Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 23. Aufgabe. Es soll der Schatten einer halbkreisförmigen Mauervertiefung, welche halbkugelförmig überwölbt ist, gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 22.)

urn:nbn:de:hbz:466:1-66132

jection der Schattenrichtungslinie c' d' des Aufrisses, und der Punkt c im Grundrisse wird seinen Schatten bis d im Grundrisse werfen. Der Punkt c' im Aufrisse aber ist die Projection des Punktes c im Grundrisse. Zieht man von c' im Aufrisse unter 45 Grad die Linie c' d', so ist diese die Projection derjenigen Linie, welche als Schattenlinie in der senkrecht durchliegenden Ebene nach der Richtung der Linie c d des Grundrisses gehen würde. Schneidet man nun aus dem Grundrisse den Schattenpunkt d in dem Aufriß normal nach d' ab, so ist der Punkt d' der gesuchte Schattenpunkt. Der Punkt o des Grundrisses liegt in derselben senkrechten Ebene, seine Projection im Aufrisse aber liegt in o', zieht man nun im Aufrisse o^2 d^2 und von dem Grundrißpunkte d eine Normale nach d^2, so ist d^2 der gesuchte Schattenpunkt für o', d^2 liegt aber in derselben senkrechten Ebene wie d', nur etwas höher hinauf, weil die Schattenrichtungslinie jetzt nicht wie vorhin von dem Punkte c' des Aufrisses, sondern von dem Punkte o' des Aufrisses ausgegangen ist.

Eben so kann man sich nach und nach durch alle Schattenlinien des Grundrisses senkrechte Ebenen gelegt denken, welche die Mauervertiefung auch im Aufrisse schneiden und alsdann die Schattenpunkte in diesen senkrechten Ebenen einzeln bestimmen.

§. 23.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer halbkreisförmigen Mauervertiefung, welche halbkugelförmig überwölbt ist, gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 22.)

Auflösung. Betrachtet man Grund- und Aufriß, so ergiebt sich Folgendes. Im Aufrisse sind die Kante a' a^2 und der Halbkreis a^2 k' r' die schattenwerfenden Kanten. Denkt man sich an dem Halbkreise (rechts) die Linie o q unter 45 Grad gezogen, so ist diese eine Schattenrichtungslinie, welche aber an dem Halbkreise hinstreift und ihn in dem Punkte p berührt (als Tangente). Es wird also der Punkt p im Halbkreise der letzte sein, welcher einen Schatten hinter sich in die Halbkugel wirft. Es wird also aus demselben Grunde die Kante p r' des Halbkreises erleuchtet sein und keinen Schatten mehr werfen.

Betrachtet man nun den Grundriß, so wirft der Punkt a seinen Schatten nach b. Der Punkt a im Grundrisse aber ist die Projection der ganzen Linie a' a^2 des Aufrisses. Zieht man von diesen Punkten die Richtungslinien a^2 b^2 und a' b' und von dem Punkte des Grundrisses b normal hinauf die Linie b b' b^2, so ist die Linie b' b^2 die Grenze des Schattens von a' a^2.

Um nun die Schattenpunkte zu finden, welche der Halbkreis a^2 k' bis p im Aufrisse in die Halbkugel hinein wirft, verfahre man folgendermaßen. Man nehme im Aufrisse die Punkte a^2 c' f' h' k' m an und ziehe von ihnen aus die wagerechten und parallelen Linien I, II, III, IV, so sind diese Linien die Projectionen wagerecht durch die Halbkugel gelegter Ebenen.

Um die Projectionen dieser wagerechten Ebenen auch im Grundrisse zu bestimmen, trage man aus dem Halbkreise des Aufrisses die Punkte a^2 c' f' h' nach dem Grundrisse in die Linie a r normal herunter, so daß a^2 nach a, c' nach c, f' nach f und h' nach h fällt.

Beschreibt man nun im Grundrisse aus dem Mittelpunkte k einen Halbkreis mit dem Halbmesser k c, so erhält man die Projection der Linie II im Aufrisse. Beschreibt man eben so aus k im Grundrisse mit dem Radius k f einen Halbkreis, so erhält man die Projection der Linie III des Aufrisses. Beschreibt man zuletzt im Grundrisse aus k mit dem Halbmesser k h einen Halbkreis, so erhält man die Projection der Linie IV des Aufrisses und folglich die Projectionen im Grundrisse der wagerecht durch die Halbkugel im Aufrisse gelegten Ebenen II, III, IV. Die Projection der Linie I im Aufrisse ergiebt im Grundrisse den Halbkreis, welcher den Umriß der Mauervertiefung ausmacht und mit dem Radius k a beschrieben ist.

Im Grundrisse sind die Projectionen der wagerechten Ebenen gleichlautend wie im Aufrisse mit I, II, III, IV bezeichnet.

Zieht man nun aus den Punkten des Aufrisses c' f' h' k' m' Schattenrichtungslinien c' d', f' g', h' i', k' l', m' n', und im Grundrisse eben so c d, f g, h i, k l, m n, so ist man nunmehr im Stande, alle Schattenpunkte zu finden.

Es wirft im Grundrisse der Punkt c seinen Schatten nach d, zieht man von d aufwärts die Normale d d', so ist d' der Schattenpunkt von c' im Aufrisse.

Es wirft im Grundrisse der Punkt f seinen Schatten nach g, zieht man von g aufwärts die Normale g g', so ist g' der Schattenpunkt von f' im Aufrisse.

Es wirft im Grundrisse der Punkt h seinen Schatten nach i, zieht man von i aufwärts die Normale i i', so ist i' der Schattenpunkt von h' im Aufrisse.

Mit der Linie I im Aufrisse treten die Schattenpunkte in die Halbkugel hinein und liegen nicht mehr wie die vorigen auf einer gekrümmten senkrechten Fläche, es wird demnach auch ein etwas verändertes Verfahren für ihre Auffindung eintreten.

Es wirft der Punkt des Grundrisses k seinen Schatten nach l. Zieht man von l die Normale l l^2, so ist l^2 die Projection von l in der Linie des Aufrisses I. Sucht man nun eben so zu den Punkten des Grundrisses l^3 l^4 l^5 die Projectionen in den Linien des Aufrisses II, III, IV, so erhält man im Aufrisse die krumme Linie l^2 l' k', welche die Projection von der geraden Linie des Grundrisses k l^5 l^4 l^3 l ist. (I. Abtheil. Projectionslehre. §. 32.)

Denkt man sich nun im Grundrisse die Linie k l als die Grundlinie einer senkrechten Ebene, welche in der Nische auch im Aufrisse errichtet ist, so muß der Punkt k des Grundrisses seinen Schattenpunkt l dahin werfen, wo die Wölbung der Nische den Schattenstrahl des Aufrisses k' l' trifft. (§. 22, siehe Anmerk.) Dies geschieht aber im Aufrisse bei l' und es ist mithin l' die Projection von dem Schattenpunkte des Grundrisses bei l.

Eben so wirft der Punkt m des Grundrisses seinen Schatten nach n. Sucht man wie vorhin die Projectionen der Punkte des Grundrisses n n^2 n^3 m im Aufrisse in den Linien I, II, III, IV, so erhält man wieder eine krumme Linie, welche die Projection der geraden Linie des Grundrisses m n^3 n^2 n ist.

Die Schattenrichtungslinie des Aufrisses m' n' wird von der krummen Linie in n' getroffen. Es ist also n' der Schattenpunkt von n im Grundrisse.

Betrachten wir nun den Punkt des Grundrisses l, so ist er derjenige, wo eine Linie unter 45 Grad daran gezogen, an dem Halbkreise vorbei streifen wird (als Tangente). Es ist aber der Punkt des Grundrisses l zugleich der Projectionspunkt des Punktes p im Aufrisse. Es wird also im Grundrisse bei l und im Aufrisse bei p der Schattenstrahl vorbei streifen und der Punkt des Aufrisses p wird derjenige sein, wo der Schatten aufhört.

Die nach und nach gefundenen Punkte des Aufrisses $p\,n'\,l'\,i'\,g'\,d'\,b^2\,b'$ werden also die Grenze des Schattens angeben, welcher gesucht werden sollte.

Um sich zu überzeugen, daß die Punkte s u des Grundrisses keine Schatten mehr werfen werden, darf man nur die Linien s t und u v ziehen und ihre Projectionen im Aufrisse in den Linien I, II, III, IV suchen, so wird man finden, daß ihre Richtungslinien im Aufrisse schon außerhalb des Kreises fallen (da schon die Richtungslinie o p q des Aufrisses außerhalb fällt), daß sie also auch keinen Schatten in die Wölbung werfen können.

§. 24.

Aufgabe. Es sollen die Schatten an einem Säulenkapital gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 23.)

Auflösung. Nimmt man in der Linie des Grundrisses a n die Punkte a c f h k an, so liegen diese Punkte in derjenigen unteren Kante der viereckigen Platte, welche ihren Schatten unter sich wirft. Der Punkt a wirft seinen Schatten auf den Viertelstab nach b und auf den Säulenstamm nach b'. Im Aufrisse stimmen die Punkte $b^2\,b^3$ mit den vorigen in ihrer Projection überein, sie werden also die Schattenpunkte von b und b' des Grundrisses sein. Eben so findet man für $c\,d\,d'$ im Grundrisse $c'\,d^2\,d^3$ im Aufrisse. Für $f\,g\,f'$ im Grundrisse findet man $f^2\,g'\,f^3$ im Aufrisse, für h i des Grundrisses $h'\,i'$ im Aufrisse, für $k\,k'$ des Grundrisses $k^2\,k^3$ im Aufrisse.

Die viereckige Platte wird ferner ihren Schatten hinter sich an die Wand nach $n^3\,n^4$ werfen, wo sich der Schatten des Viertelstabes anschließt. Nun suche man den Schatten des Viertelstabes auf die darunter befindliche viereckige Platte. Denkt man sich im Aufrisse eine Linie unter 45 Grad gegen den Viertelstab gezogen, so wird sie bei dem Punkte v den Viertelstab tangiren; von diesem Punkte wird der Schatten anfangen.

Eben so sucht man die Schatten, welche die beiden Plättchen und der untere Rundstab auf den Säulenschaft werfen.

Man muß hierbei nur Folgendes vor Augen behalten. Will man z. B. die Länge der Schattenlinie $c'\,d^2$ im Aufrisse finden, so sieht man im Viertelstabe die Projection desjenigen Querschnittes, welchen die Linie $d\,d'$ im Grundrisse angiebt. Es wird im Aufrisse eine gekrümmte Linie entstehen, welche immer länger gezogen ist, je mehr die Schattenpunkte rechts hinrücken. An diese jedesmal gefundene Linie ziehe man eine gerade Linie unter 45 Grad, so daß sie die krumme Linie tangirt, dann ist der Tangirungspunkt derjenige, welcher einen Schatten hinter sich wirft. Die Länge dieses Schattens findet man aus dem Grundrisse, wenn man die an den Säulenschaft oder an die anderen Gliederungen anfallenden übereinstimmenden Schattenpunkte hinaufschneidet. Bei dem Punkte l des Grundrisses streifen die Lichtstrahlen vorbei, es wird also hier der sogenannte Mittelschatten beginnen, auch würde von diesem Punkte aus der Schlagschatten des Säulenschaftes auf die hinten befindliche senkrechte Wand gefunden werden, wenn er sichtbar wäre.

Man zeichne zur Uebung das Kapital recht groß, so wird man bei Annahme vieler Punkte die Schatten der verschiedenen Gliederungen sehr genau finden können. Bei der Kleinheit der Zeichnung konnte hier nur der Gang angegeben werden. Auch vergleiche man den hier folgenden Paragraph.

§. 25.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines Wulstes an einem Säulenfuße gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 24.)

Auflösung. Zieht man im Grundrisse die Schattenrichtungslinien a b, c d, e f, g h, i k, l m und betrachtet diese Linien zugleich als Projectionen durch den Wulst gelegter Ebenen, so ergiebt sich Folgendes: Wenn man im Aufrisse die wagerechten Linien I, II, III, IV zieht, so liegt die Projection dieser Linien im Grundrisse, in den Kreisen, welche man durch die Punkte I, II, III, IV beschrieben hat, und man ist nunmehr im Stande, die Projectionen der vorhin erwähnten durchgelegten Ebenen (§. 22, Anmerk.) im Aufrisse zu finden. Betrachten wir zuerst die Linie des Grundrisses a b, trägt man die Punkte dieser Linie, wo sie die Kreise I, II, III, IV schneidet, nach und nach im Aufrisse in die gleichbedeutenden Linien des Aufrisses I, II, III, IV, so erhält man im Aufrisse die Projection der nach der Richtung a b des Grundrisses durchgelegten Ebene, welche im Aufrisse durch den Punkt b' geht.

Trägt man eben so aus dem Grundrisse die Ebene c d hinauf, so erhält man im Aufrisse die Projection dieser Ebene, welche im Aufrisse durch den Punkt c' geht.

Trägt man eben so aus dem Grundrisse die Linie e f hinauf, so erhält man im Aufrisse die Projection dieser Ebene, welche im Aufrisse durch den Punkt d' geht.

Trägt man eben so aus dem Grundrisse die Linie g h hinauf, so erhält man im Aufrisse die Projection dieser Ebene, welche im Aufrisse durch den Punkt e' geht.

Trägt man eben so aus dem Grundrisse die Linie i k hinauf, so erhält man die Projection dieser Ebene im Aufrisse, welche durch die Punkte des Aufrisses f und h' geht.

Nachdem man nun im Aufrisse die Projectionen aller dieser Ebenen aus dem Grundrisse gefunden hat, ziehe man im Aufrisse unter einem Winkel von 45 Grad die Schattenrichtungslinien bei $A\,A'\,A^2\,A^3\,A^4\,A^5\,A^6\,A^7$, und zwar so, daß sie an den Umrissen der gefundenen Ebenen vorbeistreifen (oder, was dasselbe ist, sie tangiren). Bemerkt man diejenigen Punkte, wo die Linien $A\,A'$.... die krummen Linien berühren, so ergeben sich die Punkte des Aufrisses $a'\,b'\,c'\,d'\,e'\,f'\,h'\,k'$. Verbindet man nun diese Punkte durch eine Linie, so zeigt diese Linie den Umriß desjenigen Schattens (Mittelschattens), welcher auf dem Wulst entsteht. Unterhalb der Punkte $a'\,b'\,c'$.... nämlich hören die Lichtstrahlen auf zu beleuchten, weil sie nur vorbeistreifen.

Dasselbe wird bei dem Punkte g' des Aufrisses der Fall sein und deshalb wird die gesuchte Linie auch durch diesen Punkt gehen.

Aus diesem Beispiele ergeben sich zugleich die Auffindung der Schatten für alle nach außen (convex) oder auch nach innen (concav) gebogene und zugleich im Grundrisse kreisrunde Gliederungen, deren man zur Uebung mehrere beliebige zeichnen kann.

§. 26.

Aufgabe. Es sollen die Schatten für den Aufriß eines Gesimses gefunden werden. (Taf. 6 Fig. 25.)

Auflösung. Zieht man an dem oberen Viertelstabe die Linie a b unter 45 Grad, so daß sie den Viertelstab tangirt, so wird der Punkt a seinen Schatten nach b werfen. Denkt man sich durch den Punkt a eine wagerechte Linie gezogen, so werden