Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 29. Aufgabe. Es soll der Schatten eines von einer senkrechten Wand abstehenden prismatischen Körpers gefunden werden, welcher eine prismatische Oeffnung hat. (Taf. 6 Fig. 27.)

urn:nbn:de:hbz:466:1-66132

§. 29.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines von einer senkrechten Wand abstehenden prismatischen Körpers gefunden werden, welcher eine prismatische Oeffnung hat. (Taf. 6 Fig. 27.)

Auflösung. Man verfahre ganz ähnlich, wie im vorigen §. 28; man suche nämlich zuerst den Schatten der vorderen Fläche und dann den Schatten der hinteren Fläche.

Die Punkte des Grundrisses f k n werfen ihre Schatten nach g l o und im Aufrisse übereinstimmend nach $g' l^2 o'$. Die Punkte des Grundrisses a c h m werfen ihre Schatten nach b d g i l und im Aufrisse nach $b' l' g' l^2$. Zieht man nun noch $l' o'$, so ist diese Linie die Schattenkante von n m des Grundrisses, und das Rechteck im Aufrisse g' w z v wird nicht vom Schatten bedeckt werden.

§. 30.

Aufgabe. Es soll der Schatten einer achteckigen Pyramide gefunden werden, welche vor einer senkrechten Ebene steht. (Taf. 6. Fig. 28.)

Auflösung. Es stelle im Grundrisse die Linie A B die Projection der senkrechten Ebene vor, an welcher die Pyramide steht. Denkt man sich im Scheitelpunkte g des Grundrisses die Richtungslinie des Schattens $g\,g^3$ gezogen, eben so im Aufrisse von dem Scheitel g' die Linie $g'\,g^2$, und schneidet man aus dem Grundrisse g^3 nach g^2 hinauf, so hat man den Schatten des Scheitelpunktes gefunden. Denkt man sich ferner im Grundrisse die Linien a b c und d e f gezogen, und zieht man von a und b durch f die Richtungslinie bis b^3 und von d durch e die Richtungslinie $c\,e^3$, so wirft der Punkt des Grundrisses a seinen Schatten nach b^3 und im Aufrisse nach a^2. Eben so wirft der Punkt b seinen Schatten im Grundrisse nach b^3 und im Aufrisse nach b^2. Es ist also die Linie $a^2\,b^2$ im Aufrisse die Schattenlinie von a b im Grundrisse, und b^2 der Schattenpunkt von b^3.

Eben so findet man für die Linie des Grundrisses d e den Schattenpunkt e^3 und im Aufrisse die Linie $d' e'$. Es sind also im Aufrisse die Punkte $b^2\,e^2$ die Schattenpunkte der Kante g b e des Grundrisses, und wenn man im Aufrisse die Linie $g^2\,b^2\,e^2$ zieht, so hat man die Schattenlinie der einen Seite. Zieht man auf der andern Seite der Achse die Linie g^2 h unter gleichem Winkel gegen die Achse, wie $g^2\,b^2\,e^2$, so erhält man die andere Schattenkante.

Man kann sich im Grundrisse a b, b c und d e, e f als die Seiten durch das Prisma gelegter Ebenen denken und für jede dieser freischwebenden Ebenen den Schatten an der senkrechten Wand suchen, wodurch man sich die Vorstellung noch erleichtern und dasselbe Ergebniß wie vorhin finden wird.

§. 31.

Aufgabe. Es soll der Schatten eines Cylinders gefunden werden, welcher in der Mitte eine kreisrunde Oeffnung hat (wie ein Mühlstein gestaltet ist). (Taf. 6 Fig. 29.)

Auflösung. Betrachtet man den Grundriß, so übersieht man leicht, daß man, um den Schatten des ganzen Körpers zu finden, nur nöthig hat, erst den Schatten der vorderen Fläche, dann den Schatten der hinteren Fläche zu suchen und diese beiden Schatten mit einander zu verbinden. Es sind hier nur diejenigen Punkte aufgesucht worden, welche sichtbar werden, da der Schatten der ganzen hinteren Fläche zum Theil von dem Körper, zum Theil von dem Schatten der vorderen Fläche verdeckt wird. Zieht man im Grundrisse die Richtungslinien g h, i k, e f, a b und c d, so ist f' im Aufrisse der Schattenpunkt für den Mittelpunkt der Kreise, und folglich f' auch Mittelpunkt für die beiden Schattenkreise, und man hat nur nöthig, mit den Halbmessern der beiden gegebenen Kreise die Kreisstücken $f^2\,k'\,h'$ und $b'\,d'\,m$ aus dem Punkte f' zu ziehen, um den Schatten der vorderen Kreisfläche zu finden.

Bei dem Punkte a' des Aufrisses streifen die Lichtstrahlen vorbei. Die Projection von a' ist a im Grundrisse, welches seinen Schatten nach b wirft, es wird demnach $a'\,b'$ die Verbindungslinie der vorderen und hinteren Kreisschattenfläche werden, wovon man sich sogleich überzeugen kann, wenn man den Schatten für die hinteren Kreisflächen wirklich sucht, ihr Mittelpunkt liegt im Aufrisse bei n'.

Man wird die Schattenkreise ebenfalls ganz übereinstimmend finden, wenn man in den Kreisen einzelne Punkte im Aufrisse annimmt, wie $g'\,i'\,e'\,a'$, davon die Projectionen in den Grundriß trägt, im Aufrisse und Grundrisse die nöthigen Richtungslinien der Schattenstrahlen zieht und die Schattenpunkte, wie bisher immer, aus dem Grundrisse hinauf schneidet, wo man alsdann die Punkte $h'\,k'\,f^2\,a'\,b'\,c\,d'\,m$ finden wird, welche in den Schattenkreisen liegen. Je mehr Hülfspunkte man annimmt, desto genauer würde man die Kreislinien der Schatten finden, wenn man ihre Mittelpunkte nicht suchen wollte.

Anmerkung 1. Es stehe derselbe Cylinder mit seiner wagerechten Achse normal gegen die senkrechte Wand, man soll seinen Schatten auf der Wand finden. (Taf. 6 Fig. 30.)

Um diese Aufgabe zu lösen, bemerke man Folgendes. Im Aufrisse bezeichnen die Punkte $a^2\,a^3$ die Mittelpunkte der vorderen und hinteren Kreisebene und zugleich die Linie $a^2\,a^3$ die den Mittelpunkten wagerecht gegenüber liegenden Verbindungslinien der inneren Höhlung, und der äußeren Verbindungslinien des wagerechten Durchmessers.

Die Linien $b^2\,b^3$ und $g'\,g^2$ bezeichnen die Verbindungslinien der kleineren Kreise, wenn man dieselben in acht gleiche Theile theilt; die Linien $c^2\,c^3$ und $e^2\,e^3$ die oberen und unteren Verbindungslinien der kleinen Kreise, $d^2\,d^3$ und $h^2\,h^3$ die Verbindungslinien der beiden großen Kreise, wenn man dieselben in acht gleiche Theile theilt; $f^2\,f^3$ und $k^2\,k^3$ endlich die oberen und unteren Verbindungslinien der großen Kreise.

Dieselben übereinstimmenden Bezeichnungen sind für den Grundriß gewählt, so daß z. B. $a^2\,a^3$ des Aufrisses mit a a' des Grundrisses übereinstimmt u. s. w.

Um nun den Schatten des Körpers an der senkrechten Wand zu finden, suche man zuerst den Schatten des vorderen Kreises, dessen schattenwerfende Punkte im Grundrisse a b c d f g e h k sind, von diesen ziehe man die Richtungslinien bis an die senkrechte Wand im Grundrisse. Alsdann ziehe man im Aufrisse von den Punkten $a^2\,b^2\,c^2\,d^2\,f^2\,g^2\,e^2\,h^2\,k^2$ die Schattenrichtungslinien und schneide aus dem Grundrisse die übereinstimmenden Schattenpunkte an der Wand hinauf, so findet man den Schatten der vorderen Fläche, deren Mittelpunkt M sein wird.