



Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 22. Aufgabe. Es soll der Schatten in einer halbkreisförmigen Mauervertiefung mit wagerechter Decke gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 21.)

[urn:nbn:de:hbz:466:1-66132](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-66132)

nen Buchstaben lassen nach der Zeichnung sehr leicht die Gestalt des Schattens finden.

§. 20.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer rechteckigen Mauervertiefung gefunden werden, welche wagerecht überdeckt ist. (Taf. 5 Fig. 19.)

Auflösung. Die Linie AB des Grundrisses ist die Projection der Linie AB im Aufrisse, da die Sonne über der Mauervertiefung steht, so ist die Deckenfläche nicht beleuchtet, wird also einen Schatten hinter sich an die Wand werfen. Eben so ist die Fläche des Aufrisses, wovon die Linie EA des Grundrisses die Projection ist, nicht erleuchtet, und diese Seitenfläche wird ihren Schatten auf die Rückwand der Mauervertiefung werfen. Betrachtet man den Grundriß, so wirft der Punkt A seinen Schatten nach a . Der Punkt des Grundrisses A aber ist die Projection der Linie CA im Aufrisse, folglich, wenn man den Punkt a nach a' und a'' trägt und von dem Punkte A des Aufrisses die Richtungslinie Aa'' zieht, so schneidet sich in a'' die Schattenslinie ab. Zieht man nun noch im Grundrisse bF , trägt b nach b' im Aufrisse und zieht $b'b''$, so ist b'' der Punkt, wo die Breite des Deckenschattens an der hinteren Wand sich bestimmt.

Es bestimmt sich also aus den Grenzpunkten $a'a''b''$ die Gestalt des Schattens im Aufrisse. Der Schatten im Grundrisse wird gefunden, wenn man von A nach a die Richtungslinie zieht. Es ist alsdann im Grundrisse das Dreieck AAE der sichtbare Schatten, denn da im Aufrisse der Schatten der Decke nicht bis in die wagerechte Ebene herunter fällt, so kann er auch nicht in derselben sichtbar werden.

§. 21.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer Mauervertiefung von dreieckiger Grundrißform und wagerechter Decke gefunden werden. (Taf. 5 Fig. 20.)

Auflösung. Da die Decke der Mauervertiefung nicht erleuchtet werden kann, so wird sie einen Schatten unter sich werfen, und zwar von ihrer vorderen Kante an, welches im Aufrisse und Grundriß die Linie AB ist. Nimmt man im Grundrisse die Punkte A b d B an und zieht die Richtungslinien Aa , $b'b'$, $d'd'$, so ergiebt sich Folgendes.

Der Punkt A im Grundrisse ist die Projection der Linie AC des Aufrisses, folglich ist der Schattenpunkt a im Grundrisse die Projection der Schattenslinie $a'a''$ des Aufrisses. Eben so wirft der Punkt b seinen Schatten nach b' und b'' nach b'' , ferner der Punkt d nach d' und im Aufrisse E nach d'' .

Der Punkt B im Grund- und Aufrisse ist der Endpunkt, wie weit der Schatten gehen kann, und wenn man die Punkte des Grundrisses a b' d' B im Aufrisse bei a' b'' d'' B anschneidet und diese Punkte mit einander verbindet, so ist durch $a'a''b''d''B$ die Gestalt des Schattens gegeben.

Im Grundrisse wird das Dreieck AAE denjenigen Schatten begrenzen, welcher von der Seitenfläche AE in die wagerechte Ebene geworfen wird. Der Schatten, welchen die Decke wirft, ist im Grundrisse nicht sichtbar.

§. 22.

Aufgabe. Es soll der Schatten in einer halb-kreisförmigen Mauervertiefung mit wagerechter Decke gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 21.)

Auflösung. Betrachtet man die Zeichnung, so ist der Punkt a des Grundrisses die Projection der senkrechten Kante $a'a''$ im Aufrisse, ferner ist die Linie ar des Grundrisses die Projection der schattenwerfenden Linie $a'r'$ im Aufrisse.

Der Punkt a des Grundrisses wirft seinen Schatten nach b , folglich wenn man im Aufrisse die Linie $a'b'$ zieht und den Punkt b des Grundrisses nach dem Punkte b' des Aufrisses normal hinausschneidet, so ist b' die Projection von b , und eine Linie von b' aus abwärts normal gezogen ist die Schattenslinie der Kante $a'a''$ im Aufrisse.

Nimmt man nun im Grundrisse in der Linie ar die Punkte e f h k m an und zieht von ihnen aus die Linien ed , fg , hi , kl , mn , so ist d der Schattenpunkt von e , g von f , i von h , l von k und n von m . Trägt man nun die Punkte des Grundrisses e f h k m normal in den Aufriß nach e' f' h' k' m' und zieht aus diesen Punkten die Schattenrichtungen $e'd'$, $f'g'$, $h'i'$, $k'l'$, $m'n'$ und schneidet aus den Punkten des Grundrisses d g i l n normal hinauf nach den Punkten d' g' i' l' n' , so sind diese die gesuchten Schattenpunkte und die Linie des Aufrisses $r'n'l'i'g'd'$ ist die Begrenzungslinie desjenigen Schattens, welchen im Aufrisse die Kante $a'r'$ auf die gekrümmte Mauervertiefung werfen wird.

Nimmt man ferner zur Uebung an, daß in der wagerechten Decke der Mauervertiefung ein Stück concentrisch ausgeschnitten sei, so wird der Schatten eine ganz andere Gestalt zeigen.

Es sei das in der Decke fehlende Stück durch den Halbkreis (im Grundrisse) lo p q k h bezeichnet. Die Projection davon liegt im Aufrisse bei den Punkten $l'o$ $h'q'k'$, zieht man von diesen Punkten die Linien $l'g'$, $o'd''$, $h'i''$, $q'q''$, $k'l'$, so hat man die Richtungslinien der Schatten.

Sucht man ferner im Grundrisse die Schattenpunkte, so wirft der Punkt l seinen Schatten nach g , o nach d , p ebenfalls nach g , h nach i , q ebenfalls nach i und k nach l .

Trägt man nun die gefundenen Schattenpunkte normal in den Aufriß hinauf, so findet man für den Punkt des Grundrisses l im Aufrisse den Punkt g' , für o des Grundrisses d'' im Aufrisse, für p des Grundrisses i'' des Aufrisses, für q des Grundrisses q'' des Aufrisses, für k des Grundrisses l' im Aufrisse. Verbindet man nun im Aufrisse die Schattenpunkte $g'd''i''q'l'$, so ergiebt die dadurch gefundene Linie die Begrenzung des Schattens für das halb-kreisförmig ausgeschnittene Stück der wagerechten Decke und die Linie des Aufrisses $r'n'l'q''i''d''g'd'h'b''$ den ganzen Schatten.

Im Grundrisse würde sich nur so viel Schatten zeigen, als die Sehne ab von dem Halbkreise der ganzen Mauervertiefung abschneidet.

Anmerkung. Man kann sich bei gekrümmten Flächen die Betrachtung rücksichtlich der schattenwerfenden Punkte sehr erleichtern, wenn man das hier Folgende sich gut einprägt. Denkt man sich z. B. in der vorliegenden Figur 21 im Aufrisse eine senkrechte Ebene so durch die Mauervertiefung gelegt, daß ihre Grundlinie in die Linie ed des Grundrisses fällt.

Die Linie ed des Grundrisses ist alsdann zugleich die Pro-

jection der Schattenrichtungslinie $e'd'$ des Aufrisses, und der Punkt e im Grundrisse wird seinen Schatten bis d im Grundrisse werfen. Der Punkt e' im Aufrisse aber ist die Projection des Punktes e im Grundrisse. Zieht man von e' im Aufrisse unter 45° Grad die Linie $e'd'$, so ist diese die Projection derjenigen Linie, welche als Schattenlinie in der senkrecht durchstehenden Ebene nach der Richtung der Linie $e'd$ des Grundrisses gehen würde. Schneidet man nun aus dem Grundrisse den Schattenpunkt d in dem Aufriß normal nach d' ab, so ist der Punkt d' der gesuchte Schattenpunkt. Der Punkt o des Grundrisses liegt in derselben senkrechten Ebene, seine Projection im Aufrisse aber liegt in o' , zieht man nun im Aufrisse $o'd'$ und von dem Grundrisse d eine Normale nach d' , so ist d' der gesuchte Schattenpunkt für o' , d' liegt aber in derselben senkrechten Ebene wie d' , nur etwas höher hinauf, weil die Schattenrichtungslinie jetzt nicht wie vorher von dem Punkte e' des Aufrisses, sondern von dem Punkte o' des Aufrisses ausgegangen ist.

Eben so kann man sich nach und nach durch alle Schattenlinien des Grundrisses senkrechte Ebenen gelegt denken, welche die Mauervertiefung auch im Aufrisse schneiden und alsdann die Schattenpunkte in diesen senkrechten Ebenen einzeln bestimmen.

§. 23.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer halbkreisförmigen Mauervertiefung, welche halbkugelförmig überwölbt ist, gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 22.)

Auflösung. Betrachtet man Grund- und Aufriß, so ergibt sich Folgendes. Im Aufrisse sind die Kante $a'a^2$ und der Halbkreis $a^2k'r'$ die schattenwerfenden Kanten. Denkt man sich an dem Halbkreise (rechts) die Linie oq unter 45° Grad gezogen, so ist diese eine Schattenrichtungslinie, welche aber an dem Halbkreise hinstreift und ihn in dem Punkte p berührt (als Tangente). Es wird also der Punkt p im Halbkreise der letzte sein, welcher einen Schatten hinter sich in die Halbkugel wirft. Es wird also aus demselben Grunde die Kante pr' des Halbkreises erleuchtet sein und keinen Schatten mehr werfen.

Betrachtet man nun den Grundriß, so wirft der Punkt a seinen Schatten nach b . Der Punkt a im Grundrisse aber ist die Projection der ganzen Linie $a'a^2$ des Aufrisses. Zieht man von diesen Punkten die Richtungslinien a^2b^2 und $a'b'$ und von dem Punkte des Grundrisses b normal hinauf die Linie $bb'h^2$, so ist die Linie $b'h^2$ die Grenze des Schattens von $a'a^2$.

Um nun die Schattenpunkte zu finden, welche der Halbkreis a^2k' bis p im Aufrisse in die Halbkugel hinein wirft, verfähre man folgendermaßen. Man nehme im Aufrisse die Punkte a^2e' $f'h'k'm$ an und ziehe von ihnen aus die wagerechten und parallelen Linien I, II, III, IV, so sind diese Linien die Projectionen wagerecht durch die Halbkugel gelegter Ebenen.

Um die Projectionen dieser wagerechten Ebenen auch im Grundrisse zu bestimmen, trage man aus dem Halbkreise des Aufrisses die Punkte a^2e' $f'h'$ nach dem Grundrisse in die Linie ar normal herunter, so daß a^2 nach a , e' nach e , f' nach f und h' nach h fällt.

Beschreibt man nun im Grundrisse aus dem Mittelpunkte k einen Halbkreis mit dem Halbmesser ke , so erhält man die Projection der Linie II im Aufrisse. Beschreibt man eben so aus k

im Grundrisse mit dem Radius ka einen Halbkreis, so erhält man die Projection der Linie III des Aufrisses. Beschreibt man zuletzt im Grundrisse aus k mit dem Halbmesser kh einen Halbkreis, so erhält man die Projection der Linie IV des Aufrisses und folglich die Projectionen im Grundrisse der wagerecht durch die Halbkugel im Aufrisse gelegten Ebenen I, II, III, IV. Die Projection der Linie I im Aufrisse ergibt im Grundrisse den Halbkreis, welcher den Umriß der Mauervertiefung ausmacht und mit dem Radius ka beschrieben ist.

Im Grundrisse sind die Projectionen der wagerechten Ebenen gleichlautend wie im Aufrisse mit I, II, III, IV bezeichnet.

Zieht man nun aus den Punkten des Aufrisses $e'f'h'k'm'$ Schattenrichtungslinien $e'd'$, $f'g'$, $h'i'$, $k'l'$, $m'n'$, und im Grundrisse eben so ed , fg , hi , kl , mn , so ist man nunmehr im Stande, alle Schattenpunkte zu finden.

Es wirft im Grundrisse der Punkt e seinen Schatten nach d , zieht man von d aufwärts die Normale $d'd'$, so ist d' der Schattenpunkt von e' im Aufrisse.

Es wirft im Grundrisse der Punkt f seinen Schatten nach g , zieht man von g aufwärts die Normale gg' , so ist g' der Schattenpunkt von f' im Aufrisse.

Es wirft im Grundrisse der Punkt h seinen Schatten nach i , zieht man von i aufwärts die Normale ii' , so ist i' der Schattenpunkt von h' im Aufrisse.

Mit der Linie I im Aufrisse treten die Schattenpunkte in die Halbkugel hinein und liegen nicht mehr wie die vorigen auf einer gekrümmten senkrechten Fläche, es wird demnach auch ein etwas verändertes Verfahren für ihre Aufindung eintreten.

Es wirft der Punkt des Grundrisses k seinen Schatten nach l . Zieht man von l die Normale ll^2 , so ist l^2 die Projection von l in der Linie des Aufrisses I. Sucht man nun eben so zu den Punkten des Grundrisses l^2l^2 die Projectionen in den Linien des Aufrisses II, III, IV, so erhält man im Aufrisse die krumme Linie l^2l^2k' , welche die Projection von der geraden Linie des Grundrisses $kl^2l^2l^2$ ist. (I. Abtheil. Projectionslehre. §. 32.)

Denkt man sich nun im Grundrisse die Linie kl als die Grundlinie einer senkrechten Ebene, welche in der Nische auch im Aufrisse errichtet ist, so muß der Punkt k des Grundrisses seinen Schattenpunkt l dahin werfen, wo die Wölbung der Nische den Schattenstrahl des Aufrisses $k'l'$ trifft. (§. 22, siehe Anmerk.) Dies geschieht aber im Aufrisse bei l' und es ist mithin l' die Projection von dem Schattenpunkte des Grundrisses bei l .

Eben so wirft der Punkt m des Grundrisses seinen Schatten nach n . Sucht man wie vorher die Projectionen der Punkte des Grundrisses nn^2n^3m im Aufrisse in den Linien I, II, III, IV, so erhält man wieder eine krumme Linie, welche die Projection der geraden Linie des Grundrisses mn^3n^2n ist.

Die Schattenrichtungslinie des Aufrisses $m'n'$ wird von der krummen Linie in n' getroffen. Es ist also n' der Schattenpunkt von n im Grundrisse.

Betrachten wir nun den Punkt des Grundrisses l , so ist er derjenige, wo eine Linie unter 45° Grad daran gezogen, an dem Halbkreise vorbei streifen wird (als Tangente). Es ist aber der Punkt des Grundrisses l zugleich der Projectionspunkt des Punktes p im Aufrisse. Es wird also im Grundrisse bei l und im Aufrisse bei p der Schattenstrahl vorbei streifen und der Punkt des Aufrisses p wird derjenige sein, wo der Schatten aufhört.