Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 18. Aufgabe. Es soll ein Cubus und eine Reihe gleich weit von einander abstehender Prismen perspectivisch gezeichnet werden. (Taf. 9 Fig. 7.)

Bildes (rechts oder links), am bequemsten links, wie hier bei a, zu zeichnen.

Macht man das Maß auf der Grundlinie o a = o G und nimmt man nun die Randlinie a d des Bildes als Mittellinie an, so daß A′ den Augenpunkt bedeutet, setzt man dann die Entfernung A E von A′ nach E′ und zieht am Rande o A′, so ist das Dreieck o A′ a = Dreieck o A G und zieht man am Rande von o nach E′, so ist Dreieck o 1′ a = Dreieck o 1′ G und folglich 1′ a = 1′ G und so weiter; das heißt, die Theilungen am Rande a 1′, 1′ 2′,... entsprechen denen in der Mittellinie G 1′, 1′ 2′,... und man sieht, daß man den perspectivischen Maßstab eben so gut am Rande als in der Mitte zeichnen kann.

Die Fläche von der Grundlinie a b bis zur Horizontlinie hinauf bei A′ A E′ E stellt die wagerechte Ebene dar, so weit sie nach der Höhe des Auges bei A über dem Grundpunkte bei G sichtbar ist.

§. 17.

Aufgabe. Die perspectivischen Höhenmaße zu finden (Taf. 9 Fig. 6).

Auflösung. Zeichnet man sich die Tafel a b c d wie in Fig. 5 auf und den perspectivischen Maßstab dagegen, so ergiebt sich Folgendes.

Bedeutet z. B. das Maß o a zwei Fuß und man will auf der Grundlinie a b selbst eine senkrechte Linie B sechs Fuß hoch machen, so ziehe man eine willkürlich lange Linie B und setze das Maß o a = zwei Fuß dreimal von der Grundlinie auf dieser Linie aufwärts.

Das Maß o a auf der Grundlinie a b gilt nämlich auf der ganzen senkrechten Fläche der Bildtafel als Breiten- und Höhenmaß für alle Linien, welche in dieser Ebene liegen.

Ferner: es wäre in der Grundlinie a b ein Punkt g gegeben, an diesen Punkt stieße eine auf die Grundlinie normale Linie an, so wird dieselbe im Bilde von g nach A gezogen werden müssen oder in A verschwinden.

Denkt man sich nun auf dem Punkte g eine senkrechte Linie C, sechs Fuß hoch, so wird sie eben so hoch sein wie die Linie B.

Denkt man sich ferner von dem oberen Endpunkte k der senkrechten Linie C eine Linie von k nach A gezogen, so ist diese Linie k A, weil sie im Augenpunkte verschwindet, auch eine normale Linie auf die Tafel (§. 14 Nr. 7) wie die Linie g A war, folglich sind die Linien k A und g A perspectivisch parallel.

Zieht man nunmehr durch die Punkte des perspectivischen Maßstabes 1 1′, 2 2′,.... Parallelen mit der Grundlinie a b, welche Parallelen die Linie g A schneiden und errichtet auf den Durchschnittspunkten die Perpendikel D F G′, so sind diese alle gleich hoch, und zugleich alle so hoch wie der Perpendikel C gemacht worden war, denn die Perpendikel C D F G′ sind parallel und befinden sich zwischen den perspectivisch parallelen Linien g A und k A, folglich sind sie Parallelen zwischen Parallelen, daher einander gleich. Man kann also nach dieser Methode auf jedem beliebigen Punkte der wagerechten Bildebene einen Perpendikel von bestimmter Höhe errichten.

Gesetzt es wäre der Punkt m gegeben, man soll einen Perpendikel von 6 Fuß Höhe darauf errichten.

Zieht man von dem Punkte m eine wagerechte Linie nach dem perspectivischen Maßstabe herüber, so fällt sie in die Linie desselben bei 4. Auf dieser Linie aber steht der Perpendikel G′ und der Perpendikel H wird nun eben so lang werden müssen wie der Perpendikel G′ war, weil sie in einer und derselben senkrechten Ebene liegen und für eine solche der Höhenmaßstab gleich ist.

Um die Aufgabe noch allgemeiner zu stellen, nehme man an, daß in der wagerechten Ebene ein ganz willkürlicher Punkt n gegeben sei; man soll auf diesem Punkte n einen Perpendikel von 6 Fuß Höhe errichten.

Man ziehe durch den Punkt n die Linie A g, so ist diese eine Normale auf die Grundlinie a b.

Nun errichte man auf g den Perpendikel C und trage das Maß o a des perspectivischen Maßstabes = 2 Fuß dreimal auf C von g bis k, so ist der Perpendikel C 6 Fuß hoch gemacht worden.

Zieht man nun k A, so ist diese perspectivisch parallel mit g A.

Errichtet man nun auf dem Punkte n den Perpendikel F, so ist dieser eben so hoch wie der Perpendikel C, weil beide wieder Parallelen zwischen den perspectivischen Parallelen k A und g A sind.

In gleicher Weise würde man den Perpendikel bei J gleich hoch mit dem Perpendikel bei G′ und H machen, weil sie alle auf derselben wagerechten Linie, folglich in gleicher Entfernung hinter der Grundlinie stehen.

Man sieht, daß man auf diese Weise auf jedem beliebigen Punkte Perpendikel von beliebiger Höhe, folglich alle Höhenpunkte finden kann.

§. 18.

Aufgabe. Es soll ein Cubus und eine Reihe gleich weit von einander abstehender Prismen perspectivisch gezeichnet werden. (Taf. 9 Fig. 7.)

Auflösung. Man richte sich zuerst die Tafel auf dem Papiere ein mit dem perspectivischen Maßstabe, wie in Fig. 6 gezeigt wurde.

Von dem Beschauer links hinter der Tafel stehe ein Cubus und zwar 2 Fuß von der Mittellinie links und hinter der Grundlinie a b 4 Fuß entfernt.

Die Linie o a des perspectivischen Maßstabes sei 2 Fuß lang, so sind auch alle Theilungen von o bis 1, von 1 bis 2, von 2 bis 3,..... 2 Fuß lang. Es kommt nunmehr darauf an den Punkt k des Cubus zu bestimmen, welcher Cubus 2 Fuß hoch und breit ist.

Der Punkt k liegt, wie vorausgesetzt, 2 Fuß links von der Mittellinie. Nimmt man demnach die Linie o a = 2 Fuß in den Zirkel, setzt sie auf der Grundlinie von dem Grundpunkte G nach h, so ist h von G um 2 Fuß entfernt. Zieht man die Linie h A, so ist sie normal auf der Grundlinie und von der Mittellinie überall 2 Fuß weit entfernt; es wird also die eine Seite des Cubus in ihr liegen.

Der Punkt k liegt ferner, wie vorausgesetzt, 4 Fuß hinter der Grundlinie. Wenn wir also eine Linie finden, die 4 Fuß hinter der Grundlinie liegt, so wird die vordere Seite der Grundfläche des Cubus in ihr liegen.

Auf dem perspectivischen Maßstabe ist die Linie o 1 = 2 Fuß, die Linie 1 2 auch 2 Fuß lang, folglich ist die Linie o bis 2 = 4 Fuß lang. Zieht man nun von 2 bis 2′ nach 1 und k eine wagerechte Linie, so liegt diese 4 Fuß hinter der Grundlinie und die Linie 1 k wird die andere Kante der Grundfläche des Cubus sein, wenn man noch i gefunden hat; da aber der Cubus 2 Fuß breit ist, so setze man 2 Fuß = o a = h G, von h nach g auf der Grundlinie und ziehe g A, so schneidet diese die 2 Fuß lange Seite i k ab.

Will man nun auch die hintere Seite m l der Grundfläche finden, so ist diese 2 Fuß von i k entfernt. Man ziehe also durch den Punkt 3 des perspectivischen Maßstabes eine Linie wagerecht bis l, so ist m l diese gesuchte hintere Seite und i k l m ist das Quadrat der Grundfläche des Cubus. Um nun den Cubus zu vollenden braucht man nur auf den Punkten i k l m Perpendikel zu errichten, und die beiden auf i und k so hoch wie die Linie i k lang ist zu machen.

Ferner muß man die beiden Perpendikel über m und l so hoch machen wie die Linie m l lang ist; zieht man alsdann auf den Endpunkten der Perpendikel i und k eine Parallele mit i k, auch zwei Linien nach A und durch die Endpunkte der Perpendikel über m und l eine Parallele mit m l, so wäre der gesuchte Cubus vollendet.

Schwebte ein eben solcher Cubus 6 Fuß über der Grundebene, stünde aber ebenfalls 2 Fuß links von der Mittellinie und 4 Fuß hinter der Grundlinie, wie vorhin, so suche man erst das Quadrat i k l m, mache dann die Linien i n, m q, k p und l r 6 Fuß lang und verbinde die Punkte n p r q durch gerade Linien, so hat man die Grundfläche des schwebenden Cubus gefunden, worauf man ganz ähnlich wie vorhin verfährt, um die Höhen zu finden, was die Zeichnung ganz deutlich macht.

Betrachtet man die Grundfläche und obere Fläche des untern Cubus, so sieht man, daß die Fläche am größten (breitesten) erscheint, welche am weitesten von der Horizontlinie A' A E absteht, läge eine wagerechte Fläche in der Höhe der Horizontlinie selbst, so würde sie nur als Linie erscheinen und gar keine Tiefe zeigen.

Um die rechts von der Mittellinie gezeichneten Prismen aufzutragen, darf man nur ihre Maße und Abstände von der Mittel- und Grundlinie wissen.

Jedes Prisma hat eine quadratische Grundfläche von 2 Fuß, sie stehen alle unter einander und das erste auch von der Grundlinie 2 Fuß ab, die Höhe der Prismen beträgt 8 Fuß. Von der Mittellinie rechts sind sie 4 Fuß entfernt.

Macht man nun die Entfernung G z auf der Grundlinie = 4 Fuß = 2 × (o a) und zieht z A, so liegen in dieser Linie alle vorderen Kanten der Grundflächen der Prismen.

Macht man ferner auf der Grundlinie z v = o a = 2 Fuß und zieht v t nach A hin, so ist die Breite aller Prismen zwischen z A und w A bestimmt. Nun steht das erste Prisma 2 Fuß hinter der Grundlinie und ist auch 2 Fuß breit, man ziehe demnach durch die Punkte 1 und 2 des perspectivischen Maßstabes wagerechte Linien, so erhält man die vordere Kante w t des ersten Prisma und dessen hintere Kante bei x. Ganz ähnlich verfährt man bei den übrigen Prismen. Um ihre Höhen zu bestimmen setze man die Linie 1 1' = 2 Fuß des perspectivischen Maßstabes von w und t in die Perpendikel aufwärts und verbinde die Endpunkte, zieht man nun noch von u nach A, so erhält man alle Oberkanten der anderen Prismen, und die oberen Seitenkanten werden wagerecht daran gezogen, was aus der Zeichnung deutlich wird. Man sieht aus dem Vorhergehenden, daß man auf diese Art Körper perspectivisch zeichnen kann, ohne daß man irgend einer geometrischen Zeichnung dazu bedarf, und daß man die Maße nur im Kopfe zu haben oder anzunehmen braucht.

§. 19.

Aufgabe. Ein Achteck perspectivisch zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 8.)

Auflösung. Das geometrisch gezeichnete Achteck f g h i k l.... ist hier wegen Raumersparung in die Bildtafel selbst gezeichnet worden.

Man richte sich die Bildtafel und den zugehörigen perspectivischen Maßstab ein, wie früher.

Das Achteck stehe um die Entfernung p G von der Mittellinie links, so trage man diese Entfernung von G nach p und ziehe p A, so liegt in dieser Linie die Seite h i des Achtecks.

Das Achteck sei ferner in ein Quadrat eingezeichnet, welches zwei Maßtheile des perspectivischen Maßstabes, wie o a, zum Durchmesser hat, so setze man einen solchen Theil von p nach r und den andern von r nach t, ziehe r A und t A, so hat man die Linien, in welchen die Mittellinie des Achtecks und die Seite n m fallen wird.

Nun stehe das Achteck um einen Maßtheil des perspectivischen Maßstabes hinter der Grundlinie zurück, so schneide man von 1 wagerecht herüber, und wo diese Linie die t A und p A schneidet, wird die Seite f g des Achtecks liegen. Da das Achteck auch zwei Maßtheile tief ist, so schneide man eben so wagerecht von 2 und 3 herüber und man erhält die Mittellinie und die hinterste Linie l k des Achtecks; um nun endlich die schrägen Seiten zu bekommen, setze man die Punkte f und g nach s und q in die Grundlinie und denke sich s A und q A gezogen; wo die Durchschnittspunkte hinfallen, liegen auch die Endpunkte der schrägen Seiten. Ganz ähnlich verfährt man für die Punkte i h n m nach der Tiefe. Wenn man sich in dem Achteck einen Kreis gezeichnet denkt, so kann man ihn sehr leicht aus freier Hand in das perspectivische Achteck eingezeichnet denken.

Ganz ähnlich würde man ein Achteck finden, welches nicht in der wagerechten Grundebene, sondern über dem Horizont läge. Alsdann zeichnete man es erst in der wagerechten Ebene, errichtete auf allen Endpunkten Perpendikel und machte diese so lang, wie hoch das gegebene Achteck über der Grundebene liegen soll; verbindet man alsdann diese gefundenen Höhenpunkte, so erhält man das Achteck, welches gesucht wurde.

§. 20.

Aufgabe. Dreiecke perspectivisch zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 9.)

Auflösung. Die beiden gegebenen geometrischen Dreiecke g h f und k m n sind in die Bildtafel selbst wegen Raumersparung gezeichnet worden.

Zuerst wollen wir das Dreieck g h f bestimmen, nachdem wieder wie früher die Tafel a b c d und der perspectivische Maßstab festgesetzt worden sind.

Es liege in dem Dreieck g h f der Punkt h um die Entfernung G i in der Grundlinie von der Mittellinie ab, so trage man diese Entfernung von G nach i und ziehe i A, so wird in dieser Linie der perspectivische Punkt h liegen.

Ferner trage man die Linie h g des geometrischen Dreiecks auf die Grundlinie von i nach v und ziehe v A, so wird in dieser Linie der Punkt g und die Seite g f des Dreiecks liegen.

Das Dreieck stehe um einen Maßtheil mit seiner Seite g h von der Grundlinie ab, so ziehe man durch den Punkt 1 des per-