Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 20. Aufgabe. Dreiecke perspectivisch zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 9.)

sein, wenn man noch i gefunden hat; da aber der Cubus 2 Fuß breit ist, so setze man 2 Fuß $=$ o a $=$ h G, von h nach g auf der Grundlinie und ziehe g A, so schneidet diese die 2 Fuß lange Seite i k ab.

Will man nun auch die hintere Seite m l der Grundfläche finden, so ist diese 2 Fuß von i k entfernt. Man ziehe also durch den Punkt 3 des perspectivischen Maßstabes eine Linie wagerecht bis l, so ist m l diese gesuchte hintere Seite und i k l m ist das Quadrat der Grundfläche des Cubus. Um nun den Cubus zu vollenden braucht man nur auf den Punkten i k l m Perpendikel zu errichten, und die beiden auf i und k so hoch wie die Linie i k lang ist zu machen.

Ferner muß man die beiden Perpendikel über m und l so hoch machen wie die Linie m l lang ist; zieht man alsdann auf den Endpunkten der Perpendikel i und k eine Parallele mit i k, auch zwei Linien nach A und durch die Endpunkte der Perpendikel über m und l eine Parallele mit m l, so wäre der gesuchte Cubus vollendet.

Schwebte ein eben solcher Cubus 6 Fuß über der Grundebene, stünde aber ebenfalls 2 Fuß links von der Mittellinie und 4 Fuß hinter der Grundlinie, wie vorhin, so suche man erst das Quadrat i k l m, mache dann die Linien i n, m q, k p und l r 6 Fuß lang und verbinde die Punkte n p r q durch gerade Linien, so hat man die Grundfläche des schwebenden Cubus gefunden, worauf man ganz ähnlich wie vorhin verfährt, um die Höhen zu finden, was die Zeichnung ganz deutlich macht.

Betrachtet man die Grundfläche und obere Fläche des untern Cubus, so sieht man, daß die Fläche am größten (breitesten) erscheint, welche am weitesten von der Horizontlinie A′ A E absteht, läge eine wagerechte Fläche in der Höhe der Horizontlinie selbst, so würde sie nur als Linie erscheinen und gar keine Tiefe zeigen.

Um die rechts von der Mittellinie gezeichneten Prismen aufzutragen, darf man nur ihre Maße und Abstände von der Mittel- und Grundlinie wissen.

Jedes Prisma hat eine quadratische Grundfläche von 2 Fuß, sie stehen alle unter einander und das erste auch von der Grundlinie 2 Fuß ab, die Höhe der Prismen beträgt 8 Fuß. Von der Mittellinie rechts sind sie 4 Fuß entfernt.

Macht man nun die Entfernung G z auf der Grundlinie $= 4$ Fuß $= 2 \times (o\,a)$ und zieht z A, so liegen in dieser Linie alle vorderen Kanten der Grundflächen der Prismen.

Macht man ferner auf der Grundlinie z v $=$ o a $=$ 2 Fuß und zieht v t nach A hin, so ist die Breite aller Prismen zwischen z A und w A bestimmt. Nun steht das erste Prisma 2 Fuß hinter der Grundlinie und ist auch 2 Fuß breit, man ziehe demnach durch die Punkte 1 und 2 des perspectivischen Maßstabes wagerechte Linien, so erhält man die vordere Kante w t des ersten Prisma und dessen hintere Kante bei x. Ganz ähnlich verfährt man bei den übrigen Prismen. Um ihre Höhen zu bestimmen setze man die Linie 1 1′ $=$ 2 Fuß des perspectivischen Maßstabes von w und t in die Perpendikel aufwärts und verbinde die Endpunkte, zieht man nun noch von u nach A, so erhält man alle Oberkanten der anderen Prismen, und die oberen Seitenkanten werden wagerecht daran gezogen, was aus der Zeichnung deutlich wird. Man sieht aus dem Vorhergehenden, daß man auf diese Art Körper perspectivisch zeichnen kann, ohne daß man irgend einer geometrischen Zeichnung dazu bedarf, und daß man die Maße nur im Kopfe zu haben oder anzunehmen braucht.

§. 19.

Aufgabe. Ein Achteck perspectivisch zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 8.)

Auflösung. Das geometrisch gezeichnete Achteck f g h i k l.... ist hier wegen Raumersparung in die Bildtafel selbst gezeichnet worden.

Man richte sich die Bildtafel und den zugehörigen perspectivischen Maßstab ein, wie früher.

Das Achteck stehe um die Entfernung p G von der Mittellinie links, so trage man diese Entfernung von G nach p und ziehe p A, so liegt in dieser Linie die Seite h i des Achtecks.

Das Achteck sei ferner in ein Quadrat eingezeichnet, welches zwei Maßtheile des perspectivischen Maßstabes, wie o a, zum Durchmesser hat, so setze man einen solchen Theil von p nach r und den andern von r nach t, ziehe r A und t A, so hat man die Linien, in welchen die Mittellinie des Achtecks und die Seite n m fallen wird.

Nun stehe das Achteck um einen Maßtheil des perspectivischen Maßstabes hinter der Grundlinie zurück, so schneide man von 1 wagerecht herüber, und wo diese Linie die t A und p A schneidet, wird die Seite f g des Achtecks liegen. Da das Achteck auch zwei Maßtheile tief ist, so schneide man eben so wagerecht von 2 und 3 herüber und man erhält die Mittellinie und die hinterste Linie l k des Achtecks; um nun endlich die schrägen Seiten zu bekommen, setze man die Punkte f und g nach s und q in die Grundlinie und denke sich s A und q A gezogen; wo die Durchschnittspunkte hinfallen, liegen auch die Endpunkte der schrägen Seiten. Ganz ähnlich verfährt man für die Punkte i h n m nach der Tiefe. Wenn man sich in dem Achteck einen Kreis gezeichnet denkt, so kann man ihn sehr leicht aus freier Hand in das perspectivische Achteck eingezeichnet denken.

Ganz ähnlich würde man ein Achteck finden, welches nicht in der wagerechten Grundebene, sondern über dem Horizont läge. Alsdann zeichnete man es erst in der wagerechten Ebene, errichtete auf allen Endpunkten Perpendikel und machte diese so lang, wie hoch das gegebene Achteck über der Grundebene liegen soll; verbindet man alsdann diese gefundenen Höhenpunkte, so erhält man das Achteck, welches gesucht wurde.

§. 20.

Aufgabe. Dreiecke perspectivisch zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 9.)

Auflösung. Die beiden gegebenen geometrischen Dreiecke g h f und k m n sind in die Bildtafel selbst wegen Raumersparung gezeichnet worden.

Zuerst wollen wir das Dreieck g h f bestimmen, nachdem wieder wie früher die Tafel a b c d und der perspectivische Maßstab festgesetzt worden sind.

Es liege in dem Dreieck g h f der Punkt h um die Entfernung G i in der Grundlinie von der Mittellinie ab, so trage man diese Entfernung von G nach i und ziehe i A, so wird in dieser Linie der perspectivische Punkt h liegen.

Ferner trage man die Linie h g des geometrischen Dreiecks auf die Grundlinie von i nach v und ziehe v A, so wird in dieser Linie der Punkt g und die Seite g f des Dreiecks liegen.

Das Dreieck stehe um einen Maßtheil mit seiner Seite g h von der Grundlinie ab, so ziehe man durch den Punkt 1 des perspectivischen Maßstabes eine wagerechte Linie; wo diese die Linien **v A** und **i A** in der Tafel schneidet, wird die Seite **g h** des Dreiecks liegen.

Die Seite **f g** im geometrischen Dreieck ist einen Maßtheil lang. Zieht man demnach durch den Punkt 2 des perspectivischen Maßstabes eine wagerechte Linie bis dahin, wo sie die Linie **v A** schneidet, so ist **f** der gesuchte letzte Punkt des perspectivischen Dreiecks **g h f**.

Nun soll man das gleichschenklige Dreieck **k m n** perspectivisch zeichnen.

Es liege in der Grundebene der Punkt **k** um die Entfernung **G p** von der Mittellinie ab, so setze man diese Entfernung in die Grundlinie von **G** nach **p**, ziehe **p A**, so wird der Punkt **k** in **p A** zu liegen kommen.

Die Entfernung **k m** des geometrischen Dreiecks auf der Grundlinie der Tafel von **p** nach **q** gesetzt und **q A** gezogen, giebt die Linie, in welcher der Punkt **m** zu liegen kommen wird.

Zieht man nun noch aus der Mitte zwischen **p** und **q** aus **t** nach **A**, so liegt in dieser Linie die Mittellinie des Dreiecks.

Nun sei die Linie **k m** des geometrischen Dreiecks um einen Maßtheil von der Grundlinie entfernt, so ziehe man durch den Punkt 1 des perspectivischen Maßstabes eine wagerechte Linie, bis sie die **p A** und **q A** in **k** und **m** schneidet, so hat man die Grundlinie des perspectivischen Dreiecks **k m** gefunden.

Die Höhe **l m** des geometrischen Dreiecks beträgt zwei Maßtheile, zieht man also durch den Punkt 3 des perspectivischen Maßstabes eine wagerechte Linie, bis sie die Linie **t A** in **n** schneidet, so ist das perspectivische Dreieck **k m n** das gesuchte.

§. 21.

Aufgabe. Ein schiefwinkliges Dreieck und eine beliebig gekrümmte Linie perspectivisch zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 10.)

Auflösung. Das Dreieck, so wie die gekrümmte Linie, sind geometrisch der Raumersparung wegen in die Bildtafel selbst gezeichnet worden. Auch bedeutet die darunter punktirte Linie **i n** die Grundlinie der Tafel, so daß also alle senkrechten Abstände der einzelnen Punkte des Dreiecks und der krummen Linie von der Grundlinie meßbar werden. Nun richte man die Bildtafel **a b d e** wie immer bisher ein.

Wir nehmen nun zuerst das Dreieck. Der Punkt **l** liegt in der geometrischen Zeichnung von dem Punkte **v** um die Entfernung **l v** ab. Setzt man diese in der Grundlinie der Bildtafel von **G** nach **l** und zieht von **l** nach **A** eine Linie, so wird in ihr der Punkt **h** liegen.

Trägt man ferner eben so aus der geometrischen Zeichnung die Entfernung **k v** auf der Grundlinie der Bildtafel von **G** nach **k** und zieht von **k** eine Linie nach **A**, so wird in ihr der Punkt **g** liegen. Trägt man ferner aus der geometrischen Zeichnung die Entfernung **i v** von **G** nach **i** und zieht von **i** nach **A** eine Linie, so wird in ihr der Punkt **f** liegen.

Wo diese Punkte zu liegen kommen werden, wird nun durch die Tiefenmaße bestimmt.

In der geometrischen Zeichnung liegt der Punkt **h** von der Grundlinie so weit entfernt, wie die Linie **l h** lang ist. Diese Länge trage man auf der nach links verlängerten Grundlinie der Tafel von **a** nach **n**, ziehe **n E**, so schneidet diese Linie auf ihrem

Durchschnittspunkte auf der Tafellinie **a d** ein Stück **a s** ab, welches so groß ist als **a n**. (Wie bei dem perspectivischen Maßstabe.)

Zieht man nun durch **s** eine Wagerechte **s h**, so ist **l h** in der perspectivischen Zeichnung = **l h** in der geometrischen und der Punkt **h** der gesuchte. Trägt man eben so **g k** von **a** nach **m**, zieht **m E** bis **w** und von **w** wagerecht nach **g**, so ist **g** der gesuchte Punkt.

Trägt man eben so **i f** von **a** nach **p**, zieht **p E** bis **z** und von **z** wagerecht nach **f**, so ist der letzte Punkt gefunden. Verbindet man nun die Punkte **f g h** der perspectivischen Zeichnung durch gerade Linien, so hat man das Dreieck **f g h** gefunden.

Man sieht aus diesem Beispiele, daß man jeden beliebigen, in der Grundebene gelegenen Punkt perspectivisch finden kann, wenn man nur seine normale Entfernung von der Standlinie (im Bilde die Mittellinie) und seine normale Entfernung von der Grundlinie der Tafel weis.

Nun wollen wir die krumme Linie rechts im Bilde suchen.

Man denke sich die krumme Linie aus den Stücken **f g**, **g h**, **h i** bestehend, so wird man nach dem Vorigen im Stande sein, die Punkte **f g h i** perspectivisch zu bestimmen.

Man trage z. B. aus der geometrischen Zeichnung die Entfernung **v k** auf der Tafelgrundlinie von **G** nach **k**, ziehe **k A**, so liegt in dieser Linie der perspectivische Punkt **f**. Um ihn der Tiefe nach zu bestimmen, trage man die Geometrische **k f** auf der links verlängerten Grundlinie von **a** seitwärts auf, ziehe von diesem gefundenen Punkte eine Linie nach **E**, und wo diese die Tafellinie **a d** schneidet, ziehe man wagerecht nach der Richtung bis **p**, so ist der Durchschnittspunkt **f** auf der Linie **k A** der gesuchte.

Eben so findet man auf **l A** den Punkt **g**, auf **m A** den Punkt **h**, auf **n A** den Punkt **i**, wenn man sie wie **f** einzeln sucht.

Verbindet man nun die gefundenen Punkte **f g h i** der perspectivischen Zeichnung aus freier Hand, so hat man das perspectivische Bild der gegebenen geometrischen krummen Linie gefunden. Hieraus folgt deutlich, daß man jede beliebige krumme oder gebrochene Linie finden kann, wenn man einzelne Punkte davon sucht und diese nachher unter einander verbindet.

§. 22.

Aufgabe. Ein Prisma mit Deckplatte und einem paar Treppenstufen zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 11.)

Auflösung. Zuvörderst richte man sich die Tafel und den perspectivischen Maßstab ein. Will man nun zuerst das Prisma zeichnen, so muß man das Maß seiner Grundfläche und deren Abstände von der Grund- und Standlinie (im Bilde Mittellinie) kennen. Dann sucht man vermittelst der Linien, welche nach dem Augenpunkte gehen, die Breiten, und vermittelst des perspectivischen Maßstabes die Tiefen der Linien, welche den perspectivischen Grundriß bilden. Betrachtet man dabei Taf. 9 Fig. 7 und vergleicht, was §. 18 über die Auffindung eines Cubus gesagt wurde, so kann dies keine Schwierigkeit haben.

Hat man den Grundriß gefunden, so trägt man alle Höhen des Prisma auf, woraus man die obere Fläche desselben perspectivisch findet.

Um die Platte zu finden, zeichne man sich ihren Vorsprung im Grundrisse wie bei **m n p q** auf, ziehe dann in dem perspectivischen Quadrate, welches die obere Fläche des Prisma begrenzt, Diagonalen und verlängere diese willkürlich, so müssen die unteren Eckpunkte der Platte in diese Diagonalen fallen, wenn man die