Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

Dritte Abtheilung.

Dritte Abtheilung.

A. Isoperimetrische Perspective.

§. 1.

Einleitung.

In der ersten Abtheilung, welche die Projectionslehre abhandelte, haben wir gesehen, daß es eine Art Zeichnungen gab, nach welcher man Körper durch Aufzeichnung des Grundrisses, des Aufrisses, und des Durchschnittes **meßbar** in allen ihren einzelnen Theilen darstellen konnte. So wichtig diese Art Darstellung für den Bauhandwerker, so unentbehrlich sie für die Aufzeichnung von sogenannten Baurissen ist, hat sie nichts desto weniger manches Weitläufige und Unbequeme, namentlich bei Darstellung solcher Gegenstände, bei welchen viele einzelne in einander greifende Theile verdeutlicht werden sollen; man ist alsdann genöthigt, den Zusammenhang immer aus dem Grundrisse, dem Aufrisse und dem Durchschnitte zugleich herauszusuchen, was in manchen Fällen, und namentlich bei verwickelten einzelnen Bautheilen (Details), bei schwierigen Dachconstructionen rc., aber ganz insbesondere bei Darstellungen von Maschinen, wo man häufig seine Einbildungskraft sehr anstrengen muß, um sich aus den gewöhnlichen sogenannten geometrischen Zeichnungen Alles gehörig zu verdeutlichen, viele Schwierigkeiten hat. Bei diesen geometrischen Projectionszeichnungen hat man bekanntlich immer nur eine einzelne Ebene vor sich, entweder den Grundriß, den Aufriß oder den Durchschnitt, man kann also die Maße des dargestellten Körpers auch nur nach und nach aus diesen drei Arten von Zeichnung auffinden.

Es ist aber oft höchst wünschenswerth, diese drei Arten der Projection, so zu sagen in einer einzigen Zeichnung zu verbinden, und dies lehrt die isoperimetrische Perspective.

Bei dem gewöhnlichen Projectionszeichnen werden im Grundrisse die Maße der Länge und Breite, im Aufrisse die Maße der Höhe, dargestellt; hierzu braucht man immer mindestens zwei Zeichnungen, häufig auch noch den Durchschnitt als dritte Zeichnung.

Könnte man nun die Maße der Länge, Breite und Höhe in einer einzigen Zeichnung und zugleich bequem meßbar darstellen, so sieht man, welchen Vortheil diese Vereinfachung haben müßte.

Ein Engländer Farish, Professor an der Universität Cambridge, hat diese Erfindung gemacht und sie die isoperimetrische Perspective genannt. Der Name kommt aus dem Griechischen, läßt sich nicht mit einem einzelnen Worte verdeutschen, bedeutet aber so viel, als daß die drei Hauptabmessungen eines Körpers (Länge, Breite, Höhe) nach einem und demselben Maßstabe in einer und derselben Zeichnung dargestellt werden können.

Die senkrechten Linien bleiben alsdann auch in der Zeichnung senkrecht, die wagerechten Linien, welche die Länge und Breite einer Ebene begrenzen, neigen sich aber (wenn sie rechtwinklig auf einander stehen) nicht rechtwinklig, sondern unter Winkeln von 60 Grad.

Ein Beispiel wird dies deutlicher machen.

Man denke sich (Tafel 8 Fig. 1) eine wagerechte Linie A B. In dieser Linie nehme man einen beliebigen Punkt d als Anfangspunkt der Zeichnung an, so heißt dieser Punkt der regulirende Punkt.

Von diesem Punkte aus soll ein Würfel (Cubus) isoperimetrisch verzeichnet werden.

In d errichte man die lothrechte Linie d c und mache sie so lang, als die eine Seite des Cubus werden soll. Ferner ziehe man durch denselben Punkt d zwei Linien d f und d b beide so gegen die wagerecht Linie A B geneigt, daß sie mit ihr Winkel von 30 Grad bilden, so wird der Winkel, welchen die Linien d f und d b einschließen, 120 Grad betragen, was so viel ist, als $2 \times 60 = 120$ Grad.

Nun mache man die Linie $d f = d c$ und die Linie $b d = c d$, so hat man die beiden untern Kanten des Cubus bestimmt. Es würde der Punkt b links und der Punkt f rechts von dem regulirenden Punkte d liegen, was auch in der Zukunft, bei zu suchenden Punkten, zu merken ist.

Errichtet man nun auf den Punkten b und f die Lothrechten b a und e f, und macht diese beiden Linien $= c d$, so hat man wieder zwei Kanten des Würfels gefunden.

Nun ziehe man a c parallel mit b d und c e parallel mit d f, so hat man die oberen Kanten der beiden Seitenflächen. Zieht man nun noch g a parallel mit c e, und g e parallel mit a c, so hat man die beiden Kanten der den Cubus oberhalb begrenzenden Fläche gefunden, und somit den ganzen Körper, so weit er dem Auge in der Natur sichtbar sein würde, wenn man sich das Auge in der nach oben verlängerten Diagonale des Cubus dächte.

Betrachtet man die Zeichnung, so zeigt sie von dem Körper zwei Seitenflächen und eine obere Fläche, aus der oberen Fläche kann man die Maße der Länge und Breite, und aus den Seitenflächen die Maße der Höhe entnehmen.

Es wird demnach eine solche isometrische Zeichnung stets drei Seiten eines Körpers zeigen, wenn eine gewöhnliche geometrische Projection nur eine Seite auf einmal gezeigt hätte.

Der mathematische Beweis dafür, daß alle verschiedenen Flächen der Zeichnung nach einerlei Maßstab meßbar sind, wird hier als zu weit führend übergangen, er beruht jedoch darauf, daß in einem regelmäßigen Sechseck alle Mittelpunktswinkel gleich 60 Grad, und die Seiten des Sechsecks den Radien des Kreises gleich sind, in welchem das Sechseck beschrieben ist, wie Fig. 1 zeigt.

Der Punkt d hieß als erster Punkt, von welchem aus die übrigen bestimmt wurden, der regulirende Punkt.

Die Linie c d, als die erste Lothrechte, nach welcher die anderen bestimmt werden, heißt immer die Verticale zum Unterschiede gegen die übrigen Senkrechten.

Die beiden Linien b d und d f, welche durch den regulirenden Punkt d gehen, heißen beide die horizontalen Linien, zum Unterschiede gegen alle übrigen, und davon heißt d b die linke und d f die rechte Horizontale.

Die Ebene c d f e, welche durch die verticale Linie c d und durch die rechte Linie e f geht, heißt die rechte Ebene.

Die Ebene c d a b, welche durch die verticale Linie c d und die linke Linie a b geht, heißt die linke Ebene.

Diese Benennungen dienen dazu, um die Lage irgend eines beliebigen Punktes so leicht als möglich zu bestimmen, wenn man seine drei Abstände mißt, denn jeder Punkt muß entweder in einer der regulirenden Linien selbst liegen (wo er dann leicht zu finden ist), oder er liegt außerhalb der regulirenden Linien irgendwo; alsdann bestimme man seine Abstände gegen die rechte und linke Horizontallinie, wodurch man die Länge und Breite des Abstandes findet, und alsdann bestimme man in den senkrechten Ebenen die Höhe des Punktes, ziehe dann von diesen Punkten parallele Linien mit der rechten und linken Horizontale, und wo diese Parallelen sich schneiden, wird der gesuchte Punkt liegen.

Die folgenden Beispiele werden das Verfahren hinlänglich verdeutlichen.

Im Ganzen übersieht man vorläufig gewiß durch die Zeichnung des Cubus so viel, daß ein anschauliches Bild jedes Körpers auf diesem Wege geliefert werden, und daß man in diesem Körper jeden beliebig gegebenen Punkt, auch in der Zeichnung bestimmen könne. Aber auch jeder beliebig gegebene Punkt außerhalb des Körpers ist dadurch bestimmbar, daß man nach den zu bestimmenden Maßen seine Abstände gegen die horizontalen und senkrechten Ebenen bestimmt und dadurch seine Lage in der Zeichnung festsetzt.

Es wird also auch keine Schwierigkeit machen, jede beliebige gerade Linie isometrisch zu zeichnen, wenn man ihre beiden Endpunkte bestimmt, und diese durch eine gerade Linie verbindet.

Krumme Linien jeglicher Gestalt lassen sich ebenfalls dadurch bestimmen, daß man in ihnen eine beliebige Menge Punkte annimmt, diese isometrisch bestimmt und dann diese zuletzt in der Zeichnung gefundenen Punkte durch Linien mit einander verbindet.

Es leuchtet ein, daß je mehr Punkte man auf diese Art für eine krumme Linie sucht, um so genauer wird ihr Bild in der Zeichnung werden.

Nachdem wir die allgemeinen Begriffe der isoperimetrischen Perspective erläutert, wenden wir uns zu einzelnen Beispielen, welche das Verfahren vollkommen verdeutlichen werden.

Betrachten wir zur besseren Verständigung Fig. 1 noch einmal, so ergiebt sich Folgendes.

Der Cubus wird durch ein regelmäßiges (im Kreise construirtes) Sechseck und durch die Radien c d, c e, c a dargestellt. Denkt man sich außerdem im Sechseck Radien gezogen, so sind alle Winkel am Mittelpunkte = 60 Grad.

Das Sechseck hat vor allen im Kreise gezeichneten regelmäßigen Vielecken, die Eigenschaft, daß jede Seite des Sechsecks gleich dem Radius des Kreises ist. Folglich sind hier im Cubus alle Seiten gleich lang und folglich auch nach einerlei Maßstabe meßbar.

Wenn man z. B. eine der Seiten des Cubus in 5 Fuß getheilt annimmt, so werden alle übrigen Seiten des Cubus mit demselben Maßstabe meßbar sein.

Will man die Diagonale einer der Seitenflächen wirklich messen, so beschreibe man, wie Tafel 8 Fig. 2, ein Quadrat a c d b mit einer der Seiten des Cubus aus Fig. 1, so daß die Seite des Quadrats a b gleich einer der Seiten des Cubus wird; z. B. = c d (in Fig. 1). Zieht man nun in dem Quadrate die Diagonale b c oder a d, so sind diese nach demselben Maßstabe meßbar, welcher für den Cubus festgesetzt war.

Wollte man die Diagonale des Cubus wirklich messen, so suche man ihre wirkliche Länge nach Fig. 3 (Tafel 8). Man trage aus Fig. 1 die Verticale c d in Fig. 3 auf der beliebig langen wagerechten Linie d b auf von d nach c. — Alsdann mache man die Linie d b (Fig. 3) so lang als in Fig. 2 die Diagonale a d war, zieht man nun noch in Fig. 3 die Linie c b, so ist diese die gesuchte Diagonale des Cubus, welche mit demselben Maßstabe meßbar sein wird, welchen man für den Cubus angenommen hat.

Man sieht hieraus, daß man auf ähnliche Weise auch die Längen anderer Linien, welche in der isoperimetrischen Figur unter verschiedenen Lagen geneigt wären, meßbar darstellen könnte, wenn es nöthig wäre.

§. 2.

Aufgabe. Man soll einen Cubus isometrisch zeichnen, auf dessen Begrenzungsflächen sich Achtecke befinden. Tafel 8 Fig. 2 u. Fig. 4.

Auflösung. Man zeichne zuvörderst in Fig. 4 den Cubus ganz so, wie wir in §. 1 Fig. 1 gezeigt haben. Dann zeichne man in Fig. 2 das regelmäßige Achteck in ein Quadrat, welches man so groß gemacht hat, als eine der Seitenflächen des Cubus in Fig. 4 ist.

Um nun das Achteck aus Fig. 2 auf eine der Flächen des Cubus in Fig. 4 zu übertragen, braucht man nur von den Mittellinien oder von den Kantenpunkten des Cubus aus, die Punkte des Achtecks aus Fig. 2 nach Fig. 4 zu übertragen.

Es ist sowohl in Fig. 2 als in Fig. 4 dieselbe Buchstabenbezeichnung gewählt worden und wird man bei Vergleichung beider Figuren sogleich die Lage der gleichnamigen Punkte einsehen und eintragen können.

Bei allen drei sichtbaren Achtecken in Fig. 4 wiederholt sich dasselbe Verfahren auf gleiche Weise.

Wollte man eine Seite des Achtecks in Fig. 4 wirklich nach einem Maßstabe messen, so kann dies nur auf den senkrechten Kanten des Cubus und den Horizontalen geschehen, da die schräg laufenden Diagonalen der Achtecke von verschiedener Länge sind, und folglich ein falsches Maß angeben würden.

§. 3.

Aufgabe. Es soll ein Cubus isometrisch gezeichnet werden, in dessen Seitenflächen Kreise eingezeichnet sind. (Taf. 8 Fig. 5 und Fig. 2.)

Auflösung. Der bloße Augenschein lehrt schon, daß sich diese Aufgabe ganz ähnlich, wie die vorige (§. 2) lösen läßt.

Hat man den Cubus gezeichnet, so trage man wie vorhin die Achtecke ein. Nun betrachte man Fig. 2, so wird man finden, daß ein im Achtecke eingeschriebener Kreis, durch die Punkte n v q w o x p z gehen muß. Zieht man aber in Fig. 5 in dem Vierecke der Seitenfläche a b d c die Diagonalen a d und c b, so schneiden diese das Achteck in den Punkten v w x z und der Kreis wird nunmehr (aus freier Hand) durch die Punkte (in Fig. 5) n v q w o x p z gezogen werden können.

So wie man den Kreis in einer der Seitenflächen gefunden hat, eben so findet man die übrigen Kreise in den andern Seitenflächen.

Anmerkung 1. Man sieht, daß man jedes andere regelmäßige Vieleck auf den Seitenflächen eines Cubus in ganz ähnlicher Weise finden wird, wie man das Achteck und den Kreis zu finden im Stande war.

Anmerkung 2. Die Kreise in Fig. 5 kann man sich als Oberflächen von Räderwerken an einer Maschine denken, welche sich um die in den Mittelpunkten der Kreise vorstehenden Achsen drehen; und man sieht daß auch für Maschinen die isoperimetrische Darstellung sehr geeignet ist, meßbare Figuren in verschiedenen Lagen darzustellen. Hierzu kommt noch die Erleichterung, daß bei Maschinen die Räderwerke meistentheils entweder in wagerechter oder senkrechter Lage sich befinden.

§. 4.

Aufgabe. Man soll eine Welle (Cylinder) isometrisch aufzeichnen. (Taf. 8 Fig. 6 u. 7.)

Auflösung. Es sei der Kreisdurchschnitt der Welle in Fig. 6 gegeben. Nun trägt man Fig. 7 auf einer wagerechten Linie in dem Punkte f nach jeder Seite hin einen Winkel von 30 Grad an und zieht vorläufig die Linien f e und f g willkürlich lang.

Dann errichte man die Verticale f d und mache sie so hoch als der Durchmesser des Kreises in Fig. 6 lang ist. Dann mache man die Linie f e so lang wie d f, ziehe d c parallel f e, und e c parallel f d, so hat man ein Quadrat isometrisch gezeichnet, in welches der Kreis Fig. 6 hinein paßt.

Nun mache man in Fig. 7 die Linie f g so lang als die Welle (der Cylinder) werden soll, errichte g a und ziehe a d und b c parallel mit g f, auch mache man a d und b c so lang wie g f.

Dann ziehe man a b und g h parallel mit d c und f e, so hat man ein Prisma a b c d f e h g, in welches die Welle hinein paßt.

Nun beschreibe man in der Seitenfläche f d c e ein Achteck und darin einen Kreis (§. 3), so hat man die vordere Fläche der Welle.

Dann beschreibe man in der Fläche a b h g ebenfalls einen Kreis, so hat man die hintere Fläche der Welle. Zieht man nun noch die Linien b k und m n parallel mit g f, so hat man die beiden Begrenzungslinien der Welle und somit die verlangte isoperimetrische Zeichnung der Welle gefunden.

§. 5.

Aufgabe. Es soll ein Kreuz isometrisch gezeichnet werden. (Taf. 8 Fig. 8.)

Auflösung. Man nehme auf irgend einer wagerechten Linie einen regulirenden Punkt a an. Von diesem aus ziehe man unter 30 Grad die Linien a b und a o und mache diese beiden Linien so lang als die Stärke des Kreuzes werden soll. Dann errichte man die senkrechten Linien b d, a c und o l und mache diese so lang als das Kreuz hoch werden soll; alsdann ziehe man c d und d m parallel mit b a, und c l und d m parallel mit a o, so hat man den senkrechten Theil des Kreuzes.

Will man nun den wagerechten Kreuzesarm zeichnen, so bestimme man die Längen d p, p e und e q, q f, so wie l r und ziehe durch die Punkte p q, e f und r die mit b a parallelen h g, o i, n k willkürlich lang.

Dann mache man die Linien q i, r k, f g, e h und o p so lang wie der wagerechte Kreuzesarm werden soll, und ziehe die senkrechten Linien o h, i g und k v, ferner die Linien g v, i k, q r, o n parallel mit a o, so ist die gestellte Aufgabe gelöst.

§. 6.

Aufgabe. Man soll einen Dachstuhl isometrisch zeichnen. (Tafel 8 Fig. 9 u. 10.)

Auflösung. Es sei der Dachstuhl wie er in Fig. 9 gezeichnet ist gegeben. Der zugehörige Maßstab befindet sich darunter.

Will man nun den ganzen Dachverband isoperimetrisch zeichnen, so nehme man sich zuvörderst Fig. 10 auf der wagerechten Linie A B den regulirenden Punkt C an. An diesen trage man wie immer nach jeder Seite hin einen Winkel von 30 Grad und ziehe (§. 1) die horizontalen Linien C D und C E. Die Linie C D mache man vorläufig willkürlich lang und die Linie C E mache man so lang wie der Balken (in Fig. 9) unterhalb ohne Ueberstand ist, nun halbire man die Linie C E in F, so ist F C und F E gleich der halben Länge des Balkens unterhalb.

Errichtet man nun in F (Fig. 10) die Senkrechte F G und macht dieselbe so hoch wie F G in Fig. 9, so hat man die Mittellinie des Dachstuhls und seine Höhe.

Von G aus in Fig. 10 ziehe man die Sparrenlinien G H und G J, nachdem man zuvor den Balken selbst fertig gezeichnet hat, so erhält man das erste Sparrengebind.

Nun zeichnet man mit allen Maßen, welche in Fig. 9 gelten den Kehlbalken, die Rahmstücken und Stiele in Fig. 10 ein.

Die Breite der Hölzer findet man ebenfalls nach dem Maßstabe, wenn man sie auf einer der horizontalen Linien, welche alle unter sich parallel sind, abträgt und die entsprechenden Umrißlinien der Verbandstücke zieht. So findet man das ganze erste Dachstuhlgebind.

Nun trägt man mittelst des Maßstabes die übrigen Balken in Entfernungen (hier) von 4 Fuß auf der Horizontalen C D Fig. 10 hinter einander auf, vollendet diese isometrisch, zeichnet nach und nach eben so die Sparren und den Dachstuhl ein, so wird man ein sehr deutliches und in allen isometrisch wagerechten und senkrechten Linien meßbares Bild des Dachstuhles erhalten.

Die Zeichnung macht Alles hinlänglich deutlich.

§. 7.

Aufgabe. Es soll der einfache Bock eines Hängewerkes isometrisch gezeichnet werden. (Taf. 8 Fig. 11.)

Auflösung. Von dem regulirenden Punkte a ziehe man die Horizontalen a b und a c, setze in a die Höhe des Balkens auf und von a nach c die Breite desselben nach irgend einem vorhandenen oder eingebildeten Maßstabe. Dann vollende man den Balken und zeichne nach und nach eben so die Hängesäule H und die Streben S S daran.

Der Theil links von der Mittellinie ist hier der Raumersparung wegen abgebrochen gezeichnet worden; übrigens macht die Zeichnung Alles deutlich.

§. 8.

Aufgabe. Es sollen zwei quer über einander fortliegende Holzverbände isometrisch gezeichnet werden. (Taf. 8 Fig. 12.)

Auflösung. Zuerst nimmt man den regulirenden Punkt a an, zieht dann gegen diesen, wie immer unter 30 Grad geneigt, die isometrisch horizontalen Linien a b und a c und vollendet den Balken, dann zeichnet man in gleicher Weise die übrigen Holzstücken. C ist ein Balken. A und B sind Stiele, E und E Kopfbänder. D eine Laufschwelle. F und F Streben. Die Zeichnung macht alles hinlänglich deutlich, wenn alles nach einem bestimmten Maßstabe gezeichnet gedacht wird.

§. 9.

Aufgabe. Es soll ein Gesims isometrisch aufgezeichnet werden. (Taf. 8 Fig. 13.)

Auflösung. In der wagerechten Linie A B bestimme man den regulirenden Punkt a willkürlich; ziehe alsdann die isoperimetrischen Horizontalen a c und a d unter 30 Grad. Alsdann bestimme man nach einem gegebenen Maßstabe die Längen der Linien a c und a d und ziehe die Verticale a b.

Nun ziehe man noch die senkrechte Kantenlinie c e und zeichne daran das gegebene Profil (Durchschnitt) des Gesimses, wie aus Fig. 13 bei D ersichtlich. Ferner ziehe man von allen Kantenpunkten des Gesimses parallele Linien mit a c nach der Verticalen a b, bis diese berührt wird.

Auf der entgegengesetzten Seite bei E verfährt man ganz eben so.

Die Breiten der Consols trägt man so wie ihre Abstände von einander nach einem bestimmten Verhältnisse oder Maßstabe auf, so wird man das verlangte Gesims erhalten, wie die Zeichnung zeigt, durch welche überhaupt Alles hinlänglich deutlich dargestellt ist, so daß man sich auch für andere Fälle und bei anderen Formen wird zu helfen wissen.

Anmerkung. In Taf. 8 Fig. 13 ist das Gesims von oben herab angesehen dargestellt; es könnte aber in manchen Fällen wünschenswerth erscheinen, einen Gegenstand umgekehrt, das heißt, von unten nach oben gesehen zu betrachten. Dies zeigt Taf. 8 Fig. 14.

Man hat alsdann nur nöthig, die isometrisch horizontalen Linien von der wagerechten Linie A B nach unten zu ziehen, das Profil des Gesimses anzuzeichnen und dann wie in Fig. 13 zu verfahren. Die Zeichnung macht Alles deutlich.

§. 10.

Aufgabe. Es soll eine Vase isometrisch gezeichnet werden. (Taf. 8 Fig. 16 u. 17.)

Auflösung. Aus der geometrischen Zeichnung der Vase in Fig. 17 ergeben sich alle Maße für Fig. 16. Man ziehe in Fig. 16 eine verticale Linie, welche die Achse des Gefäßes ist; auf dieser Achse nehme man Punkte, die den Mittelpunkten der Hauptkreise dieses Gefäßes entsprechen; durch diese Punkte können die horizontalen isometrischen Linien gezogen werden (wie in Fig. 16 geschehen ist), die die Halbmesser derjenigen Kreise darstellen, mit deren Hülfe die isometrischen Ellipsen, die ihre Stelle vertreten, leicht gezogen werden.

Auf ähnliche Art kann ein Körper dargestellt werden, der durch die Umdrehung einer ebenen Figur um eine ihrer Seiten erzeugt ist.

§. 11.

Aufgabe. Es soll irgend ein Gebäude isometrisch aufgezeichnet werden. (Taf. 8 Fig. 18.)

Auflösung. Hat man in der wagerechten Linie A B den Grundpunkt a, die Verticale a b und die beiden Horizontalen a c und a d bestimmt, so kann man nach dem unter Fig. 18 befindlichen Fußmaßstabe das Gebäude nach allen seinen Abmessungen isometrisch aufzeichnen, wenn man alles das berücksichtigt, was in den vorhergehenden Paragraphen gesagt worden ist. Die Zeichnung Fig. 18 macht Alles deutlich.

§. 12.

Aufgabe. Es soll eine Maschine isometrisch gezeichnet werden. (Taf. 8 Fig. 19.)

Auflösung. Aus der Zeichnung in Fig. 19 ist ersichtlich, daß, wenn man den regulirenden Punkt an irgend einer Stelle der Maschine, z. B. hier bei a, angenommen hat, so wird man im Stande sein, vermittelst lothrechter und isometrisch-horizontaler Linien die Maschine stückweise nach und nach vermittelst eines Maßstabes aufzutragen.

Die Räderwerke machen dabei keine Schwierigkeit, da sie sich entweder in senkrechten oder wagerechten Ebenen befinden, so ist es leicht, die Umrisse derselben zu finden, wenn man die Kreise in Achtecke eingeschlossen denkt und dann so verfährt, wie man Taf. 8 Fig. 6 verfahren hat.

Die Breiten oder Stärken der Räder ergeben sich ebenfalls leicht, wenn man einen zweiten Kreis neben den andern zeichnet, welcher so weit von ersterem absteht, als das Rad selbst dick ist.

Es wird unnöthig sein, noch mehr hinzuzufügen, da die Zeichnung Alles vollkommen deutlich macht.

§. 13.

Schlußbemerkungen.

Es ist nach dem bisher Gesagten leicht zu übersehen, daß die isoperimetrische Perspective sich für alle möglichen Arten der Darstellung eignet, man kann damit alle Arten Bauconstructionen, Schiffe, Festungen, einzelne Gebäude, ja ganze Straßen und Städte, so wie in Situationsplänen Berge, Vertiefungen zc. aufzeichnen und dadurch eine weit größere Anschaulichkeit und Deutlichkeit bewirken, als durch die gewöhnlich üblichen geometrischen Darstellungsweisen. Ganz insbesondere aber wird sie dem Bauhandwerker aller Gewerke nützlich sein, wenn er sich die Zusammenstellung vieler in einander greifender Theile und besonders die sogenannten Details (einzelne Theile der Bauwerke, in größerem Maßstabe gezeichnet, als die Bauzeichnungen gemacht sind) deutlich machen will.

Wenn des beschränkten Raumes wegen auch nur wenige Beispiele gegeben werden konnten, so glauben wir doch, daß der Leser nach Durcharbeitung der gegebenen wohl im Stande sein wird, sich in jedem einzelnen Falle zu helfen.

B. Linearperspective.

§. 14.

Einleitung.

Die Linearperspective lehrt die Gegenstände so zeichnen, wie sie in der Natur erscheinen.

Denkt man sich (Taf. 9 Fig. 1 und Fig. 2) z. B. daß man vor einer Allee gleich hoher und gleich weit von einander entfernter Bäume steht, und daß der Standpunkt sich in der nach vorn verlängerten Mittellinie der Allee befinde, so ergeben sich folgende Erscheinungen.

1) Obgleich die Bäume alle gleich hoch angenommen sind, so werden die dem Auge des Beschauers zunächst stehenden am höchsten, die letzten in der Allee aber am niedrigsten erscheinen.

Es folgt also hieraus, daß die Gegenstände unter allen Umständen immer kleiner erscheinen werden, je weiter sie vom Beschauer abstehen.

Es folgt ferner, daß sehr weit abgelegene Gegenstände nach und nach sich so verkleinern können, daß man sie mit bloßen Augen gar nicht mehr sieht, wie man sich bei jedem Blicke in eine große Ferne leicht überzeugen kann.

2) (Fig. 1.) Die Grundlinien, worauf die Bäume stehen, scheinen sich nach hinten zu in einem gemeinschaftlichen Punkte A zu vereinigen.

Eben so werden, wenn man sich über die Wipfel der gleich hohen Bäume wagerechte Linien gezogen denkt, diese an sich wagerechten Linien schräg wie die Grundlinien der Bäume erscheinen, und sich ebenfalls scheinbar in dem Punkte A vereinigen.

3) Dieser Punkt A heißt der Augenpunkt, nicht weil sich etwa in diesem Punkte A das Auge des Beschauers befindet, sondern weil dieser Punkt A jedesmal in gleicher Höhe mit dem Auge des Beschauers sich befindet.

4) Eben so wie die Höhen der Bäume im Bilde sich nach hinten zu verkleinern, eben so werden auch die Breitenmaße nach hinten zu immer schmaler. Wir hatten angenommen, daß die Entfernung der Bäume von einander, (nach der Tiefe des Bildes zu) ebenfalls überall dieselbe sei.

Denkt man sich zwischen je zwei Bäumen wagerechte Linien gezogen, so sieht man, daß die Breiten dieser Entfernungen (obgleich sie in der Natur gleich sind) nach hinten immer schmaler zu werden scheinen. Zugleich wird man finden, daß diese Breitenmaße (eben so wie die Höhenmaße) nach hinten zu unter einem gewissen Verhältnisse abzunehmen scheinen.

Es ist also auch ein Maßstab für diese in einem gewissen Verhältnisse stehenden Verkleinerungen denkbar, und diesen Maßstab, welcher wirklich gefunden werden kann, werden wir weiter unten unter dem Namen des perspectivischen Maßstabes kennen lernen.

Er dient hauptsächlich zum Auftragen der perspectivischen Zeichnungen, weniger zum Messen derselben, da er für eine Bauausführung zu unsicher sein würde, wie man späterhin leicht einsehen wird.

5) Denkt man sich in Fig. 1 die Allee durch einen Rahmen gesehen, so heißt ab die Grundlinie des Bildes. Der Punkt G heißt der Grundpunkt, die Linie Gc heißt die Mittellinie, der Punkt A der Augenpunkt, und eine wagerechte Linie, welche man sich durch den Augenpunkt A gezogen denkt, heißt die Horizontlinie.

Diese Horizontlinie wird höher oder tiefer rücken, je nachdem das Auge des Beschauers höher oder tiefer gegen den Rahmen steht.

Denn je höher der Beschauer steht, um so mehr Grundfläche des Bildes wird er übersehen.

Die Horizontlinie zeigt demnach jedesmal den sogenannten scheinbaren Horizont an und liegt in demselben.

Man kann sich dies am besten vergegenwärtigen, wenn man sich denkt, daß man am Meere oder vor einer ganz flachen meilenlangen Ebene steht, in beiden Fällen wird sich der scheinbare Horizont, als eine wagerechte Linie zeigen, welche in gleicher Höhe mit dem Auge des Beschauers liegt und folglich jedesmal durch den Punkt A (Fig. 1) gehen wird.

6) Betrachtet man in Taf. 9 Fig. 2, so hat man den Grundriß zu Fig. 1. Es ist darin ab die Grundlinie des Rahmens, G der Grundpunkt, welcher zugleich Projection des Augenpunktes A ist, so wie die Grundlinie ab zugleich Projection der Horizontlinie ist. S ist der Standpunkt, d. h. derjenige

Punkt, wo sich das Auge des Beschauers in seiner Grundrißprojection befindet. Die Linie **G S** heißt die **Standlinie** und giebt jedesmal die Entfernung an, in welcher sich das Auge des Beschauers vor dem Bilde befindet.

Wie die Folge zeigen wird ist es nothwendig, den Standpunkt S auch in der Bildfläche zu haben; man kann ihn sich deshalb nach S′ oder S″ über der Grundlinie gesetzt denken. Da aber der Punkt S in gleicher Höhe mit dem Punkte **A** in Fig. **1** liegt, so würde man die Punkte S′ oder S″ in der Horizontlinie Fig. **1** erhalten, wenn man aus Fig. **2** die Entfernung G S nach Fig. **1** von **A** nach S′ oder von **A** nach S″ trägt.

7) Betrachtet man Fig. 1 und Fig. 2, so ergeben sich folgende Hauptsätze:

Die Achsen der Bäume stehen in der Natur (wie hier angenommen wird) senkrecht, sie stehen auch im Bilde senkrecht, folglich:

> sind alle senkrechten Linien in der Natur auch senkrechte Linien im Bilde.

Ferner, die wagerechten Linien, welche man sich in der Natur von einem Baume zum andern quer über die Allee gezogen denken kann, erscheinen auch in Fig. 1 im Bilde als wagerecht, folglich:

> sind alle wagerechten Linien in der Natur auch wagerechte Linien im Bilde.

Ferner, die beiden Linien, welche man sich durch die Grundpunkte und über die Wipfel der Bäume gezogen denken kann, stehen im Grundrisse (Fig. 2) rechtwinklig (normal) gegen die Grundlinie und auch gegen den Rahmen des Bildes; im Bilde selbst aber (Fig. 1) gehen sie schräg und vereinigen sich im Augenpunkte **A**, folglich:

> gehen alle auf den Rahmen des Bildes (in der Natur) normale Linien, im Bilde nach dem Augenpunkte **A**.

8) Wenn man in der Grundlinie eine beliebige Maßeintheilung annimmt, so gilt dieses Maß für die ganze Fläche des Rahmens wie bei jeder geometrischen Fläche.

Da die mit dem Rahmen in der Natur parallelen Ebenen im Bilde nach hinten zu immer kleiner erscheinen, so folgt, daß das Maß der Grundlinie sich in jeder Ebene, welche vom Rahmen weiter nach hinten absteht, auch verändern müsse, das Maß wird nach hinten zu immer kleiner werden. In welchem Verhältniß dies geschieht, werden wir weiter unten sehen.

9) Da die auf den Rahmen normalen Linien sich nach dem Augenpunkte **A** hin zusammenziehen (Fig. 1) und gleichsam nach diesem Punkte hin zu verschwinden scheinen, so heißt der Punkt **A** auch zugleich der **Verschwindungspunkt**, für alle diese auf den Rahmen des Bildes normale Linien.

§. 15.

Die Einrichtung des perspectivischen Rahmens oder der perspectivischen Tafel. Taf. 9 Fig. 3 und Fig. 4.

Es wird für die Anschauung sehr bequem sein, wenn man sich den perspectivischen Rahmen mit einer Glasplatte ausgefüllt denkt, durch welche Platte man die dahinter liegenden Gegenstände betrachtet; jedes gewöhnliche Fenster wird hinreichen hiervon einen deutlichen Begriff zu geben.

Von den Gegenständen hinter der Glastafel müssen Lichtstrahlen in unser Auge kommen, wenn wir die Gegenstände sehen sollen. Diese Lichtstrahlen kann man sich als gerade Linien denken, welche auf allen Punkten, wo sie durch die Tafel gehen, dieselbe schneiden.

Es werden somit die Abbildungen der hinter der Glastafel befindlichen Gegenstände, auf der Tafel immer da erscheinen, wo die von ihnen nach unserm Auge kommenden Lichtstrahlen die Tafel schneiden, und auf diese Art kann man nun die Tafel selbst als eine Zeichnung (als ein Bild) betrachten, welche die hinter der Tafel befindlichen Gegenstände getreu darstellt.

Man betrachte Fig. 3; unter der ebenen Fläche **a b c d** stelle man sich eine Glastafel vor, welche senkrecht in der horizontalen Ebene steht. Die Grundlinie der Tafel **a b** liege in der horizontalen Ebene selbst.

In dieser Grundlinie sei der Grundpunkt **G** (§. 14) und auf diesem stehe die Mittellinie der Tafel **G c** senkrecht. Zieht man ferner durch den Grundpunkt eine auf **a b** rechtwinklige Linie **S H** beliebig lang, und nimmt man an, daß der Beschauer in **S** stehe, so ist **S** der Standpunkt.

Befindet sich nun senkrecht über **S** in **E** das Auge des Beschauers und man zieht parallel mit **S G** die Linie **E A**, so wird der Punkt **A** in der Tafel eben so hoch über **G** liegen, als **E** über **S** lag, weil die Linien **E S** und **A G** Parallelen zwischen den Parallelen **E A** und **S G** sind. Der Punkt **A** wird also (nach §. 14 Nr. 2) der Augenpunkt der Tafel sein, und da die Länge der Linie **A E** zugleich die Entfernung angiebt, wie weit sich das Auge von der Tafel befindet, so nennt man den Punkt **E** auch den **Entfernungspunkt**.

Nimmt man nun an, daß in der Standlinie **S H** sich ein Punkt **H** befände und daß von diesem Punkte aus ein Lichtstrahl in das Auge des Beschauers bei **E** gelangte, so wird dieser Lichtstrahl die Tafel in **H′** schneiden und der Punkt **H** **hinter** der Tafel wird also **in** der Tafel bei **H′** sichtbar werden.

Es würde aber nicht anders als etwa mit ausgespannten Fäden angehen, daß man die Lage der Punkte hinter der Tafel auf der Tafel selbst bestimmte, wenn der Punkt **E** vor der Tafel steht. Für eine Zeichnung, welche nur ein ebenes Papier darbietet, geht dies Verfahren nicht an; man muß daher ein andres Mittel ergreifen, um den Punkt **H** bei **H′** in der Tafel zu bestimmen.

Trägt man nämlich die Entfernung **A E** auf der durch **A** gehenden Horizontlinie (§. 14) entweder von **A** nach **E′** oder von **A** nach **E″**, so sind die Entfernungen **A E′** und **A E″**, welche mit der Tafel in eine Ebene fallen, gleich groß mit der Entfernung **A E**, und man kann nunmehr den Punkt **E′** oder **E″** eben so gut wie den Punkt **E** als Entfernungspunkt gebrauchen, wie wir gleich sehen werden.

Wir wollen **E′** als Entfernungspunkt (Distanzpunkt) betrachten.

Setzt man die Entfernung des Punktes **H** hinter der Tafel von **G** nach **H″** auf der verlängerten Grundlinie **a b** und zieht **H″ E′**, so wird diese Linie die Mittellinie der Tafel bei **H′** schneiden. Es ist aber dieses derselbe Punkt, welcher durch den durch die Tafel von **H** aus nach **E** gehenden Lichtstrahl geschnitten wurde, und es ist demnach zur Aufsuchung perspectivischer Punkte nicht nothwendig, daß der Entfernungspunkt **E** vor der Tafel liege, er kann auch wie wir eben gezeigt haben, mit der Tafel selbst in einerlei Ebene (auf dem Papiere, worauf man zeichnet) angenommen werden.

Es ist für das gute Aussehen einer perspectivischen Zeichnung nicht gleichgültig, wie weit man den Entfernungspunkt E von der Tafel annimmt. Das Mindeste ist die halbe Tafelbreite.

Besser und schöner wird das Bild, wenn man die Linie E A Fig. 3 gleich der ganzen Tafelbreite lang annimmt, oder was dasselbe ist, wenn die Entfernung des Auges eben so groß ist, als die größte Seite der Bildfläche.

Wäre also das Bild Hochformat, so würde man nicht die Breite sondern die Höhe zur Entfernung des Auges nehmen.

In Fig. 4 ist der Grundriß von Fig. 3 vorgestellt. Die Linie a b ist Grundlinie und zugleich Projection der Horizontlinie.

Der Punkt G ist Grundpunkt und zugleich Projection des Augenpunktes.

Die Linie H S ist Standlinie und S ist zugleich Projection des Entfernungspunktes (E).

Die beiden Punkte E′ und E″, in der verlängerten Linie a b sind die Projectionen der in der Horizontlinie liegenden Entfernungspunkte Fig. 3 bei E′ E″.

H in Fig. 2 endlich ist der Punkt H aus Fig. 3, welcher hinter der Tafel und in der Standlinie liegt.

Wir haben nunmehr die Einrichtung der Tafel gezeigt, welche bei allen folgenden Beispielen beibehalten werden wird, und wir haben zugleich gesehen wie es möglich wurde, einen Punkt H, welcher hinter der Tafel und in der Standlinie lag, in der Tafel selbst bei H′ zu bestimmen.

Wir müssen nun den Leser aufmerksam machen, nicht eher weiter zu gehen, als bis er die beiden §§. 14 und 15 vollkommen verstanden hat und ihm die darin gegebenen Erklärungen geläufig sind.

§. 16.

Die Einrichtung der perspectivischen Zeichnung auf dem Papiere und der perspectivische Maßstab. (Taf. 9, Fig. 3, Fig. 4, Fig. 5.)

Zeichnet man in Fig. 5 das Rechteck a b c d auf dem Papiere, so kann man sich diese Figur als den Rahmen des Bildes oder als die Glastafel vorstellen, durch welche man die dahinter liegenden Gegenstände sieht, welche sich auf ihr abbilden.

Setzt man in der Mittellinie G c dieser Tafel die Höhe des Auges über dem Grundpunkte G bei A fest, so hat man den Augenpunkt. Zieht man durch diesen eine wagerechte Linie, folglich eine Parallele mit der Grundlinie, so ist diese die Horizontlinie. Nimmt man in dieser die Entfernung A E und denkt sich unter E den Punkt, wie weit das Auge des Beschauers von dem Punkte A (folglich von der Tafel selbst) entfernt liegt, so hat man in E den Entfernungspunkt gefunden. (Siehe §. 14 und 15.)

Gehen wir nun zu Fig. 3 und 4 zurück, so haben wir (§. 15) gesehen, daß der Punkt H in der Tafel bei H′ gefunden wurde, wenn man die Entfernung G H von G nach H″ setzte, H″ E zog und den Punkt H′ in der Mittellinie bemerkte.

Eben so aber wird man jeden andern beliebigen Punkt z. B. J in der Tafel bei J′ finden, wenn man die Entfernung G J von G nach J″ setzt, von J″ aus nach E′ zieht und den Punkt J′ in der Mittellinie bemerkt.

Der Punkt J liegt in der Mitte zwischen H und G und man kann sich in der Verlängerten G H nach hinten noch eine Menge gleicher Entfernungen wie G J, J H denken, die man alle eben so wie J und H in der Tafel zu zeichnen im Stande ist.

Man kann also eine Menge gleicher Abtheilungen auf der Mittellinie abschneiden, oder wenn man jeder dieser Abtheilungen ein bestimmtes Maß, z. B. 2 Fuß, unterlegt, kann man sich auf der Mittellinie der Tafel einen perspectivischen Maßstab bilden, welcher in der wagerechten Ebene eine Menge gleicher Entfernungen nach der Tiefe des Bildes hin anzeigt.

Betrachten wir nun Fig. 5.

Setzt man von dem Grundpunkte G nach o ein bestimmtes Maß, z. B. 2 Fuß (NB. es kann aber auch jedes andere beliebige Maß bedeuten), und zieht von o nach A die gerade Linie o A, so ist dies eine Linie in der wagerechten Ebene, welche im Augenpunkte A verschwindet, folglich ist sie (§. 14 Nr. 7) eine Normale auf die Tafel. Das Stück der Mittellinie aber, welches von G nach A geht, verschwindet ebenfalls im Augenpunkte A und die Linie G A ist mithin ebenfalls eine Normale auf die Tafel wie es o A war; folglich sind die Linien o A und G A perspectivisch parallel, und es werden folglich alle zwischen ihnen gezogenen wagerechten Linien wie bei o 1 2 3.... perspectivisch gleich groß sein, da sie Parallelen zwischen Parallelen sind.

Dies behalte man auch für die späteren Fälle wohl.

Will man nun von der Mittellinie ein Stück abschneiden, welches so groß wie o G ist, so ziehe man von o nach E eine gerade Linie, wo diese die Mittellinie schneidet (in 1′) ist 1′ der gesuchte Punkt (wie es Fig. 3 der Punkt H′ für H war) und die Entfernung 1′ G ist perspectivisch gleich mit G o.

Zieht man nun die Wagerechte 1′ 1, so ist diese perspectivisch gleich mit o G.

Zieht man von 1 nach E und bemerkt den Punkt 2′ in der Mittellinie, so ist die Entfernung $1'2' = 1'G$, und die Linien $2\,1 = 1\,o = 1'G = o\,G$. Zieht man nun von dem Punkte 2′ in der Mittellinie die Wagerechte 2′ 2 und von 2 wieder nach E und bemerkt den Durchschnittspunkt in der Mittellinie wie vorher, so sieht man daß man bei fortgesetztem Verfahren, so viele gleiche Theile von der Mittellinie abschneiden kann, als man will, und daß man sich auf diese Weise einen perspectivischen Maßstab nach der Tiefe des Bildes machen kann.

Da die wagerechten Linien o G, 1 1′, 2 2′,... auch alle einander perspectivisch gleich sind, so hat man zugleich in jeder der verschiedenen Ebenen auch einen Breitenmaßstab.

Da ferner in jeder senkrechten Ebene die mit der Grundlinie der Tafel parallel ist, das Maß der Grundlinie auch als Höhenmaß gilt, so kann man auch in den verschiedenen Ebenen durch die Linien o G, 1 1′, 2 2′,.... die Höhenmaße bestimmen, wie wir späterhin noch deutlicher sehen werden.

Was die Entfernung der Horizontlinie A E von der Grundlinie der Tafel a b betrifft, so muß hier ein für allemal bemerkt werden, daß es für die Schönheit der Darstellung angemessen ist, wenn man den Punkt A (Augenpunkt) und folglich die Horizontlinie **so legt, daß sie in dem dritten Theile der Höhe des Bildes zu liegen kommt.**

Denkt man sich nun ferner die wagerechten Linien 1 1′, 2 2′,...... rechts und links verlängert, so erhält man wagerechte Linien in der wagerechten Ebene, welche alle gleich weit von einander abstehen.

Es ist unbequem den perspectivischen Maßstab mitten im Bilde zu haben, deshalb thut man immer besser, ihn am Rande des

Bildes (rechts oder links), am bequemsten links, wie hier bei a, zu zeichnen.

Macht man das Maß auf der Grundlinie o a = o G und nimmt man nun die Randlinie a d des Bildes als Mittellinie an, so daß A' den Augenpunkt bedeutet, setzt man dann die Entfernung A E von A' nach E' und zieht am Rande o A', so ist das Dreieck o A' a = Dreieck o A G und zieht man am Rande von o nach E', so ist Dreieck o 1' a = Dreieck o 1' G und folglich 1' a = 1' G und so weiter; das heißt, die Theilungen am Rande a 1', 1' 2',... entsprechen denen in der Mittellinie G 1', 1' 2',... und man sieht, daß man den perspectivischen Maßstab eben so gut am Rande als in der Mitte zeichnen kann.

Die Fläche von der Grundlinie a b bis zur Horizontlinie hinauf bei A' A E' E stellt die wagerechte Ebene dar, so weit sie nach der Höhe des Auges bei A über dem Grundpunkte bei G sichtbar ist.

§. 17.

Aufgabe. Die perspectivischen Höhenmaße zu finden (Taf. 9 Fig. 6).

Auflösung. Zeichnet man sich die Tafel a b c d wie in Fig. 5 auf und den perspectivischen Maßstab dagegen, so ergiebt sich Folgendes.

Bedeutet z. B. das Maß o a zwei Fuß und man will auf der Grundlinie a b selbst eine senkrechte Linie B sechs Fuß hoch machen, so ziehe man eine willkürlich lange Linie B und setze das Maß o a = zwei Fuß dreimal von der Grundlinie auf dieser Linie aufwärts.

Das Maß o a auf der Grundlinie a b gilt nämlich auf der ganzen senkrechten Fläche der Bildtafel als Breiten- und Höhenmaß für alle Linien, welche in dieser Ebene liegen.

Ferner: es wäre in der Grundlinie a b ein Punkt g gegeben, an diesen Punkt stieße eine auf die Grundlinie normale Linie an, so wird dieselbe im Bilde von g nach A gezogen werden müssen oder in A verschwinden.

Denkt man sich nun auf dem Punkte g eine senkrechte Linie C, sechs Fuß hoch, so wird sie eben so hoch sein wie die Linie B.

Denkt man sich ferner von dem oberen Endpunkte k der senkrechten Linie C eine Linie von k nach A gezogen, so ist diese Linie k A, weil sie im Augenpunkte verschwindet, auch eine normale Linie auf die Tafel (§. 14 Nr. 7) wie die Linie g A war, folglich sind die Linien k A und g A perspectivisch parallel.

Zieht man nunmehr durch die Punkte des perspectivischen Maßstabes 1 1', 2 2',.... Parallelen mit der Grundlinie a b, welche Parallelen die Linie g A schneiden und errichtet auf den Durchschnittspunkten die Perpendikel D F G', so sind diese alle gleich hoch, und zugleich alle so hoch wie der Perpendikel C gemacht worden war, denn die Perpendikel C D F G' sind parallel und befinden sich zwischen den perspectivisch parallelen Linien g A und k A, folglich sind sie Parallelen zwischen Parallelen, daher einander gleich. Man kann also nach dieser Methode auf jedem beliebigen Punkte der wagerechten Bildebene einen Perpendikel von bestimmter Höhe errichten.

Gesetzt es wäre der Punkt m gegeben, man soll einen Perpendikel von 6 Fuß Höhe darauf errichten.

Zieht man von dem Punkte m eine wagerechte Linie nach dem perspectivischen Maßstabe herüber, so fällt sie in die Linie dessel-

ben bei 4. Auf dieser Linie aber steht der Perpendikel G' und der Perpendikel H wird nun eben so lang werden müssen wie der Perpendikel G' war, weil sie in einer und derselben senkrechten Ebene liegen und für eine solche der Höhenmaßstab gleich ist.

Um die Aufgabe noch allgemeiner zu stellen, nehme man an, daß in der wagerechten Ebene ein ganz willkürlicher Punkt n gegeben sei; man soll auf diesem Punkte n einen Perpendikel von 6 Fuß Höhe errichten.

Man ziehe durch den Punkt n die Linie A g, so ist diese eine Normale auf die Grundlinie a b.

Nun errichte man auf g den Perpendikel C und trage das Maß o a des perspectivischen Maßstabes = 2 Fuß dreimal auf C von g bis k, so ist der Perpendikel C 6 Fuß hoch gemacht worden.

Zieht man nun k A, so ist diese perspectivisch parallel mit g A.

Errichtet man nun auf dem Punkte n den Perpendikel F, so ist dieser eben so hoch wie der Perpendikel C, weil beide wieder Parallelen zwischen den perspectivischen Parallelen k A und g A sind.

In gleicher Weise würde man den Perpendikel bei J gleich hoch mit dem Perpendikel bei G' und H machen, weil sie alle auf derselben wagerechten Linie, folglich in gleicher Entfernung hinter der Grundlinie stehen.

Man sieht, daß man auf diese Weise auf jedem beliebigen Punkte Perpendikel von beliebiger Höhe, folglich alle Höhenpunkte finden kann.

§. 18.

Aufgabe. Es soll ein Cubus und eine Reihe gleich weit von einander abstehender Prismen perspectivisch gezeichnet werden. (Taf. 9 Fig. 7.)

Auflösung. Man richte sich zuerst die Tafel auf dem Papiere ein mit dem perspectivischen Maßstabe, wie in Fig. 6 gezeigt wurde.

Von dem Beschauer links hinter der Tafel stehe ein Cubus und zwar 2 Fuß von der Mittellinie links und hinter der Grundlinie a b 4 Fuß entfernt.

Die Linie o a des perspectivischen Maßstabes sei 2 Fuß lang, so sind auch alle Theilungen von o bis 1, von 1 bis 2, von 2 bis 3,..... 2 Fuß lang. Es kommt nunmehr darauf an den Punkt k des Cubus zu bestimmen, welcher Cubus 2 Fuß hoch und breit ist.

Der Punkt k liegt, wie vorausgesetzt, 2 Fuß links von der Mittellinie. Nimmt man demnach die Linie o a = 2 Fuß in den Zirkel, setzt sie auf der Grundlinie von dem Grundpunkte G nach h, so ist h von G um 2 Fuß entfernt. Zieht man die Linie h A, so ist sie normal auf der Grundlinie und von der Mittellinie überall 2 Fuß weit entfernt; es wird also die eine Seite des Cubus in ihr liegen.

Der Punkt k liegt ferner, wie vorausgesetzt, 4 Fuß hinter der Grundlinie. Wenn wir also eine Linie finden, die 4 Fuß hinter der Grundlinie liegt, so wird die vordere Seite der Grundfläche des Cubus in ihr liegen.

Auf dem perspectivischen Maßstabe ist die Linie o 1 = 2 Fuß, die Linie 1 2 auch 2 Fuß lang, folglich ist die Linie o bis 2 = 4 Fuß lang. Zieht man nun von 2 bis 2' nach 1 und k eine wagerechte Linie, so liegt diese 4 Fuß hinter der Grundlinie und die Linie 1 k wird die andere Kante der Grundfläche des Cubus sein, wenn man noch i gefunden hat; da aber der Cubus 2 Fuß breit ist, so setze man 2 Fuß = o a = h G, von h nach g auf der Grundlinie und ziehe g A, so schneidet diese die 2 Fuß lange Seite i k ab.

Will man nun auch die hintere Seite m l der Grundfläche finden, so ist diese 2 Fuß von i k entfernt. Man ziehe also durch den Punkt 3 des perspectivischen Maßstabes eine Linie wagerecht bis l, so ist m l diese gesuchte hintere Seite und i k l m ist das Quadrat der Grundfläche des Cubus. Um nun den Cubus zu vollenden braucht man nur auf den Punkten i k l m Perpendikel zu errichten, und die beiden auf i und k so hoch wie die Linie i k lang ist zu machen.

Ferner muß man die beiden Perpendikel über m und l so hoch machen wie die Linie m l lang ist; zieht man alsdann auf den Endpunkten der Perpendikel i und k eine Parallele mit i k, auch zwei Linien nach A und durch die Endpunkte der Perpendikel über m und l eine Parallele mit m l, so wäre der gesuchte Cubus vollendet.

Schwebte ein eben solcher Cubus 6 Fuß über der Grundebene, stünde aber ebenfalls 2 Fuß links von der Mittellinie und 4 Fuß hinter der Grundlinie, wie vorhin, so suche man erst das Quadrat i k l m, mache dann die Linien i n, m q, k p und l r 6 Fuß lang und verbinde die Punkte n p r q durch gerade Linien, so hat man die Grundfläche des schwebenden Cubus gefunden, worauf man ganz ähnlich wie vorhin verfährt, um die Höhen zu finden, was die Zeichnung ganz deutlich macht.

Betrachtet man die Grundfläche und obere Fläche des untern Cubus, so sieht man, daß die Fläche am größten (breitesten) erscheint, welche am weitesten von der Horizontlinie A' A E absteht, läge eine wagerechte Fläche in der Höhe der Horizontlinie selbst, so würde sie nur als Linie erscheinen und gar keine Tiefe zeigen.

Um die rechts von der Mittellinie gezeichneten Prismen aufzutragen, darf man nur ihre Maße und Abstände von der Mittel- und Grundlinie wissen.

Jedes Prisma hat eine quadratische Grundfläche von 2 Fuß, sie stehen alle unter einander und das erste auch von der Grundlinie 2 Fuß ab, die Höhe der Prismen beträgt 8 Fuß. Von der Mittellinie rechts sind sie 4 Fuß entfernt.

Macht man nun die Entfernung G z auf der Grundlinie = 4 Fuß = 2 × (o a) und zieht z A, so liegen in dieser Linie alle vorderen Kanten der Grundflächen der Prismen.

Macht man ferner auf der Grundlinie z v = o a = 2 Fuß und zieht v t nach A hin, so ist die Breite aller Prismen zwischen z A und w A bestimmt. Nun steht das erste Prisma 2 Fuß hinter der Grundlinie und ist auch 2 Fuß breit, man ziehe demnach durch die Punkte 1 und 2 des perspectivischen Maßstabes wagerechte Linien, so erhält man die vordere Kante w t des ersten Prisma und dessen hintere Kante bei x. Ganz ähnlich verfährt man bei den übrigen Prismen. Um ihre Höhen zu bestimmen setze man die Linie 1 1' = 2 Fuß des perspectivischen Maßstabes von w und t in die Perpendikel aufwärts und verbinde die Endpunkte, zieht man nun noch von u nach A, so erhält man alle Oberkanten der anderen Prismen, und die oberen Seitenkanten werden wagerecht daran gezogen, was aus der Zeichnung deutlich wird. Man sieht aus dem Vorhergehenden, daß man auf diese Art Körper perspectivisch zeichnen kann, ohne daß man irgend einer geometrischen Zeichnung dazu bedarf, und daß man die Maße nur im Kopfe zu haben oder anzunehmen braucht.

§. 19.

Aufgabe. Ein Achteck perspectivisch zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 8.)

Auflösung. Das geometrisch gezeichnete Achteck f g h i k l.... ist hier wegen Raumersparung in die Bildtafel selbst gezeichnet worden.

Man richte sich die Bildtafel und den zugehörigen perspectivischen Maßstab ein, wie früher.

Das Achteck stehe um die Entfernung p G von der Mittellinie links, so trage man diese Entfernung von G nach p und ziehe p A, so liegt in dieser Linie die Seite h i des Achtecks.

Das Achteck sei ferner in ein Quadrat eingezeichnet, welches zwei Maßtheile des perspectivischen Maßstabes, wie o a, zum Durchmesser hat, so setze man einen solchen Theil von p nach r und den andern von r nach t, ziehe r A und t A, so hat man die Linien, in welchen die Mittellinie des Achtecks und die Seite n m fallen wird.

Nun stehe das Achteck um einen Maßtheil des perspectivischen Maßstabes hinter der Grundlinie zurück, so schneide man von 1 wagerecht herüber, und wo diese Linie die t A und p A schneidet, wird die Seite f g des Achtecks liegen. Da das Achteck auch zwei Maßtheile tief ist, so schneide man eben so wagerecht von 2 und 3 herüber und man erhält die Mittellinie und die hinterste Linie l k des Achtecks; um nun endlich die schrägen Seiten zu bekommen, setze man die Punkte f und g nach s und q in die Grundlinie und denke sich s A und q A gezogen; wo die Durchschnittspunkte hinfallen, liegen auch die Endpunkte der schrägen Seiten. Ganz ähnlich verfährt man für die Punkte i h n m nach der Tiefe. Wenn man sich in dem Achteck einen Kreis gezeichnet denkt, so kann man ihn sehr leicht aus freier Hand in das perspectivische Achteck eingezeichnet denken.

Ganz ähnlich würde man ein Achteck finden, welches nicht in der wagerechten Grundebene, sondern über dem Horizont läge. Alsdann zeichnete man es erst in der wagerechten Ebene, errichtete auf allen Endpunkten Perpendikel und machte diese so lang, wie hoch das gegebene Achteck über der Grundebene liegen soll; verbindet man alsdann diese gefundenen Höhenpunkte, so erhält man das Achteck, welches gesucht wurde.

§. 20.

Aufgabe. Dreiecke perspectivisch zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 9.)

Auflösung. Die beiden gegebenen geometrischen Dreiecke g h f und k m n sind in die Bildtafel selbst wegen Raumersparung gezeichnet worden.

Zuerst wollen wir das Dreieck g h f bestimmen, nachdem wieder wie früher die Tafel a b c d und der perspectivische Maßstab festgesetzt worden sind.

Es liege in dem Dreieck g h f der Punkt h um die Entfernung G i in der Grundlinie von der Mittellinie ab, so trage man diese Entfernung von G nach i und ziehe i A, so wird in dieser Linie der perspectivische Punkt h liegen.

Ferner trage man die Linie h g des geometrischen Dreiecks auf die Grundlinie von i nach v und ziehe v A, so wird in dieser Linie der Punkt g und die Seite g f des Dreiecks liegen.

Das Dreieck stehe um einen Maßtheil mit seiner Seite g h von der Grundlinie ab, so ziehe man durch den Punkt 1 des perspectivischen Maßstabes eine wagerechte Linie; wo diese die Linien v A und i A in der Tafel schneidet, wird die Seite g h des Dreiecks liegen.

Die Seite f g im geometrischen Dreieck ist einen Maßtheil lang. Zieht man demnach durch den Punkt 2 des perspectivischen Maßstabes eine wagerechte Linie bis dahin, wo sie die Linie v A schneidet, so ist f der gesuchte letzte Punkt des perspectivischen Dreiecks g h f.

Nun soll man das gleichschenklige Dreieck k m n perspectivisch zeichnen.

Es liege in der Grundebene der Punkt k um die Entfernung G p von der Mittellinie ab, so setze man diese Entfernung in die Grundlinie von G nach p, ziehe p A, so wird der Punkt k in p A zu liegen kommen.

Die Entfernung k m des geometrischen Dreiecks auf der Grundlinie der Tafel von p nach q gesetzt und q A gezogen, giebt die Linie, in welcher der Punkt m zu liegen kommen wird.

Zieht man nun noch aus der Mitte zwischen p und q aus t nach A, so liegt in dieser Linie die Mittellinie des Dreiecks.

Nun sei die Linie k m des geometrischen Dreiecks um einen Maßtheil von der Grundlinie entfernt, so ziehe man durch den Punkt 1 des perspectivischen Maßstabes eine wagerechte Linie, bis sie die p A und q A in k und m schneidet, so hat man die Grundlinie des perspectivischen Dreiecks k m gefunden.

Die Höhe l m des geometrischen Dreiecks beträgt zwei Maßtheile, zieht man also durch den Punkt 3 des perspectivischen Maßstabes eine wagerechte Linie, bis sie die Linie t A in n schneidet, so ist das perspectivische Dreieck k m n das gesuchte.

§. 21.

Aufgabe. Ein schiefwinkliges Dreieck und eine beliebig gekrümmte Linie perspectivisch zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 10.)

Auflösung. Das Dreieck, so wie die gekrümmte Linie, sind geometrisch der Raumersparung wegen in die Bildtafel selbst gezeichnet worden. Auch bedeutet die darunter punktirte Linie i n die Grundlinie der Tafel, so daß also alle senkrechten Abstände der einzelnen Punkte des Dreiecks und der krummen Linie von der Grundlinie meßbar werden. Nun richte man die Bildtafel a b d c wie immer bisher ein.

Wir nehmen nun zuerst das Dreieck. Der Punkt l liegt in der geometrischen Zeichnung von dem Punkte v um die Entfernung l v ab. Setzt man diese in der Grundlinie der Bildtafel von G nach l und zieht von l nach A eine Linie, so wird in ihr der Punkt h liegen.

Trägt man ferner eben so aus der geometrischen Zeichnung die Entfernung k v auf der Grundlinie der Bildtafel von G nach k und zieht von k eine Linie nach A, so wird in ihr der Punkt g liegen. Trägt man ferner aus der geometrischen Zeichnung die Entfernung i v von G nach i und zieht von i nach A eine Linie, so wird in ihr der Punkt f liegen.

Wo diese Punkte zu liegen kommen werden, wird nun durch die Tiefenmaße bestimmt.

In der geometrischen Zeichnung liegt der Punkt h von der Grundlinie so weit entfernt, wie die Linie l h lang ist. Diese Länge trage man auf der nach links verlängerten Grundlinie der Tafel von a nach n, ziehe n E, so schneidet diese Linie auf ihrem

Durchschnittspunkte auf der Tafellinie a d ein Stück a s ab, welches so groß ist als a n. (Wie bei dem perspectivischen Maßstabe.)

Zieht man nun durch s eine Wagerechte s h, so ist l h in der perspectivischen Zeichnung = l h in der geometrischen und der Punkt h der gesuchte. Trägt man eben so g k von a nach m, zieht m E bis w und von w wagerecht nach g, so ist g der gesuchte Punkt.

Trägt man eben so i f von a nach p, zieht p E bis z und von z wagerecht nach f, so ist der letzte Punkt gefunden. Verbindet man nun die Punkte f g h der perspectivischen Zeichnung durch gerade Linien, so hat man das Dreieck f g h gefunden.

Man sieht aus diesem Beispiele, daß man jeden beliebigen, in der Grundebene gelegenen Punkt perspectivisch finden kann, wenn man nur seine normale Entfernung von der Standlinie (im Bilde die Mittellinie) und seine normale Entfernung von der Grundlinie der Tafel weis.

Nun wöllen wir die krumme Linie rechts im Bilde suchen.

Man denke sich die krumme Linie aus den Stücken f g, g h, h i bestehend, so wird man nach dem Vorigen im Stande sein, die Punkte f g h i perspectivisch zu bestimmen.

Man trage z. B. aus der geometrischen Zeichnung die Entfernung v k auf der Tafelgrundlinie von G nach k, ziehe k A, so liegt in dieser Linie der perspectivische Punkt f. Um ihn der Tiefe nach zu bestimmen, trage man die Geometrische k f auf der links verlängerten Grundlinie von a seitwärts auf, ziehe von diesem gefundenen Punkte eine Linie nach E, und wo diese die Tafellinie a d schneidet, ziehe man wagerecht nach der Richtung bis p, so ist der Durchschnittspunkt f auf der Linie k A der gesuchte.

Eben so findet man auf l A den Punkt g, auf m A den Punkt h, auf n A den Punkt i, wenn man sie wie f einzeln sucht.

Verbindet man nun die gefundenen Punkte f g h i der perspectivischen Zeichnung aus freier Hand, so hat man das perspectivische Bild der gegebenen geometrischen krummen Linie gefunden. Hieraus folgt deutlich, daß man jede beliebige krumme oder gebrochene Linie finden kann, wenn man einzelne Punkte davon sucht und diese nachher unter einander verbindet.

§. 22.

Aufgabe. Ein Prisma mit Deckplatte und einem paar Treppenstufen zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 11.)

Auflösung. Zuvörderst richte man sich die Tafel und den perspectivischen Maßstab ein. Will man nun zuerst das Prisma zeichnen, so muß man das Maß seiner Grundfläche und deren Abstände von der Grund- und Standlinie (im Bilde Mittellinie) kennen. Dann sucht man vermittelst der Linien, welche nach dem Augenpunkte gehen, die Breiten, und vermittelst des perspectivischen Maßstabes die Tiefen der Linien, welche den perspectivischen Grundriß bilden. Betrachtet man dabei Taf. 9 Fig. 7 und vergleicht, was §. 18 über die Auffindung eines Cubus gesagt wurde, so kann dies keine Schwierigkeit haben.

Hat man den Grundriß gefunden, so trägt man alle Höhen des Prisma auf, woraus man die obere Fläche desselben perspectivisch findet.

Um die Platte zu finden, zeichne man sich ihren Vorsprung im Grundrisse wie bei m n p q auf, ziehe dann in dem perspectivischen Quadrate, welches die obere Fläche des Prisma begrenzt, Diagonalen und verlängere diese willkürlich, so müssen die unteren Eckpunkte der Platte in diese Diagonalen fallen, wenn man die

Punkte m n p q senkrecht hinauf schneidet. Sucht man nun noch die Höhe der Deckplatte nach §. 17 Fig. 6, so hat man die Zeichnung vollendet.

Um nun die Treppenstufen zu finden, suche man erst den Punkt v und bestimme die Tiefe der Linie v x mit dem perspectivischen Maßstabe. Dann setze man mit dem Maße 1 1′ des perspectivischen Maßstabes (welche Linie in derselben Ebene liegt, wie die vordere Fläche der Treppe) die Höhe v z und die Breite der Stufe auf, errichte in x einen Perpendikel und ziehe z A, so findet man die hintere Höhe, und wenn man u A zieht, auch die hintere Breite; so verfahre man bei jeder Stufe, wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, um die Treppe nach und nach zu vollenden.

§. 23.

Erklärung einer bequemen Methode, um schräg gegen die Grundlinie stehende Gegenstände schneller als nach der bisher beschriebenen Art zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 12 und unmittelbar darunter der zugehörige geometrische Grundriß Fig. 17.)

Wir haben in Fig. 10 §. 21 gesehen, daß es allerdings möglich ist, jede beliebige Linie und Fläche, folglich auch jeden beliebigen Körper perspectivisch dadurch zu finden, daß man die Lage jedes einzelnen Punktes nach und nach bestimmte; man hat aber eine Methode, dies Verfahren bedeutend abzukürzen, sie besteht in Folgendem.

Es sei in der geometrischen Grundrißzeichnung Fig. 17 a b die Grundlinie der Bildtafel und folglich auch die wagerechte Projection derselben, G sei der Grundpunkt und zugleich die Projection des Augenpunktes. Die nach hinten verlängerte Linie E″ G sei die Standlinie und E″ der Standpunkt, also die Linie E″ G = der Entfernung des Auges von der Tafel (vergleiche Fig. 3 §. 15). Hinter der Grundlinie a b befinde sich in der wagerechten Grundebene ein Rechteck f g h i, unter irgend einem beliebigen Winkel gegen die Grundlinie geneigt, welches man perspectivisch zeichnen soll.

Zieht man mit f g aus E″ eine Parallele bis zur Grundlinie nach E′, so wird der Punkt E′ die Projection eines Punktes im Horizonte sein, worin alle Linien zu verschwinden scheinen, welche in der Natur mit f g parallel sind.

Man nennt einen solchen Verschwindungspunkt (zum Unterschiede von dem Augenpunkte, in welchem bekanntlich alle Normalen auf die Tafel verschwinden) einen zufälligen Verschwindungspunkt.

Setzt man nun die Linie E′ E″ von E′ nach T′, so erhält man in T′ die Projection desjenigen Punktes im Horizonte, vermittelst dessen man im Stande ist, bestimmte Theile von den in E′ verschwindenden Linien abzuschneiden (wie wir bald sehen werden); deshalb heißt der Punkt T′ der Theilpunkt für den Verschwindungspunkt E′.

Man erinnere sich, daß bei normalen Linien auf die Tafel, welche im Augenpunkte verschwinden, der Entfernungspunkt zugleich der Theilpunkt war. Man vergleiche die Figuren 3....11, wo bei dem perspectivischen Maßstabe der Punkt A′ den Augenpunkt, und die Entfernung A′ E den Abstand von der Tafel bedeutete, und E, der Entfernungspunkt, gerade so weit von der Tafel abstand, als die Entfernung A′ E groß ist.

Zieht man ferner in Fig. 17 mit der Linie g h eine Parallele aus E″ nach E, so ist, wie vorhin, E die Projection eines Punktes im Horizonte, nach welchem alle Linien verschwinden werden, welche mit g h parallel sind, sie mögen in der Grundebene oder höher liegen.

Setzt man die Entfernung E E″ von E nach T, so ist T, wie vorhin, die Projection desjenigen Punktes im Horizonte, vermittelst dessen man im Stande ist, bestimmte Theile von den in E verschwindenden Linien abzuschneiden; deshalb heißt der Punkt T der Theilpunkt für den Verschwindungspunkt bei E.

Betrachtet man nun noch den Winkel unter der Grundlinie E′ E″ E, so ist er ein rechter Winkel, wie f g h, weil die Linie E′ E″ mit f g und die Linie E″ E mit h g parallel gezogen worden war.

Es folgt ferner aus dem Vorigen, daß man den Verschwindungspunkt jeder wagerechten Linie findet, wenn man mit ihr eine Parallele aus dem Entfernungspunkte nach dem Horizonte gezogen denkt, wo diese den Horizont schneidet, ist der gesuchte Punkt; den zugehörigen Theilpunkt findet man, wenn man dieselbe Länge von dem gefundenen Verschwindungspunkte in den Horizont einträgt, wie man in Fig. 17 E″ E″ von E′ nach T′ getragen hatte.

Gehen wir nun zu Fig. 12 über. Die Einrichtung der Tafel ist wie gewöhnlich; um aber die Punkte E′ und E zu finden, trage man aus Fig. 17 G E″ in Fig. 12 von A nach E″, so hat man die Entfernung des Auges von der Tafel. Nun setze man Fig. 12 bei E″ den rechten Winkel E′ E″ E eben so an, wie er in Fig. 17 bei E″ angetragen war, so erhält man in Fig. 12 die Verschwindungspunkte E′ und E im Horizonte. Macht man nun Fig. 12 E E″ = E′ T′, so ist T′ der Theilpunkt für den Verschwindungspunkt E′, und wenn man E E″ = E T macht, so ist T der Theilpunkt für den Verschwindungspunkt E.

Nun wollen wir die Zeichnung des Rechtecks f g h i perspectivisch suchen.

Verlängert man in Fig. 17 die Linie f g bis k, so hat man eine Linie f k, welche in E′ ihren Verschwindungspunkt hat.

Trägt man nun aus Fig. 17 die Entfernung G k nach Fig. 12 von G nach k und zieht in Fig. 12 k E′, so wird die Linie f g in k E′ liegen. Will man nun auf dieser Linie ein Stück wie g k abschneiden, so nehme man aus Fig. 17 die Linie g k, trage sie in Fig. 12 von k nach m und ziehe m T′, so wird diese die Linie k E′ in g schneiden und g der gesuchte Punkt sein.

Eben so findet man den Punkt f.

Man setzt aus Fig. 17 die Entfernung k f nach Fig. 12 von k nach n, zieht n T′, und wo diese die k E′ schneidet, in f, ist der gesuchte Punkt und die Linie f g in Fig. 12 ist das perspectivische Bild der Linie f g in Fig. 17.

Will man nun die Linie g h finden, so ist in Fig. 17 g h eine Linie, welche in dem Punkte g anfängt und ihren Verschwindungspunkt im Horizonte bei E haben wird. Zieht man also in Fig. 12 von g nach E, so liegt in dieser Linie g h.

Zieht man T v, setzt die Entfernung g h von v nach l und zieht l T, so schneidet diese g h auf g E ab. Die beiden anderen Seiten finden sich leicht, man braucht nur von f aus die Linie f E und von h aus die Linie h E′ zu ziehen, so wird der Punkt i in Fig. 12 dem Punkte i in Fig. 17 entsprechen, denn so wie die Linien in Fig. 17, f g parallel i h, und g h parallel f i, so sind sie auch perspectivisch parallel in Fig. 12, und in Fig. 12 ist die Zeichnung f g h i das gesuchte Rechteck.

Man kann jetzt schon übersehen, daß diese Methode bei sehr vielen unter sich parallelen Linien, wie z. B. bei ganzen Gebäuden, große Bequemlichkeiten hat.

§. 24.

Einrichtung des perspectivischen Maßstabes für die in §. 23 gezeigte Methode. (Taf. 9 Fig. 13.)

Es sei Fig. 13 die Einrichtung der Tafel dieselbe wie §. 23 in Fig. 12.

Denkt man sich die Linie h E' gezogen, so lassen sich von ihr gleichgroße Stücke abschneiden; wenn man von h aus auf der Grundlinie die gleichen Theile h 1, 1 2.... aufträgt und von den Punkten 1 2 3.... nach dem zur Linie h E' gehörigen Theilpunkte T' zieht, so sind auf der Linie h E' die Stücken h 1, 1 2.... perspectivisch eben so groß, als die auf der Grundlinie geometrisch aufgetragenen. Zieht man nun von h aus die Linie h E, setzt wieder dieselben gleichen Theile von h aus rechts ab auf der Grundlinie und zieht von diesen Punkten nach dem zur Verschwindungslinie h E gehörigen Theilpunkte T, so erhält man ganz ähnliche Theilung der Linie h E, wie früher von h E'.

Es schneidet sich auf der Linie h E mit dem Punkte 1 das Stück h k ab, welches perspectivisch eben so groß ist, wie h 1 auf der Grundlinie.

Zieht man nun k E', so ist sie perspectivisch parallel mit G E', zieht man zwischen diesen beiden Linien die wagerechte Linie k 1, so schneidet sie von der Linie h E' in dem Punkte 1 das Stück h 1 eben so ab, als es früher dadurch abgeschnitten wurde, wenn man von dem Punkte 1 in der Grundlinie (links von G) nach dem Theilpunkte T' gezogen hatte.

Zieht man also zwischen den beiden Linien h E' und k E' abwechselnd wagerechte Linien und von den Durchschnittspunkten auf h E' Linien nach dem Verschwindungspunkte E, so erhält man, wie die Zeichnung zeigt, einen perspectivischen Maßstab für die Linie k E', und man braucht die Theilungen nicht alle auf der Grundlinie aufzutragen, welches letztere namentlich bei beschränktem Raume des Papieres und des Reißbrettes oft sehr störend ist, ja wohl zuweilen gar nicht angeht. Es ist demnach die Einrichtung eines perspectivischen Maßstabes so wie früher viel bequemer, als wenn man keinen anwendet.

§. 25.

Eine anderweitige bequeme Einrichtung der Tafel. (Taf. 9 Fig. 14.)

Man denke sich die Tafel wie in Fig. 12 und 13 eingerichtet.

Es ereignet sich häufig, daß bei kleinem Reißbrett oder bei großen Zeichnungen der Verschwindungspunkt E weit außerhalb des Bildes fällt, so daß daraus die größte Unbequemlichkeit entsteht. Um nun diesen weit außerhalb des Bildes liegenden Punkt E ganz entbehren zu können, mache man sich im Kleinen (nach Verhältnißtheilen, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ der großen Bildfläche) dieselbe Tafeleintheilung, wie die große Bildfläche, worauf man zeichnen will, hat.

Dann ziehe man von d eine Linie d E, so wird diese die Tafel rechts bei 4 schneiden. Nun setze man rechts und links im Horizonte den Punkt Null (0) an, theile rechts von Null (0) bis 4 vier gleiche Theile ab und setze diese Theilung unterhalb des Horizontes in gleicher Weise fort.

Eben so theile man den Rand der Tafel links, von Null (0) aufwärts, in vier gleiche Theile und setze diese Theilung unterhalb des Horizontes ebenfalls fort, so hat man die beiden Linien a d und b c proportional getheilt, und wenn man z. B. über dem Horizonte links von Punkt 4 nach dem Punkte 4 rechts über dem Horizonte zieht, so würde eine solche Linie nothwendig verlängert nach E gehen müssen, wenn E auf dem Zeichenbrette vorhanden wäre.

Dasselbe gilt von allen gleichnamigen Zahlen rechts und links, wenn sie beide entweder über oder unter dem Horizonte liegen. Hätte man nun im Bilde einen Punkt h, und man soll von ihm aus eine nach E verschwindende Linie ziehen, so probirt man mit dem Lineal so lange, bis dieser Punkt und zwei der gleichnamigen Theilungsziffern (hier 2 und 2) in eine gerade Linie fallen, und zieht dann die Linie h k beliebig lang.

Hier müßten die beiden Theilpunkte (2, 2) unter dem Horizonte liegen, da der Punkt h ebenfalls unter dem Horizonte lag.

Denkt man sich die Linie h n gezogen und von n aus die Linie 3 n 3 wie vorhin, so geht auch diese verlängert nach E aus denselben Gründen wie vorhin.

Denkt man sich nun in i und k Senkrechte errichtet, so werden sie perspectivisch so hoch sein, wie h n, weil die beiden sie begrenzenden Linien oben und unten perspectivisch parallel sind.

Denkt man sich ferner h E' und n E' gezogen, so werden die auf l und m errichteten Perpendikel ebenfalls so hoch wie h n sein, weil h E' und n E' perspectivisch parallel sind.

Man sieht hieraus, daß man durch die in vorliegender Fig. 14 geschehene Proportional-Eintheilung des Randes der Tafel rechts und links, über und unter dem Horizonte den Punkt E gänzlich entbehren kann.

Hat man die Haupteintheilung verhältnißmäßig im Kleinen gemacht, so kann man sie sehr leicht in die große Bildtafel, in welcher man zeichnet, eintragen.

§. 26.

Weitere Anwendungen von §. 23, §. 24, §. 25. (Taf. 9 Fig. 15.)

Man richte sich die Tafel wie in Fig. 14 ein und nehme an, daß im Bilde ein Punkt gegeben sei, von welchem aus man mehrere andere Punkte bestimmen will.

Will man nun zuerst die Maße der Abstände für den Punkt n von Grund- und Mittellinie bestimmen, so zieht man E' n m. Zieht man nun von T' durch n nach der Grundlinie bis v, so ist das Stück n m perspectivisch so groß, wie das geometrische Stück m v. Wollte man nun auf E' n zwei gleich große Stücke, so groß wie v w und w z, abschneiden, so ziehe man von w und z nach T'; wo die Durchschnittspunkte in E' m fallen, sind die verlangten Stücke abgeschnitten. Wollte man nun auf den Punkten n s t der Linie E' m gleich hohe Perpendikel errichten, so errichte man zuerst bei m auf der Grundlinie einen Perpendikel m p in geometrischem Maße so groß, als die andern bei n s t werden sollen. Zieht man nun von p aus die Linie p E', so sind p E' und m E' perspectivisch parallel, weil sie in dem gemeinschaftlichen Punkte E' verschwinden; errichtet man nun die Perpendikel n q, s u und t r, so sind diese Parallelen zwischen Parallelen, folglich perspectivisch einander gleich.

Wollte man nun von n und q aus Linien ziehen, welche nach dem in der Tafel nicht vorhandenen Verschwindungspunkte E gehen sollen, so findet man für n die Linie 4 n 4 und für q 6½ q 6½.

Soll nun von dem Punkte n aus auf der Linie 4 n 4 ein Stück von 5 Fuß oder 5 Theilen abgeschnitten werden, so ziehe man erst T l, setze von l aus ein Maß von 5 Theilen auf die Grundlinie bis i, ziehe i T, so ist n k 5 Theile lang. Zieht man nun noch durch den Punkt t eine Linie 3 t 3 und durch k eine Linie nach E, so ist n k h t ein Rechteck, und wenn man noch k x und x o nach E′ zieht, so erhält man die Figur eines Prisma in geneigter Stellung gegen die Tafel.

§. 27.

Aufgabe. Es sollen ein Cylinder und ein Kegel, deren Achsen in den Grundflächen parallel mit der Grundlinie der Tafel stehen, perspectivisch gezeichnet werden. (Taf. 9 Fig. 16.)

Auflösung. Es wird nach dem, was in §. 19 bei Taf. 9 Fig. 8 über die Zeichnung eines Achtecks im Quadrate und eines Kreises im Achtecke gesagt war, nicht schwer sein, das Geforderte zu leisten. Man richte sich Fig. 16 die Tafel so ein, wie sie in Fig. 8 eingerichtet war, mit dem perspectivischen Maßstabe dabei.

Es lägen nun die vorderen Seiten der Grundquadrate, in welchen die Achtecke und Kreise der Grundflächen beider Körper eingeschlossen sind, um einen Maßtheil des perspectivischen Maßstabes von der Grundlinie der Tafel zurück, so ziehe man durch 1 des perspectivischen Maßstabes eine Wagerechte, und man wird die Linie haben, in welcher die vordere Seite der Quadrate liegen wird. Die Quadrate sollen zwei Maßtheile breit und tief werden. Man ziehe demnach noch durch 2 und 3 des perspectivischen Maßstabes Parallelen mit der Grundlinie der Tafel, so hat man die Mittellinie und hintere Begrenzung gefunden.

Stände nun der Punkt p in der Grundlinie der Tafel um ein Maßtheil links von der Mittellinie der Tafel (Standlinie) und man zieht p A, so hat man die rechte Seite des Grundquadrats. Macht man p m und m n gleich einem Maßtheile und zieht m A und n A, so hat man die Mittellinie und die andere Seite des Quadrats. Nun sucht man nach §. 19 das Achteck und beschreibt in diesem den Kreis, so hat man die Grundfläche des Cylinders.

Bestimmt man nun die Höhe desselben, was gar keine Schwierigkeit hat, und zieht die äußeren beiden Begrenzungslinien, wo sie den oberen und unteren Kreis tangiren, so hat man den Cylinder gefunden. Bei dem Kegel ist es eben so leicht.

Die Tiefen waren bereits bestimmt. Sucht man die Punkte q r s und zieht die Linien q A, r A, s A, so schneidet sich das Grundquadrat des Kegels ab. Errichtet man auf dessen Mitte eine Senkrechte, bestimmt darauf (mittelst des perspectivischen Maßstabes) die Höhe und zieht von da ab die Begrenzungslinien, so hat man den Kegel gefunden.

§. 28.

Aufgabe. Es soll ein Cubus perspectivisch gezeichnet werden, dessen eine Seite einen beliebigen Winkel mit der Grundlinie der Tafel macht. (Taf. 9 Fig. 18.)

Auflösung. Man richte die Tafel nach §. 23 Tafel 9 Fig. 12 ein.

Man will, daß der Körper mit seiner einen Kante in dem Punkte v stehen soll, weil man vorher weiß, daß die perspectivischen Linien alsdann angenehm fallen werden.

Zieht man nun E′ v bis r an der Grundlinie, so hat man von v nach E′ hin die Verschwindungslinie, in welcher die eine Seite der Grundfläche des Cubus liegen wird, und zugleich in r den Punkt, wo diese Linie in der Grundlinie eintrifft.

Zieht man T′ n, so hat man von r E′ ein Stück r v abgeschnitten, welches so lang als r n ist, und hierdurch hat man zugleich das Maß des Abstandes des Punktes v von der Grundlinie bestimmt.

Nimmt man nun das Maß der einen Seite des Cubus, setzt es von n nach m und zieht n T′ und m T′, so ist die Linie v x die eine perspectivische Seite des Cubus.

Zieht man ferner aus dem Punkte v die Linie v E, so hat man die verschwindende Linie, in welcher die andere sichtbare Seite der Grundfläche des Cubus liegen wird. Zieht man T v bis zur Grundlinie, setzt daselbst von p nach q das Maß einer Seite des Cubus und zieht q T, so ist v w die andere Seite der Grundfläche des Cubus.

Um seine Höhe zu bestimmen, errichte man in dem Punkte r die Senkrechte t r und mache sie gleich der Maßhöhe des Cubus, ziehe von t nach E′, so ist E′ t eine perspectivische Parallele mit v E′ und die auf den Punkten v und x errichteten Senkrechten werden beide so hoch sein wie t r.

Zieht man nun vom obersten Punkte des Perpendikels auf v eine Linie nach E und errichtet in w ebenfalls einen Perpendikel, so ist dieser eben so hoch wie t r.

Zieht man nun noch die Linien der Oberfläche nach den entsprechenden Verschwindungspunkten, wie die Zeichnung zeigt, so hat man den Cubus vollendet.

Anmerkung. Man wird jetzt bereits übersehen, daß man alle möglichen Gestaltungen in allen möglichen Lagen perspectivisch darzustellen im Stande ist, wenn man die Begrenzungspunkte der Körper und Flächen einzeln aufsucht. Man wird aber zugleich bei einiger Uebung sehen, daß die Aufgaben immer leichter werden, je mehr man deren auflöst, indem sich bei dem Zeichnen selbst eine Menge Vereinfachungen im Auffinden der Punkte ergeben werden, welche, um nicht unnöthig weitläufig zu werden, hier nicht berührt werden konnten.

Da in den vorhergehenden Paragraphen und Figuren die Hauptfälle enthalten sind, so werden wir in den folgenden Figuren nur die nöthigen Andeutungen machen, indem vorausgesetzt werden muß, daß der Leser das bisher Gesagte vollständig inne habe.

Was das perspectivische Darstellen architectonischer Gegenstände noch sehr erleichtert, ist, daß die Bauformen größtentheils prismatisch sind, oder doch in Prismen und Cuben eingeschlossen gedacht werden können. Abweichungen lassen sich aber, wie wir gesehen haben, in allen Fällen bestimmen, z. B. bei dem Cylinder bei dem Kegel, und so dürfte es wohl nunmehr keine Form mehr geben, welche wir nicht im Stande wären zu bestimmen.

Es muß hierbei noch bemerkt werden, daß der Leser nur durch das Selbstaufsuchen der vorliegenden Figuren, nach möglichst großem Maßstabe, Fertigkeit in der Perspective erlangen wird und daß das bloße Ansehen und Verstehen der Figuren im Buche so gut wie nichts hilft, denn alles Wissen will geübt sein.

§. 29.

Aufgabe. Es soll ein innerer Raum mit verschiedenartig geschlossenen Eingangsöffnungen perspectivisch gezeichnet werden. (Taf. 9 Fig. 20.)

Auflösung. Man richte sich die Tafel (wie Tafel 9 Fig. 7) ein. Es ist hier angenommen, daß die hintere Wand parallel mit der Grundlinie der Tafel stehe und 5 Maßtheile von der Grundlinie entfernt sei.

Zieht man nun durch 5 eine Parallele mit der Grundlinie, setzt links und rechts auf ersterer Linie die Hälftenmaße der Breite der hintern Wand nach **n p**, **p m** ab und zieht man **A n** verlängert und **A m** verlängert, so hat man die untern Begrenzungen des Raumes.

Setzt man auf **n** und **m** mit dem perspectivischen Maßstabe (in 5) die Maßhöhen **n q** und **m r** auf und zieht man **q A** und **r A** verlängert und **q r**, so hat man die hintere Wand, die Decke und Seitenwände.

Der Eingang links sei mit einem Halbkreisbogen geschlossen. Man suche nach dem perspectivischen Maßstabe das Rechteck, welches diese Oeffnung begrenzt, so wie dessen Mittellinie.

Auf dieser setze man die Höhe des Bogens von oben herunter nach **v** und ziehe von **v** nach **A**. Wo die Verlängerte **v A**, die Seitenlinien der Oeffnung schneidet, sind die Anfänge des Halbkreisbogens, welchen man aus freier Hand zieht.

Für die Breite der Oeffnung verfahre man ganz eben so und man findet den hinteren Bogen.

Die mittlere Oeffnung ist im flachen Bogen geschlossen. Der Mittelpunkt desselben sei **p**. Man trage also die Breite und Höhe der Oeffnung auf und beschreibe aus **p** den flachen Bogen.

Für die Breite der Oeffnung verfahre man eben so, nur daß man als Centrum des zugehörigen Bogens den Punkt unmittelbar hinter **p** auf der Mittellinie nehmen muß, wo sich die Breite der Oeffnung abschneidet.

Die Oeffnung rechts ist mit einem Spitzbogen geschlossen, welcher eben so hoch als breit ist.

Man zeichne erst das begrenzende Rechteck, bestimme auf dessen Mittellinie die Höhe des Bogens nach dem perspectivischen Maßstabe, ziehe durch **w** eine Linie nach **A**, verlängere sie, bis sie die Seiten der Oeffnung schneidet und zeichne dann den Spitzbogen aus freier Hand hinein. Für den zweiten Bogen, nach der Breite der Oeffnung, verfahre man eben so.

Auf dem Fußboden ist eine Theilung in Felder eingetragen, welche ganz aus dem perspectivischen Maßstabe und der Theilung auf der Grundlinie hervorgeht, so wie die Zeichnung Alles deutlich macht.

§. 30.

Aufgabe. Es soll ein Kreuzkappengewölbe, dessen geometrische Maße bekannt sind, perspectivisch gezeichnet werden. (Taf. 9 Fig. 20.)

Auflösung. Angenommen, daß der Grundriß der Kreuzkappe, wie gewöhnlich, ein Quadrat bilde und daß die zugehörigen vier Eckpfeiler ebenfalls Quadrate sind, so wird es gar keine Schwierigkeit machen, mittelst des in der Fig. 20 angegebenen Maßstabes den Grundriß in Perspective zu bringen.

Eben so wird es keine Schwierigkeit machen, nach §. 29 Fig. 19 alle Halbkreisbögen der Gurten zu finden und es bliebe nur noch die Bestimmung der Kreuzkappe selbst übrig.

Zu diesem Zwecke zeichne man sich das perspectivische Prisma **h l m i f g p o**, welches den innern Raum des Gewölbes begrenzt, ziehe in dem Höhenraume **f o p g** die Diagonalen **f p** und **o g**, so ist **z** der Scheitelpunkt des Gewölbes.

Zieht man nun aus den Anfangspunkten der Gewölbebogen **B C D F** aus freier Hand die krummen Linien **B Z**, **C Z**, **D Z**, **F Z**, so hat man das Kreuz des Gewölbes gefunden.

Sollte der Maßstab der Zeichnung sehr groß sein, so wird man die Bogenlinien alle um so genauer finden, je mehr einzelne Punkte man zur Bestimmung derselben in der geometrischen Zeichnung annimmt und diese in der perspectivischen aufsucht.

Die Zeichnung macht dies Alles deutlich.

§. 31.

Aufgabe. Treppen in verschiedenen Lagen zu zeichnen. (Taf. 10 Fig. 21.)

Auflösung. Da die wagerechten Linien der Zeichnung hier alle entweder parallel mit der Tafel oder normal auf dieselbe stehen, und deshalb die Parallelen mit der Tafel im Bilde parallel mit der Grundlinie des Bildes gehen, die Normalen auf die Tafel aber alle im Augenpunkte verschwinden, so richte man sich die Tafel ein wie Tafel 9 Fig. 7 oder 19 oder 20 und zugleich den perspectivischen Maßstab. Bei diesem ist zu bemerken:

Es kommt häufig vor, daß bei einer weit nach hinten fortgesetzten Theilung, die Linien so flach einschneiden, daß das Maß undeutlich und unsicher wird, wie hier etwa bei dem zehnten Theilpunkte geschieht. Ist dies der Fall, so setze man die doppelte Breite des Maßes auf, von **a** nach **A'** und setze dann die Tiefentheilung in gleicher Weise fort. Man muß aber nicht vergessen, daß man nun immer eine doppelte Tiefe anstatt einer einfachen abgeschnitten hat. Will man die Hälfte davon haben, so ergiebt sie sich auf der Linie **o A**. Zum Beispiel aus dem vierzehnten Theilpunkte hat man nach **E** gezogen und wo diese die Senkrechte schneidet, zieht man wagerecht herüber, so findet man $14 + 2 = 16$. Will man aber den fünfzehnten Maßtheil haben, so findet man ihn da, wo die Linie aus 14 nach **E** gezogen die **o A'** schneidet; denn diese ist die Mittellinie des Quadrats zwischen Theil 14 und 15 und die Linie aus 14 nach **E** ist die Diagonale dieses Quadrats, welche die Mittellinie in der Hälfte schneiden wird.

Es wird nun, um die Zeichnung zu beginnen, vorausgesetzt, daß die geometrischen Maße alle bekannt sind.

Der Punkt **a** und die durch denselben gehende wagerechte Linie läge vier Maßtheile von der Grundlinie ab, so ziehe man von dem Punkte 4 eine Parallele mit der Grundlinie. In dieser Linie bestimme man (Alles mit dem perspectivischen Maßstabe) die Breite **m n** und **m a**. Von **a** und **n** ziehe man **a A**. Sollen nun von **a** bis **b** 8 Stufen liegen und jede Stufe einen halben Maßtheil breit sein, so schneide man von 8 nach **b**, so ist a b die Tiefe der Treppe. Schneidet man nun auf dem perspectivischen Maßstabe mit halben Tiefentheilen nach a b herüber, so geben die Durchschnittspunkte die einzelnen Stufen. Errichtet man auf allen diesen Punkten Perpendikel, so werden in diesen die Höhen der Stufen liegen. Bestimmt man nun die Höhe a c (hier = zwei Maßtheilen) und theilt diese Höhe in 8 gleiche Theile, so hat man die einzelnen Stufenhöhen. Zieht man aus diesen Punkten auf a c nach A, so schneidet sich jede einzelne Stufenhöhe auf den übereinstimmenden senkrechten Theilungen ab.

Dasselbe würde man erhalten, wenn man von der Oberkante der untersten Stufe eine Linie nach d gezogen hätte.

Es ist nur noch zu merken, daß die Seitenlinien der Stufen nach dem Augenpunkte A laufen, die Höhenlinien aber senkrecht stehen.

Will man nun die obere Treppe bestimmen, so bestimme man erst den Punkt e. Man findet ihn, wenn man von d nach A zieht, wenn man auf a A die Breite der oberen Terrasse (nach dem perspectivischen Maßstabe) von b bis h abschneidet und in h einen Perpendikel errichtet, welcher den Punkt e in der Linie d A abschneidet.

Zieht man durch e eine Wagerechte, so ist diese die vordere Kante der Treppe. Bestimmt man nun die Höhe e g und zieht g A, so liegt in dieser die Oberkante der Seitenfläche der Treppe.

Bestimmt man h k als Tiefe der Treppe (nach dem perspectivischen Maßstabe) und errichtet k f, so ist f die obere Kante der Treppe.

Theilt man nun g e in acht gleiche Theile, zieht von der Oberkante der untersten Stufe eine Linie nach f und von allen Theilpunkten der Linie a g nach A, so schneiden sich die Höhen der einzelnen Stufen auf der nach f gehenden Linie ab und man verfährt dann wie vorhin.

Die Ansichten rechts von der Mittellinie sind ganz wie die links von derselben, da die Linien alle parallel mit der Tafel oder normal auf dieselbe laufen.

Denkt man sich die Linien, welche von den Oberkanten der letzten Stufen nach den Oberkanten der obersten Stufen gezogen sind, verlängert, bis sie die Mittellinie in v schneiden, so ist v der Verschwindungspunkt für alle Linien, welche eine gleiche Neigung wie die gezogenen gegen die Grundebene hatten und normal auf die Tafel standen.

In ähnlicher Weise findet man die Verschwindungspunkte für alle schräg gegen die Grundebene geneigten Ebenen.

Die beiden kleinen Aufbaue an der oberen Treppe erhält man, wenn man nach dem perspectivischen Maßstabe bei Theilpunkt 12 die Breiten und Höhen aufträgt, dann auf der Linie a A die Tiefe h i bestimmt und dann wie z. B. in Tafel 9 Fig. 7 die Prismen vollendet und die deckenden Theile sucht, was aus der Zeichnung deutlich wird.

Will man nun endlich die Stufen bei w bestimmen, so setze man die Breiten der Stufen nach dem perspectivischen Maßstabe links ab und errichte in ihnen Perpendikel. Trägt man nun auf w x die Höhen auf und schneidet von diesen Theilpunkten wagerecht nach den Perpendikeln hinüber, so findet man die Stufen. Zieht man nun von den Kantenpunkten derselben nach A, so erhält man die perspectivischen Ansichten dieser Stufen, wie die Zeichnung zeigt.

§. 32.

Aufgabe. Eine Pfeilerhalle zu zeichnen. (Taf. 10 Fig. 22.)

Auflösung. Da in Fig. 22 auf der den ganzen Raum einnehmenden Bildfläche kein Platz für den perspectivischen Maßstab war, der Maßstab von Fig. 21 aber auf derselben Grundlinie anfängt, so ist dieser Maßstab für Fig. 22 mit benutzt worden.

Da hier alle wagerechten Linien parallel mit der Tafel, oder normal auf dieselbe angenommen sind, so hat das Ganze gar keine Schwierigkeiten.

Man bestimme zuerst die Entfernung der Linie g f mittelst des perspectivischen Maßstabes, so hat man die Ebene der vier Pfeiler, welche im Mittelgrunde stehen. Setzt man nun aus dem Grundpunkte G mit dem Maßstabe der Grundlinie die Pfeilerbreiten a b und c d, so wie ihre Entfernung b c ab und zieht von diesen Punkten nach A, so erhält man die Pfeilerbreiten i k, l m.

Die Höhen dieser Pfeiler findet man mittelst des perspectivischen Maßstabes.

Um nun die Pfeiler bei g h und e f zu bestimmen, setze man die Entfernung k l von m nach e und von i nach g. Zieht man nun aus g und h, i und k, l und m, e und f nach A, so erhält man die Linien, in welche die übrigen Pfeiler zu stehen kommen, wenn man vermittelst des perspectivischen Maßstabes die Tiefen der Entfernungen und der Pfeilerbreiten abschneidet. Auch findet man eben so leicht nach Betrachtung der Zeichnung die Linie der Decke und des Fußbodens, so wie die Vertiefung des Bassins, in welchem der Springbrunnen angegeben ist.

§. 33.

Aufgabe. Es soll ein Gebäude perspectivisch gezeichnet werden, dessen Fronten unter einem gegebenen Winkel gegen die Grundlinie der Tafel geneigt sind. (Taf. 10 Fig. 23.)

Auflösung. Zuerst richte man sich die Tafel nach Fig. 12 bis Fig. 18 §. 23 bis §. 28 ein, so ist G der Grundpunkt, A der Augenpunkt, E der eine Verschwindungspunkt, E' der andere. (NB. Dieser mußte wegen Mangel an Raum in die nebenstehende Fig. 22 verlegt werden, wo er in der Horizontallinie zu suchen ist.) Die Linien E' E'' und E E'' würden sich, nach oben verlängert, in der Mittellinie der Tafel in dem Punkte E'' schneiden, welchen wir früher als den Abstand des Auges von der Tafel oder, was dasselbe ist, als den Entfernungspunkt bezeichneten. Die Maße des Gebäudes sind als bekannt vorausgesetzt.

Wäre a ein willkürlich gewählter Punkt, wo die vordere Ecke des Hauses stehen soll, und zieht man von E' (in Fig. 22) aus eine gerade Linie E' a bis zur Grundlinie (in Fig. 23) bei C, so liegt in der Linie E' C die vordere Front des Hauses. Macht man sich nun auf der Grundlinie der Tafel einen Maßstab, setzt die Entfernung des Punktes a, welche er in der Natur von dem Punkte C hat, von C nach G zu (hier fällt sie in G selbst, was jedoch zufällig ist) und zieht G T', so ist die Linie a C perspectivisch so lang, wie C G, und folglich die Entfernung des Punktes a von dem Punkte C im Maße gefunden.

Setzt man nun das Maß des Hauses links von der Mittellinie von G bis Nr. 6 auf der Grundlinie ab, so ist G Nr. 3

die Mitte. Zieht man von Nr. 6 und Nr. 3 nach dem Theilpunkte T', so schneidet sich in l das Ende und in p die Mitte des Hauses auf der Linie C E', von dem Punkte a aus, ab. Setzt man nun eben so den Maßstab rechts von G auf der Grundlinie fort, zieht von dem Punkte a nach dem Verschwindungspunkte E, so wird in der Linie a f die Tiefe des Hauses sich abschneiden lassen. Zu diesem Zwecke ziehe man von T durch a nach k, setze von k aus die Tiefe des Hauses nach P und die Mitte nach N, ziehe N T und P T, so ist a f die Tiefe des Hauses und m die Mitte von a f.

Errichtet man nun in den Punkten l p a m f Perpendikel, so werden in diesen die Höhen des Gebäudes liegen; um sie zu finden verfahre man wie folgt. Man errichte in der Grundlinie bei C, wo die Linie l a C einschneidet, einen Perpendikel C B und setze darauf die Höhe des Hauses nach dem Maßstabe der Grundlinie, von C bis B. Nun ziehe man von B nach E' (Fig. 22), so sind E B und E' C perspectivisch parallel, folglich die Perpendikel auf den Punkten l p a alle gleich C B.

Zieht man nun von Q nach E, so schneiden sich eben so die Höhen für die Punkte m und f ab und die beiden sichtbaren Seiten des Gebäudes sind gefunden.

Trägt man nun auf C B alle Höhen der Plinthe, der Thüre, des Fensters 2c. auf, und zieht aus ihnen nach E' und E, so findet man diese Höhen auf den Seiten, zu welchen der jedesmalige Verschwindungspunkt E oder E' gehört.

Man erinnere sich immerfort, daß man nichts weiter zu suchen hat, als prismatische Formen. Ferner suche man jeden Theil einzeln, die großen zuerst, dann die kleineren Theilungen; so wird man sich das Auffinden sehr erleichtern. Will man aber Alles zugleich suchen, so wird man sich verwirren und gar nichts finden.

Man soll nun das Dach finden. Es sei auf der Seite rechts von der Mittellinie ein ganzer Walm, auf der Seite links ein steiler Giebel. Um zuerst den halben Walm rechts zu finden, muß man den Anfallspunkt n im Grundrisse zuerst bestimmen. Man ziehe die Mittellinie des Hauses von m nach E' (Fig. 22), so wird der Punkt n darin liegen.

Es sei die perspectivische Linie n m gleich der Länge a n, so ziehe man von n nach E, dann ist n m = n a und n der gesuchte Punkt im Grundrisse. Auf n errichte man vorläufig einen Perpendikel, so wird in diesem die Dachhöhe liegen; um diese zu bestimmen, wollen wir den steilen Giebel auf der anderen Seite erst suchen.

Zieht man von l nach x, so ist x die Mitte des Giebels, errichtet man auf x einen Perpendikel, trägt dann auf C B von B aus die Dachhöhe von B nach z mit dem Maßstabe der Grundlinie auf und zieht von z nach E' (Fig. 22), so ist der Perpendikel l s = C z, folglich s der Höhenpunkt des Daches. Zieht man nun von S nach E, so schneidet sich die Höhe des Giebels in M ab. Um nun den Anfallspunkt des Walmes bei r zu finden, ziehe man M E', wo diese den Perpendikel auf n schneidet liegt r, der Anfallspunkt. Zieht man nun r Q und die jenseitige schräge Walmlinie, so hat man auch die Walmseite gefunden.

Das Aufsuchen der Thüre und des Fensters übergehen wir, da das Verfahren, prismatische Formen aufzufinden, sich dabei nur immer wiederholt.

Wollte man nun die schräge Ebene vor der Thüre finden, so bestimme man erst deren Breite. Zieht man von dem Punkte 2 nach T', so schneidet sich der Punkt u ab, und p u ist gleich einem Maßtheile der Grundlinie.

Zieht man ferner von u nach D durch T und setzt das Maß D H auf die Grundlinie (so lang wie die Rampe werden soll), so hat man die Länge der Rampe auf der Grundlinie.

Zieht man ferner von E durch u eine Linie u s und von H nach T, so ist u s die perspectivische Länge der Rampe. Nun ziehe man erst s t willkürlich lang, dann T' s bis 3 an die Grundlinie. Nun war angenommen, daß die Rampe zwei Maßtheile der Grundlinie breit sein solle, wenn man also von Nr. 5 nach T' zieht, so ist s t die Breite der Rampe. Zieht man nun s v, t w, so hat man die Neigung der Rampe. Verlängert man t w und s v, bis sie sich in W schneiden, so ist W der Verschwindungspunkt für alle mit t w oder s v parallelen Linien. (§. 31 Fig. 21, der Punkt v.)

Um nun endlich die Rampe auf der rechten Seite des Hauses zu finden, bestimme man erst ihren Grundriß c d g i, dann die Höhen c h, d e, i k, und ziehe dann c e und g k, so sind diese die Rampenlinien. Alles dieses wird nach dem bisher Gesagten und nach der Zeichnung keine Schwierigkeiten haben.

Zieht man c e und g k verlängert, bis sie sich in V schneiden, so werden alle mit den genannten Linien Parallele in V verschwinden. Wir haben hierbei absichtlich nur die Auffindung der Hauptpunkte hervorgehoben, weil, wenn man diese zu finden im Stande ist, man auch alle übrigen wird finden können. Bei a b ist auch ein Stück perspectivischer Maßstab mit einem Maßtheile zur Länge der Linie a b angezeichnet, welcher ebenfalls zum Aufsuchen der einzelnen Punkte sehr nützlich werden kann, wenn man bedenkt, was §. 24 bei Fig. 13 darüber gesagt wurde.

§. 34.

Aufgabe. Eine Stube perspectivisch zu zeichnen, mit darin befindlicher Einrichtung. (Taf. 10 Fig. 24.)

Auflösung. Nimmt man an, daß wie hier die hintere Wand parallel mit der Grundlinie der Tafel stehe, folglich die beiden Seitenwände normal auf die Tafel sind; so wird die Aufgabe gar keine Schwierigkeiten haben, wenn man die Figuren Taf. 9 Fig. 19 und Fig. 20 und Taf. 10 Fig. 22 zu Rathe zieht.

Man richte sich die Tafel und den perspectivischen Maßstab wie Taf. 9 Fig. 19 und Fig. 20 ein. Bestimmt man nun nach dem perspectivischen Maßstabe den Abstand der hinteren Wand von der Grundlinie der Tafel und ihre Größe selbst, und zieht von ihren vier Eckpunkten von A aus gerade Linien, so bestimmen sich die Seitenwände, die Decke und der Fußboden.

Die Maße und Abstände der Thüren und Fenster sind nach dem perspectivischen Maßstabe leicht zu finden, und eben so leicht wird man den Ofen, die offene Thüre, den Stuhl und den Tisch zeichnen können, wenn man für diese Gegenstände bestimmte Maße festsetzt und sie nach dem perspectivischen Maßstabe und nach Berücksichtigung der verschwindenden Linien in der Tafel aufsucht, welches hier um so leichter ist, da alle Linien, wie oben gesagt, entweder parallel mit der Tafel oder normal auf dieselbe angenommen worden sind; es werden also alle Parallelen mit der Grundlinie in der Natur auch Parallelen mit der Grundlinie im Bilde sein, und alle Normalen auf die Tafel im Augenpunkte A verschwinden, wie die Zeichnung zeigt.

§. 35.

Aufgabe. Gesimse perspectivisch zu zeichnen. (Taf. 10 Fig. 25.)

Auflösung. Es befinde sich rechts von der Mittellinie ein prismatischer Körper, welcher parallel mit der Grundlinie der Tafel steht. Man suche zuerst seinen Grundriß a b c d, alsdann seine Höhe, welche durch die Perpendikel a p, b q bestimmt wird, und vollende dann das Prisma ohne das Gesims. Nun trage man das Maß des Gesimses von p nach n und von q nach r herunter und zeichne an q r das Gesims mit quadratischer Ausladung, wie hier, im Durchschnitt auf, welcher durch die Schraffirung angegeben ist. (Das Gesims kann aber auch jede beliebige Ausladung haben.) Nun macht man in der Grundebene b k und b g gleich der Ausladung des Gesimses und vollendet im Grundrisse das Quadrat e h l m, welches die Ausladung des Gesimses bezeichnet. Dann zieht man in diesem Quadrate die Diagonalen m h und e l.

Hierauf ziehe man in dem Quadrate p q x w, welches die Oberfläche des Prisma bezeichnet, ebenfalls willkürlich lange Diagonalen, und schneide aus den unteren Diagonalen die Punkte m e b in die oberen nach v u t hinauf.

Zieht man nun t p, u n und v z, so hat man die Diagonalen der Ausladungen des Gesimses gefunden.

Nun zieht man von A aus durch die schraffirte Ausladung des Gesimses (an den Endpunkten der Glieder) Linien bis in die Diagonale t r, so findet man die Gliederungen auf dieser Linie, trägt man die Punkte aus t s wagerecht nach u n hinüber, so hat man die Gliederungen auf dieser Linie.

Zieht man von u n aus die Endpunkte der Glieder nach A, bis in die Linie v z, so hat man auch in dieser Linie die Gliederungen gefunden, deren Profile man nun aus freier Hand einzeichnet und das Ganze nach der Zeichnung vollendet.

Derselbe Körper stehe links von der Mittellinie und schräg gegen die Grundlinie; man soll das Gesims an ihm bestimmen. Zur leichteren Uebersicht sind hier zur Bezeichnung dieselben Buchstaben gewählt worden, wie vorhin.

Die zum Körper gehörigen Verschwindungspunkte liegen Fig. 25 bei E′ und Fig. 24 bei E″, die Theilpunkte Fig. 25 bei T und T′.

Nun verfährt man mit Berücksichtigung der schrägen Stellung des Körpers wie vorhin. Erst sucht man das Prisma, dann die Ausladung des Gesimses in der unteren und oberen Fläche des Prisma. Hierauf die Diagonalen der Ausladung, zeichnet in diese das Gesims und vollendet die Figur.

Links am Rande der Tafel ist gezeigt, wie man ein Fußgesims finden würde. Hat man den Punkt a festgesetzt, so zeichnet man in der Ausladung a b d das Gesims ein, bestimmt den Punkt c, zieht die Diagonale der Ausladung von d nach c und schneidet aus dem Profil a b d die Gesimsglieder von d b vom Augenpunkte A aus nach d c herüber, woraus man in dieser Linie das Gesimsprofil findet. Dann bestimme man c f und vollende das Ganze nach der Zeichnung.

§. 36.

Aufgabe. Die Spiegelung der Gegenstände im Wasser zu finden. (Taf. 10 Fig. 26.)

Auflösung. Auf der stillstehenden Wasserfläche spiegeln sich bekanntlich die Gegenstände genau ab. Es sei die Tafel wie in Fig. 24 eingerichtet und es befinde sich links von der Mittellinie ein Cubus B freischwebend.

Man findet die Spiegelung des Punktes a, wenn man von ihm eine Lothrechte a w bis auf die Ebene des Wasserspiegels herunter fällt und diese Lothrechte beliebig verlängert. Macht man nun die Linie a w oberhalb des Wassers gleich a w im Wasser, so ist der Punkt a im Wasser die Spiegelung des Punktes a über dem Wasser.

Man findet demnach die Spiegelung eines jeden beliebigen Punktes a, welcher sich über dem Wasser befindet, wenn man von diesem Punkte eine Lothrechte a w bis auf den Wasserspiegel gezogen denkt, und von diesem Punkte w aus (wo die Wasserfläche anfängt) die Höhe w a in die nach unten Verlängerte a w hinabsetzt, gleichsam in das Wasser hinein.

So wie man die Spiegelung des Punktes a gefunden, findet man die der Fläche a b e g über dem Wasser bei a b e g im Wasser.

Eben so die Spiegelung der Punkte f e d über dem Wasser und f e d unter dem Wasser.

Die Spiegelung des Prisma bei D, welches vom Ufer zurücksteht, würde man in ganz gleicher Weise finden, nur müßte man erst die Punkte h i k auf die Wasserfläche reduciren und es würden z. B. die Punkte l m n über dem Wasser sich im Wasser bei l m n spiegeln.

Eben so würde man die Spiegelung des Körpers bei H mit der daran befindlichen vorspringenden Platte finden. Die Punkte sind über und unter dem Wasserspiegel alle gleichnamig bezeichnet.

Was die nach dem Augenpunkte A oder nach andern zufälligen Punkten verschwindenden Linien betrifft, so verschwinden sie unter dem Wasser nach denselben Punkten, wie über dem Wasser; so verschwindet z. B. an dem Körper bei H über dem Wasser die Plattenlinie h k nach A, und es wird demnach auch im Wasserspiegel die Linie h k von h nach A gezogen werden müssen.

Wäre eine Linie schräg gegen das Wasser geneigt, wie die Linie b c auf der schiefen Rampe, so suche man die Höhe c w über dem Wasser, welches geschieht, wenn man von b nach A und von c über dem Wasser abwärts nach w senkrecht zieht, dann ist w der Punkt, wo der Wasserspiegel anfängt. Setzt man nun c w über dem Wasser von c nach w unter dem Wasser, und zieht b c unter dem Wasser, so ist b c der Wasserspiegel von b c über dem Wasser. Hieraus folgt: daß man den Wasserspiegel einer schrägen Linie sehr leicht findet, wenn man diese schräge Linie als die Diagonale eines Rechtecks betrachtet, dann die Wasserspiegelung des Rechtecks sucht und darin auch die Diagonale zieht, dann ist die letztgefundene Diagonale die Wasserspiegelung der ersteren.

Auf der Seite rechts von der Mittellinie würde man die Spiegelung der schrägen Linie a w über dem Wasser bei a w im Wasser eben so wie vorhin finden.

Was die Figur bei k betrifft, so gilt für sie alles bisher Gesagte und ihr Wasserspiegel ist nach der Zeichnung leicht zu finden.

Der Punkt T im Horizonte dient, um die Entfernungen und Breiten der kleinen Pfeiler bei k zu finden. Setzt man nämlich von k aus in der durch diesen Punkt gezogenen Wagerechten nach H hin die Entfernungen der Pfeiler und ihre Breite auf (nach dem perspectivischen Maßstabe, welcher mit k in gleicher Ebene liegt), und zieht von diesen Punkten nach T, so schneiden sich sämmtliche Entfernungen und Breiten der Pfeiler auf der Linie k A ab. Das Uebrige macht die Zeichnung deutlich.

§. 37.

Aufgabe. Den perspectivischen Schatten eines Körpers zu finden, wenn die Sonne unter dem 45. Grade sowohl von der Höhe herab, als auch in ihrer Projection gegen die Tafel scheint. (Taf. 10 Fig. 27.)

Auflösung. Es muß hierbei vorausgesetzt werden, daß der Leser alles das vollkommen inne habe, was in der zweiten Abtheilung des vorliegenden Buches von der Schattenconstruction bei geometrischen Körpern gesagt worden ist.

Es werden nämlich die Schatten an perspectivisch gezeichneten Körpern ganz auf dieselbe Weise und nach denselben Grundsätzen gesucht, als bei geometrisch gezeichneten Körpern; nur tritt dabei natürlich der Unterschied ein, daß bei perspectivischer Schattenconstruction die Schattenlinien ebenfalls perspectivisch aufgetragen werden müssen.

Es sei die Tafel in Fig. 27 wie in Fig. 24 eingerichtet. Durch den Theilpunkt des perspectivischen Maßstabes gehe eine Linie parallel mit der Grundlinie der Tafel. Diese Linie bedeute das untere Ende (die Grundlinie) einer senkrechten Mauer, welche um vier Theile des perspectivischen Maßstabes von der Tafelgrundlinie absteht und an welche Mauer die Körper B C D angelehnt sind, die ihre Schatten auf die senkrechte Mauer werfen.

Betrachten wir zuerst das an der Mauer stehende Prisma C. Dasselbe springt um zwei Maßtheile des perspectivischen Maßstabes aus der Mauer hervor, man soll den Schatten desselben finden, wenn die Sonnenstrahlen unter einem Winkel von 45 Grad sowohl von oben herab, als auch gegen die Tafel geneigt einfallen.

Die vordere Fläche des Körpers a f e b steht um zwei Maßtheile des perspectivischen Maßstabes vor der Mauer. Die Fläche b e d c ist also so breit wie der eben genannte Vorsprung. Setzt man nun von e nach p zwei Maßtheile des perspectivischen Maßstabes und zieht von p nach A bis n, so ist e d = p n = e p = d n, folglich ist e d n p ein Quadrat und seine Diagonale e n macht mit e d einen Winkel von 45 Grad. Es wird also der Punkt e seinen Schatten unter 45 Grad nach n werfen.

Zeichnet man nun an die Linie b e von dem Punkte b aus mit zwei Maßtheilen des perspectivischen Maßstabes das Quadrat b g k l, zieht dann g h und k i nach A und von n aus die Lothrechte n h, so ist b l k i h g e m ein Cubus, und jede Seite des Quadrates c h i m ist so lang, wie der Vorsprung b e des Körpers. Scheint aber die Sonne unter 45 Grad, so ist der Schatten so breit wie der Vorsprung, und die Diagonale des Quadrats c h i m wird die Richtung und Länge des Schattenstrahles bestimmen bei i, welchen Punkt man ebenfalls durch Ziehung der Diagonale des Cubus b i gefunden hätte. Zieht man nun n i, so ist c i n d der Schatten auf der Wand durch c i n d, und der Schatten auf der Erde durch e d n begrenzt.

Betrachten wir nun die vorspringende Platte bei B. Sie springt ebenfalls zwei Maßtheile des perspectivischen Maßstabes vor. Die Größe dieser Maßtheile ist aus der durch den perspec-

tivischen Maßstab gezogenen wagerechten Linie 2 2 zu entnehmen, in der Ebene der Platte B bei a b d c.

Die Kanten c d, d b, b e sind die schattenwerfenden.

Zeichnet man nun an die Linie b d den Cubus b f h i k m l e, so wird der Punkt e seinen Schatten nach i werfen, der Punkt b ebenfalls nach i, der Punkt d nach p und der Punkt g nach n. Es ist also e i p n g die Gestalt des Schattens von der vorspringenden Platte B auf die Mauer.

Betrachten wir nun den Körper D. Es ist ein Prisma, welches um zwei Maßtheile vorspringt. Die darüber liegende Platte springt drei Maßtheile des perspectivischen Maßstabes vor und einen Maßtheil über die Außenflächen des Prisma. Zeichnet man mit zwei Maßtheilen in der Grundebene das Quadrat M w x r und zieht die Diagonale w r, so ist sie die Schattenlinie des Punktes w.

Construirt man an der Linie e f den Cubus e o p r s q n und zieht die Diagonale n s des hinteren Quadrates, oder auch e s, die Diagonale des Cubus, so wirft die Linie n e ihren Schatten von n nach s; setzt man nun die Länge e f von s nach t und zieht t u und r u, so hat man den Schatten rechts auf der Wand. Die Linie c k, unter 45 Grad gezogen, giebt den Schatten links auf der Wand. k l nach A gezogen und l m parallel mit d f gezogen giebt den Schatten der Platte auf den Körper.

Es leuchtet wohl ein, daß bei schräg gegen die Tafel stehenden Körpern das Verfahren ganz dasselbe ist, nur muß man alsdann die verschwindenden Linien nach den zugehörigen Verschwindungspunkten ziehen und für Tiefenmaße die zugehörigen Theilpunkte benutzen. Will man den Punkt s aus dem Grundrisse finden, so construire man sich das Quadrat des Vorsprunges der Platte P H N z, ziehe die Diagonale H z und von z senkrecht hinauf nach t.

§. 38.

Aufgabe. Die perspectivischen Schatten zu finden, wenn die Sonnenstrahlen unter 45 Grad, aber parallel mit der Tafelfläche einfallen. (Taf. 10 Fig. 28.)

Auflösung. Dieser Fall ist noch einfacher, als der in §. 37. Nimmt man den oben links in der Tafel unter 45 Grad geneigten Pfeil als die Richtung der Sonnenstrahlen an, so ergiebt sich Folgendes.

Wollte man z. B. den Schatten einer Linie B (rechts in der Tafel) bestimmen, so zieht man die Wagerechte b c beliebig lang, dann zieht man unter einem Winkel von 45 Grad die Linie a c, so ist b c die Länge des Schattens vom Stabe B und b c zugleich seine Richtung.

Wollte man den Schatten der Linie D (links von der Mittellinie) finden, so ziehe man d e parallel mit der Grundlinie bis e, dann die Linie e f parallel mit der geneigten Ebene; dann ziehe man die Linie e f unter 45 Grad bis f, so ist die Linie d e f der Schatten für die Länge d e der Linie D.

Die übrigen Schatten der in der Tafel gezeichneten Körper werden ganz eben so gefunden.

Der Punkt g wirft seinen Schatten unter 45 Grad nach h. Die Linie g z wird gleich z h, der Punkt z wirft seinen Schatten nach N, der Punkt M nach P und die Linie g z ihren Schatten von P über Q nach h.

Zieht man von R senkrecht nach i, so wirft der Punkt i seinen Schatten über die niedrige Mauer bei k nach l auf die Ebene.

Eben so wirft der Punkt o seinen Schatten nach p und q nach r.

Eben so an dem hohen Prisma der Punkt s seinen Schatten nach v und der Punkt t seinen Schatten nach u.

Das Uebrige macht die Zeichnung deutlich.

§. 39.

Aufgabe. Den perspectivischen Schatten zu finden, wenn das Licht von einer kleinen Flamme ausgeht. (Taf. 10 Fig. 29.)

Auflösung. Wenn bei Sonnen- und Mondlicht wegen der Größe und der weiten Entfernung der beleuchtenden Körper die Licht- und folglich auch die Schattenstrahlen unter sich parallel angenommen werden konnten, so ist dies nicht bei Kerzen- oder Fackellicht der Fall, hierbei gehen sie nicht parallel, sondern sie gehen von der beleuchtenden Flamme aus aus einander (divergiren).

Es sei die Tafel und der perspectivische Maßstab wie bisher immer eingerichtet und die Zeichnung des Zimmers sei perspectivisch gegeben. Auf dem Tische links im Bilde stehe ein Licht und F sei die Flamme, von welcher die Beleuchtung ausgeht.

Will man nun den Schatten des Tisches auf dem Fußboden finden, so ziehe man die Linie g h wagerecht, dann h a senkrecht, dann F a wagerecht, dann a b senkrecht und b d wagerecht, endlich F d senkrecht, so hat man die Projection des Punktes F auf dem Fußboden gefunden. Zieht man nun die Diagonalen d e und d f willkürlich lang und von der Flamme F aus über die Kanten des Tisches die Linien F e und F f, und verbindet e mit f (welche Linie nach dem Augenpunkte A gehen wird, wenn man sie verlängert), so ist e f der Schatten der einen Kante des Tisches, zieht man nun aus e und f wagerechte Linien, so findet man die beiden andern Schattenkanten vorne bei c und g und hinten in der wagerechten Linie durch f.

Will man dann den Schatten in der Fenstervertiefung finden, so zieht man von a nach k, wo die obere Fensterlinie schneidet, dann k l willkürlich lang und endlich F l, so ist l der Projectionspunkt der Flamme in der Höhe des Fenstersturzes. Zieht man nun von l nach der Kante des Fensters bei n nach m und im Fußboden von d bei der Kante p vorbei nach q, so sind n m und q p die Schattenrichtungen. In dem anderen Fenster wird kein Schatten sichtbar werden, weil er verdeckt liegt, wie man finden wird, wenn man ihn sucht.

Will man den Schatten in der Mauervertiefung in der Mitte des Bildes suchen, so ziehe man von d aus bei der Kante t vorbei nach u, so ist t u die Schattenrichtung; zieht man nun u v und v w, so hat man den Schatten der Vertiefung gefunden.

Will man den Schatten der Mauervertiefung rechts im Bilde finden, so ziehe man von d aus nach der Kante z eine Linie, man wird aber finden, daß diese Linie in die Dicke der Mauer und nicht in die Thürvertiefung schneidet, es ist also kein Schatten vorhanden.

Will man den Schatten der kleinen Thürverdachung finden, so reducire man erst den Punkt F nach F′, ziehe von F durch c nach f, so hat man den Streifschatten. Zieht man nun von der Flamme F durch b nach f, so schneidet sich c f bestimmt ab. Zieht man nun von f senkrecht nach h, macht f h = a b und zieht von h nach dem Augenpunkte A, so hat man den Schatten gefunden.

Will man nun die Schatten in der Decke finden, so reducire man für die Reihe der hintersten Vertiefungen den Flammenpunkt F nach F″, welches in gleicher senkrechter Ebene mit der Linie der Deckenvertiefungen a d liegt. Zieht man dann von F″ durch a nach b und von F″ durch d nach e und aus b und e von A aus nach c und h, so sind a b c und d e h die gesuchten Schattenpunkte. Die Vertiefung links wird keinen Schatten haben. Eben so findet man aus den Punkten F‴ M und a die Schatten der zweiten Vertiefungsreihe.

Wäre die Stube schräg gegen die Grundlinie gestellt, so würde das Verfahren ganz ähnlich sein, nur mit Berücksichtigung der dann eintretenden zufälligen Verschwindungs- und Theilpunkte.