten, welchen das Prisma an die Wand wirft. Zieht man  $JN$  im Grundrisse unter  $45^\circ$ , so ist  $LN$  die Breite des Schattens (§. 4) im Grundrisse. Zieht man von  $N$  aus die Normale im Aufrisse  $ON'$ , so ist diese die Schattenlinie für die Senkrechte  $GJ$  des Aufrisses.

Um den Schatten der Platte auf die Wand zu finden, nehme man im Grundrisse die Punkte  $DF$  an und ziehe  $FF'$  (§. 6). Der Punkt  $F$  des Grundrisses ist der Projectionspunkt für  $F$  und  $B$  im Aufrisse, zieht man daselbst  $FF^2$  und  $BB'$  und von  $F'$  im Grundrisse die Normale  $F^2 B'$  im Aufrisse, so ist  $F^2 B'$  die Schattenlinie von  $FB$  des Aufrisses. Die Kante  $BC$  des Aufrisses wird ihre Schattenlinie in der Linie  $B^2 C$  finden, eben so die Kante  $DF$  des Aufrisses in der Linie  $DF^2$ , welche hinter dem Prisma fortläuft.

Was den Schatten auf dem Prisma selbst betrifft, so wird der Punkt des Grundrisses  $a$  seinen Schatten nach  $J$  werfen. Trägt man  $a$  normal nach  $a'$  im Aufrisse, zieht  $a^2 a^2$  und schneidet von  $J$  des Grundrisses normal hinauf, so ist  $a^2$  im Aufrisse der Schattenpunkt für  $a'$ , und zieht man endlich  $E a^2$ , so hat man den Schatten auf das Prisma gefunden.

Ein Schatten des Prismas auf die wagerechte Ebene wird hier entstehen und zeigt sich derselbe im Grundrisse in der Figur des Dreiecks  $JLN$ .

#### §. 17.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines halben Cy-

linders gefunden werden, auf welchem ein halbes Achteck als Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 16.)

**Auflösung.** Wegen des Schattens, welchen die achteckige Platte wirft, sehe man §. 8, §. 11, §. 12, und wegen des Schattens, welchen der halbe Cylinder wirft, sehe man §. 14.

Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Erstens suche man den Schatten, welchen der halbe Cylinder auf die Wand wirft. Dann suche man den Schatten, welchen die Platte an die Wand und auf den halben Cylinder wirft. Betrachten wir den Grundris, so werden die Punkte  $E a F b d H$  ihre Schatten theils auf den Cylinder bis bei  $d'$  und theils an die Wand, wie bei  $d^2$  und  $K'$ , werfen. Nimmt man von diesen Punkten die Projectionen und trägt sie im Aufrisse nach  $E a^2 F b^2 d^2 H C D$  und zieht von diesen Punkten die Richtungslinien  $E E'$ ,  $a^2 a^2$ , ... und ferner im Grundrisse die Richtungslinien  $E G$ ,  $a a'$ ,  $FF'$ , ... und schneidet dann die Punkte des Grundrisses  $G a' F' b' d' K'$  oben in den Richtungslinien an, so erhält man die Punkte  $E^2 a^2 F^2 b^2 d^2 K^2 K^3 K^2$  und  $S$ ; durch die Verbindung dieser Punkte nach der Zeichnung aber ist die Gestalt des Schattens gegeben.

Im Grundrisse ist der Punkt  $d'$  derjenige, wo die Lichtstrahlen vorbeistreichen. Er ist die Projection von  $N$  und  $d^3$  im Aufrisse, es bildet sich also hier der sogenannte Mittelschatten (§. 1 und §. 9). Die Punkte  $H$  und  $K$  des Grundrisses werfen ihre Schatten nach  $K'$  und die Projection davon im Aufrisse sind die Punkte  $K^2 K^3 K^2$ , welche alle in eine und dieselbe senkrechte Linie fallen.

Im Grundrisse würde nur der Schatten sichtbar sein, welchen der Cylinder in die wagerechte Ebene bei  $d' J d^4$  wirft.

#### §. 18.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines halben Achtecks gefunden werden, worauf eine halbkreisförmige Platte liegt. (Taf. 5 Fig. 17.)

**Auflösung.** Den Schatten des Körpers an die Wand findet man wie in dem §. 12, den Schatten der Deckplatte wie in §. 9, §. 13, §. 14.

Nimmt man im Halbkreise des Grundrisses die Punkte  $D a b d e f h l' e$  an, trägt diese im Aufrisse nach  $D a' b' d' f' h' l' e'$ , zieht im Aufrisse und im Grundrisse die Richtungslinien der Schattenstrahlen und schneidet dann die im Grundrisse gefundenen Längen bei den Punkten  $E b' F' e' G H C h^2 l'$  oben hinauf nach  $a^2 b^2 d^2 e^2 f^2 h^2 l'^2 h^2$  und  $B$ , so zeigen diese Durchschneidungspunkte, wenn man sie verbindet, die Gestalt des Schattens.

Es sind auch hierbei wieder besonders diejenigen Punkte zu berücksichtigen, wo die Lichtstrahlen an Platte und Prisma vorbeistreichen, wie im Grundrisse die Punkte  $G H$  und  $b$  und im Aufrisse die Punkte  $l^3 l^2 l^4 l^5$ .

#### §. 19.

**Aufgabe.** Es soll der Schatten eines Cylinders gefunden werden, worauf eine dreieckige Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 18.)

**Auflösung.** Den Schatten des Körpers an die Wand findet man nach §. 14, den Schatten der Deckplatte nach §. 7, weil im vorliegenden Falle die Deckplatte einen rechten Winkel bildet. Die übereinstimmend in Grund- und Aufriß eingetrag-