



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 19. Aufgabe. Es soll der Schatten eines Cylinders gefunden werden, worauf eine dreieckige Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 18.)

[urn:nbn:de:hbz:466:1-66132](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-66132)

ein rechtwinkliges Dreieck zur Grundfläche und eine eben solche Deckplatte hat; es stehen daher die Linien GK , KL , DE und EF unter einem Winkel von 45° gegen die Wand. Der Punkt K im Grundrisse wirft also seinen Schatten von K nach L , das heißt, die Schattenstrahlen fallen in die Linie KL selbst, sie werfen also keinen Schatten nebenbei an die Wand.

Der Punkt K im Grundrisse ist aber die Projection der Kante KE im Aufrisse, und es wird daher diese Kante ihren Schatten in die Ebene $KEHL$ des Aufrisses werfen (also nicht an die Wand).

Der Schatten der Platte wird eben so gefunden, wie der von der dreieckigen Platte in §. 7.

Bei dem Punkte D wird der Schatten beginnen. Zieht man im Grundrisse aG , bKL , EF , trägt dann die Punkte $a b E$ im Aufrisse nach $a^2 b^2 EB$ und zieht die Richtungslinien $a^2 a^2$, $b^2 b^2$, $E E'$, $B B'$, schneidet die übereinstimmenden Punkte des Grundrisses normal nach $a^2 b^2 EBF$ des Aufrisses und verbindet diese gefundenen Schattenpunkte mit einander, so erhält man den gesuchten Schatten. Neben dem Prisma links ist es das Dreieck $D G a^2$. Neben dem Prisma rechts ist es die Figur $H F E M$. Auf dem Prisma ist es die Figur $G E b^2 a^2$. Die Flächen $E H K L$ des Prismas und $B E F C$ der Platte liegen im Schatten, ohne einen Schlagschatten hinter sich zu werfen.

Im Grundrisse wird kein Schatten sichtbar werden.

§. 16.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines rechteckigen Prismas gefunden werden, welches eine dreieckige Deckplatte hat. (Taf. 5 Fig. 15.)

Auflösung. Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Erstens sucht man den Schatten, welchen das Prisma an die Wand wirft. Zieht man JN im Grundrisse unter 45° , so ist LN die Breite des Schattens (§. 4) im Grundrisse. Zieht man von N aus die Normale im Aufrisse ON' , so ist diese die Schattenlinie für die Senkrechte GJ des Aufrisses.

Um den Schatten der Platte auf die Wand zu finden, nehme man im Grundrisse die Punkte DF an und ziehe FF' (§. 6). Der Punkt F des Grundrisses ist der Projectionspunkt für F und B im Aufrisse, zieht man daselbst FF^2 und BB' und von F' im Grundrisse die Normale $F^2 B'$ im Aufrisse, so ist $F^2 B'$ die Schattenlinie von FB des Aufrisses. Die Kante BC des Aufrisses wird ihre Schattenlinie in der Linie $B^2 C$ finden, eben so die Kante DF des Aufrisses in der Linie DF^2 , welche hinter dem Prisma fortläuft.

Was den Schatten auf dem Prisma selbst betrifft, so wird der Punkt des Grundrisses a seinen Schatten nach J werfen. Trägt man a normal nach a' im Aufrisse, zieht $a^2 a^2$ und schneidet von J des Grundrisses normal hinauf, so ist a^2 im Aufrisse der Schattenpunkt für a' , und zieht man endlich $E a^2$, so hat man den Schatten auf das Prisma gefunden.

Ein Schatten des Prismas auf die wagerechte Ebene wird hier entstehen und zeigt sich derselbe im Grundrisse in der Figur des Dreiecks JLN .

§. 17.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines halben Cy-

linders gefunden werden, auf welchem ein halbes Achteck als Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 16.)

Auflösung. Wegen des Schattens, welchen die achteckige Platte wirft, sehe man §. 8, §. 11, §. 12, und wegen des Schattens, welchen der halbe Cylinder wirft, sehe man §. 14.

Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Erstens suche man den Schatten, welchen der halbe Cylinder auf die Wand wirft. Dann suche man den Schatten, welchen die Platte an die Wand und auf den halben Cylinder wirft. Betrachten wir den Grundris, so werden die Punkte $E a F b d H$ ihre Schatten theils auf den Cylinder bis bei d' und theils an die Wand, wie bei d^2 und K' , werfen. Nimmt man von diesen Punkten die Projectionen und trägt sie im Aufrisse nach $E a^2 F b^2 d^2 H C D$ und zieht von diesen Punkten die Richtungslinien $E E'$, $a^2 a^2$, ... und ferner im Grundrisse die Richtungslinien $E G$, $a a'$, FF' , ... und schneidet dann die Punkte des Grundrisses $G a' F' b' d' K'$ oben in den Richtungslinien an, so erhält man die Punkte $E^2 a^2 F^2 b^2 d^2 K^2 K^2 K^2$ und S ; durch die Verbindung dieser Punkte nach der Zeichnung aber ist die Gestalt des Schattens gegeben.

Im Grundrisse ist der Punkt d' derjenige, wo die Lichtstrahlen vorbeistreichen. Er ist die Projection von N und d^3 im Aufrisse, es bildet sich also hier der sogenannte Mittelschatten (§. 1 und §. 9). Die Punkte H und K des Grundrisses werfen ihre Schatten nach K' und die Projection davon im Aufrisse sind die Punkte $K^2 K^2 K^2$, welche alle in eine und dieselbe senkrechte Linie fallen.

Im Grundrisse würde nur der Schatten sichtbar sein, welchen der Cylinder in die wagerechte Ebene bei $d' J d^4$ wirft.

§. 18.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines halben Achtecks gefunden werden, worauf eine halbkreisförmige Platte liegt. (Taf. 5 Fig. 17.)

Auflösung. Den Schatten des Körpers an die Wand findet man wie in dem §. 12, den Schatten der Deckplatte wie in §. 9, §. 13, §. 14.

Nimmt man im Halbkreise des Grundrisses die Punkte $D a b d e f h l' e$ an, trägt diese im Aufrisse nach $D a' b' d' f' h' l' e'$, zieht im Aufrisse und im Grundrisse die Richtungslinien der Schattenstrahlen und schneidet dann die im Grundrisse gefundenen Längen bei den Punkten $E b' F' e' G H C h^2 l'$ oben hinauf nach $a^2 b^2 d^2 e^2 f^2 h^2 l'^2 h^2$ und B , so zeigen diese Durchschneidungspunkte, wenn man sie verbindet, die Gestalt des Schattens.

Es sind auch hierbei wieder besonders diejenigen Punkte zu berücksichtigen, wo die Lichtstrahlen an Platte und Prisma vorbeistreichen, wie im Grundrisse die Punkte $G H$ und b und im Aufrisse die Punkte $l^3 l^2 l^1$.

§. 19.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines Cylinders gefunden werden, worauf eine dreieckige Deckplatte liegt. (Taf. 5 Fig. 18.)

Auflösung. Den Schatten des Körpers an die Wand findet man nach §. 14, den Schatten der Deckplatte nach §. 7, weil im vorliegenden Falle die Deckplatte einen rechten Winkel bildet. Die übereinstimmend in Grund- und Aufriß eingetrag-

nen Buchstaben lassen nach der Zeichnung sehr leicht die Gestalt des Schattens finden.

§. 20.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer rechteckigen Mauervertiefung gefunden werden, welche wagerecht überdeckt ist. (Taf. 5 Fig. 19.)

Auflösung. Die Linie AB des Grundrisses ist die Projection der Linie AB im Aufrisse, da die Sonne über der Mauervertiefung steht, so ist die Deckenfläche nicht beleuchtet, wird also einen Schatten hinter sich an die Wand werfen. Eben so ist die Fläche des Aufrisses, wovon die Linie EA des Grundrisses die Projection ist, nicht erleuchtet, und diese Seitenfläche wird ihren Schatten auf die Rückwand der Mauervertiefung werfen. Betrachtet man den Grundriß, so wirft der Punkt A seinen Schatten nach a . Der Punkt des Grundrisses A aber ist die Projection der Linie CA im Aufrisse, folglich, wenn man den Punkt a nach a' und a'' trägt und von dem Punkte A des Aufrisses die Richtungslinie Aa'' zieht, so schneidet sich in a'' die Schattenslinie ab. Zieht man nun noch im Grundrisse bF , trägt b nach b' im Aufrisse und zieht $b'b''$, so ist b'' der Punkt, wo die Breite des Deckenschattens an der hinteren Wand sich bestimmt.

Es bestimmt sich also aus den Grenzpunkten $a'a''b''$ die Gestalt des Schattens im Aufrisse. Der Schatten im Grundrisse wird gefunden, wenn man von A nach a die Richtungslinie zieht. Es ist alsdann im Grundrisse das Dreieck AAE der sichtbare Schatten, denn da im Aufrisse der Schatten der Decke nicht bis in die wagerechte Ebene herunter fällt, so kann er auch nicht in derselben sichtbar werden.

§. 21.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer Mauervertiefung von dreieckiger Grundrißform und wagerechter Decke gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 20.)

Auflösung. Da die Decke der Mauervertiefung nicht erleuchtet werden kann, so wird sie einen Schatten unter sich werfen, und zwar von ihrer vorderen Kante an, welches im Aufrisse und Grundriß die Linie AB ist. Nimmt man im Grundrisse die Punkte A b d B an und zieht die Richtungslinien Aa , $b'b'$, $d'd'$, so ergiebt sich Folgendes.

Der Punkt A im Grundrisse ist die Projection der Linie AC des Aufrisses, folglich ist der Schattenpunkt a im Grundrisse die Projection der Schattenslinie $a'a''$ des Aufrisses. Eben so wirft der Punkt b seinen Schatten nach b' und b'' nach b'' , ferner der Punkt d nach d' und im Aufrisse E nach d'' .

Der Punkt B im Grund- und Aufrisse ist der Endpunkt, wie weit der Schatten gehen kann, und wenn man die Punkte des Grundrisses a b' d' B im Aufrisse bei a' b'' d'' B anschneidet und diese Punkte mit einander verbindet, so ist durch $a'a''b''d''B$ die Gestalt des Schattens gegeben.

Im Grundrisse wird das Dreieck AAE denjenigen Schatten begrenzen, welcher von der Seitenfläche AE in die wagerechte Ebene geworfen wird. Der Schatten, welchen die Decke wirft, ist im Grundrisse nicht sichtbar.

§. 22.

Aufgabe. Es soll der Schatten in einer halb-kreisförmigen Mauervertiefung mit wagerechter Decke gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 21.)

Auflösung. Betrachtet man die Zeichnung, so ist der Punkt a des Grundrisses die Projection der senkrechten Kante $a'a''$ im Aufrisse, ferner ist die Linie ar des Grundrisses die Projection der schattenwerfenden Linie $a'r'$ im Aufrisse.

Der Punkt a des Grundrisses wirft seinen Schatten nach b , folglich wenn man im Aufrisse die Linie $a'b'$ zieht und den Punkt b des Grundrisses nach dem Punkte b' des Aufrisses normal hinausschneidet, so ist b' die Projection von b , und eine Linie von b' aus abwärts normal gezogen ist die Schattenslinie der Kante $a'a''$ im Aufrisse.

Nimmt man nun im Grundrisse in der Linie ar die Punkte e f h k m an und zieht von ihnen aus die Linien ed , fg , hi , kl , mn , so ist d der Schattenpunkt von e , g von f , i von h , l von k und n von m . Trägt man nun die Punkte des Grundrisses e f h k m normal in den Aufriß nach e' f' h' k' m' und zieht aus diesen Punkten die Schattenrichtungen $e'd'$, $f'g'$, $h'i'$, $k'l'$, $m'n'$ und schneidet aus den Punkten des Grundrisses d g i l n normal hinauf nach den Punkten d' g' i' l' n' , so sind diese die gesuchten Schattenpunkte und die Linie des Aufrisses $r'n'l'i'g'd'h'$ ist die Begrenzungslinie desjenigen Schattens, welchen im Aufrisse die Kante $a'r'$ auf die gekrümmte Mauervertiefung werfen wird.

Nimmt man ferner zur Uebung an, daß in der wagerechten Decke der Mauervertiefung ein Stück concentrisch ausgeschnitten sei, so wird der Schatten eine ganz andere Gestalt zeigen.

Es sei das in der Decke fehlende Stück durch den Halbkreis (im Grundrisse) lo p q k h bezeichnet. Die Projection davon liegt im Aufrisse bei den Punkten $l'o$ $h'q'$ k' , zieht man von diesen Punkten die Linien $l'g'$, $o'd''$, $h'i''$, $q'q''$, $k'l'$, so hat man die Richtungslinien der Schatten.

Sucht man ferner im Grundrisse die Schattenpunkte, so wirft der Punkt l seinen Schatten nach g , o nach d , p ebenfalls nach g , h nach i , q ebenfalls nach i und k nach l .

Trägt man nun die gefundenen Schattenpunkte normal in den Aufriß hinauf, so findet man für den Punkt des Grundrisses l im Aufrisse den Punkt g' , für o des Grundrisses d'' im Aufrisse, für p des Grundrisses i'' des Aufrisses, für q des Grundrisses q'' des Aufrisses, für k des Grundrisses l' im Aufrisse. Verbindet man nun im Aufrisse die Schattenpunkte $g'd''i''q''l'$, so ergiebt die dadurch gefundene Linie die Begrenzung des Schattens für das halb-kreisförmig ausgeschnittene Stück der wagerechten Decke und die Linie des Aufrisses $r'n'l'q''i''d''g'd'h'b''$ den ganzen Schatten.

Im Grundrisse würde sich nur so viel Schatten zeigen, als die Sehne ab von dem Halbkreise der ganzen Mauervertiefung abschneidet.

Anmerkung. Man kann sich bei gekrümmten Flächen die Betrachtung rücksichtlich der schattenwerfenden Punkte sehr erleichtern, wenn man das hier Folgende sich gut einprägt. Denkt man sich z. B. in der vorliegenden Figur 21 im Aufrisse eine senkrechte Ebene so durch die Mauervertiefung gelegt, daß ihre Grundlinie in die Linie ed des Grundrisses fällt.

Die Linie ed des Grundrisses ist alsdann zugleich die Pro-