Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective

Menzel, Karl Adolf

Leipzig, [1849]

§. 23. Erklärung einer bequemen Methode, um schräg gegen die Grundlinie stehende Gegenstände schneller als nach der bisher beschriebenen Art zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 12 und unmittelbar darunter der ...

Punkte m n p q senkrecht hinauf schneidet. Sucht man nun noch die Höhe der Deckplatte nach §. 17 Fig. 6, so hat man die Zeichnung vollendet.

Um nun die Treppenstufen zu finden, suche man erst den Punkt v und bestimme die Tiefe der Linie v x mit dem perspectivischen Maßstabe. Dann setze man mit dem Maße 1 1' des perspectivischen Maßstabes (welche Linie in derselben Ebene liegt, wie die vordere Fläche der Treppe) die Höhe v z und die Breite der Stufe auf, errichte in x einen Perpendikel und ziehe z A, so findet man die hintere Höhe, und wenn man u A zieht, auch die hintere Breite; so verfahre man bei jeder Stufe, wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, um die Treppe nach und nach zu vollenden.

§. 23.

Erklärung einer bequemen Methode, um schräg gegen die Grundlinie stehende Gegenstände schneller als nach der bisher beschriebenen Art zu zeichnen. (Taf. 9 Fig. 12 und unmittelbar darunter der zugehörige geometrische Grundriß Fig. 17.)

Wir haben in Fig. 10 §. 21 gesehen, daß es allerdings möglich ist, jede beliebige Linie und Fläche, folglich auch jeden beliebigen Körper perspectivisch dadurch zu finden, daß man die Lage jedes einzelnen Punktes nach und nach bestimmte; man hat aber eine Methode, dies Verfahren bedeutend abzukürzen, sie besteht in Folgendem.

Es sei in der geometrischen Grundrißzeichnung Fig. 17 a b die Grundlinie der Bildtafel und folglich auch die wagerechte Projection derselben, G sei der Grundpunkt und zugleich die Projection des Augenpunktes. Die nach hinten verlängerte Linie E'' G sei die Standlinie und E'' der Standpunkt, also die Linie E'' G = der Entfernung des Auges von der Tafel (vergleiche Fig. 3 §. 15). Hinter der Grundlinie a b befinde sich in der wagerechten Grundebene ein Rechteck f g h i, unter irgend einem beliebigen Winkel gegen die Grundlinie geneigt, welches man perspectivisch zeichnen soll.

Zieht man mit f g aus E'' eine Parallele bis zur Grundlinie nach E', so wird der Punkt E' die Projection eines Punktes im Horizonte sein, worin alle Linien zu verschwinden scheinen, welche in der Natur mit f g parallel sind.

Man nennt einen solchen Verschwindungspunkt (zum Unterschiede von dem Augenpunkte, in welchem bekanntlich alle Normalen auf die Tafel verschwinden) einen zufälligen Verschwindungspunkt.

Setzt man nun die Linie E' E'' von E' nach T', so erhält man in T' die Projection desjenigen Punktes im Horizonte, vermittelst dessen man im Stande ist, bestimmte Theile von den in E' verschwindenden Linien abzuschneiden (wie wir bald sehen werden); deshalb heißt der Punkt T' der Theilpunkt für den Verschwindungspunkt E'.

Man erinnere sich, daß bei normalen Linien auf die Tafel, welche im Augenpunkte verschwinden, der Entfernungspunkt zugleich der Theilpunkt war. Man vergleiche die Figuren 3....11, wo bei dem perspectivischen Maßstabe der Punkt A' den Augenpunkt, und die Entfernung A' E den Abstand von der Tafel bedeutete, und E, der Entfernungspunkt, gerade so weit von der Tafel abstand, als die Entfernung A' E groß ist.

Zieht man ferner in Fig. 17 mit der Linie g h eine Parallele aus E'' nach E, so ist, wie vorhin, E die Projection eines Punktes im Horizonte, nach welchem alle Linien verschwinden werden, welche mit g h parallel sind, sie mögen in der Grundebene oder höher liegen.

Setzt man die Entfernung E E'' von E nach T, so ist T, wie vorhin, die Projection desjenigen Punktes im Horizonte, vermittelst dessen man im Stande ist, bestimmte Theile von den in E verschwindenden Linien abzuschneiden; deshalb heißt der Punkt T der Theilpunkt für den Verschwindungspunkt bei E.

Betrachtet man nun noch den Winkel unter der Grundlinie E' E'' E, so ist er ein rechter Winkel, wie f g h, weil die Linie E' E'' mit f g und die Linie E'' E mit h g parallel gezogen worden war.

Es folgt ferner aus dem Vorigen, daß man den Verschwindungspunkt jeder wagerechten Linie findet, wenn man mit ihr eine Parallele aus dem Entfernungspunkte nach dem Horizonte gezogen denkt, wo diese den Horizont schneidet, ist der gesuchte Punkt; den zugehörigen Theilpunkt findet man, wenn man dieselbe Länge von dem gefundenen Verschwindungspunkte in den Horizont einträgt, wie man in Fig. 17 E'' E'' von E' nach T' getragen hatte.

Gehen wir nun zu Fig. 12 über. Die Einrichtung der Tafel ist wie gewöhnlich; um aber die Punkte E' und E zu finden, trage man aus Fig. 17 G E'' in Fig. 12 von A nach E'', so hat man die Entfernung des Auges von der Tafel. Nun setze man Fig. 12 bei E'' den rechten Winkel E' E'' E eben so an, wie er in Fig. 17 bei E'' angetragen war, so erhält man in Fig. 12 die Verschwindungspunkte E' und E im Horizonte. Macht man nun Fig. 12 E E'' = E' T', so ist T' der Theilpunkt für den Verschwindungspunkt E', und wenn man E E'' = E T macht, so ist T der Theilpunkt für den Verschwindungspunkt E.

Nun wollen wir die Zeichnung des Rechtecks f g h i perspectivisch suchen.

Verlängert man in Fig. 17 die Linie f g bis k, so hat man eine Linie f k, welche in E' ihren Verschwindungspunkt hat.

Trägt man nun aus Fig. 17 die Entfernung G k nach Fig. 12 von G nach k und zieht in Fig. 12 k E', so wird die Linie f g in k E' liegen. Will man nun auf dieser Linie ein Stück wie g k abschneiden, so nehme man aus Fig. 17 die Linie g k, trage sie in Fig. 12 von k nach m und ziehe m T', so wird diese die Linie k E' in g schneiden und g der gesuchte Punkt sein.

Eben so findet man den Punkt f.

Man setzt aus Fig. 17 die Entfernung k f nach Fig. 12 von k nach n, zieht n T', und wo diese die k E' schneidet, in f, ist der gesuchte Punkt und die Linie f g in Fig. 12 ist das perspectivische Bild der Linie f g in Fig. 17.

Will man nun die Linie g h finden, so ist in Fig. 17 g h eine Linie, welche in dem Punkte g anfängt und ihren Verschwindungspunkt im Horizonte bei E haben wird. Zieht man also in Fig. 12 von g nach E, so liegt in dieser Linie g h.

Zieht man T v, setzt die Entfernung g h von v nach l und zieht l T, so schneidet diese g h auf g E ab. Die beiden anderen Seiten finden sich leicht, man braucht nur von f aus die Linie f E und von h aus die Linie h E' zu ziehen, so wird der Punkt i in Fig. 12 dem Punkte i in Fig. 17 entsprechen, denn so wie die Linien in Fig. 17, f g parallel i h, und g h parallel f i, so sind sie auch perspectivisch parallel in Fig. 12, und in Fig. 12 ist die Zeichnung f g h i das gesuchte Rechteck.

Man kann jetzt schon übersehen, daß diese Methode bei sehr vielen unter sich parallelen Linien, wie z. B. bei ganzen Gebäuden, große Bequemlichkeiten hat.

§. 24.

Einrichtung des perspectivischen Maßstabes für die in §. 23 gezeigte Methode. (Taf. 9 Fig. 13.)

Es sei Fig. 13 die Einrichtung der Tafel dieselbe wie §. 23 in Fig. 12.

Denkt man sich die Linie h E′ gezogen, so lassen sich von ihr gleichgroße Stücke abschneiden; wenn man von h aus auf der Grundlinie die gleichen Theile h 1, 1 2.... aufträgt und von den Punkten 1 2 3.... nach dem zur Linie h E′ gehörigen Theilpunkte T′ zieht, so sind auf der Linie h E′ die Stücken h 1, 1 2.... perspectivisch eben so groß, als die auf der Grundlinie geometrisch aufgetragenen. Zieht man nun von h aus die Linie h E, setzt wieder dieselben gleichen Theile von h aus rechts ab auf der Grundlinie und zieht von diesen Punkten nach dem zur Verschwindungslinie h E gehörigen Theilpunkte T, so erhält man ganz ähnliche Theilung der Linie h E, wie früher von h E′.

Es schneidet sich auf der Linie h E mit dem Punkte 1 das Stück h k ab, welches perspectivisch eben so groß ist, wie h 1 auf der Grundlinie.

Zieht man nun k E′, so ist sie perspectivisch parallel mit G E′, zieht man zwischen diesen beiden Linien die wagerechte Linie k 1, so schneidet sie von der Linie h E′ in dem Punkte 1 das Stück h 1 eben so ab, als es früher dadurch abgeschnitten wurde, wenn man von dem Punkte 1 in der Grundlinie (links von G) nach dem Theilpunkte T′ gezogen hatte.

Zieht man also zwischen den beiden Linien h E′ und k E′ abwechselnd wagerechte Linien und von den Durchschnittspunkten auf h E′ Linien nach dem Verschwindungspunkte E, so erhält man, wie die Zeichnung zeigt, einen perspectivischen Maßstab für die Linie k E′, und man braucht die Theilungen nicht alle auf der Grundlinie aufzutragen, welches letztere namentlich bei beschränktem Raume des Papieres und des Reißbrettes oft sehr störend ist, ja wohl zuweilen gar nicht angeht. Es ist demnach die Einrichtung eines perspectivischen Maßstabes so wie früher viel bequemer, als wenn man keinen anwendet.

§. 25.

Eine anderweitige bequeme Einrichtung der Tafel. (Taf. 9 Fig. 14.)

Man denke sich die Tafel wie in Fig. 12 und 13 eingerichtet.

Es ereignet sich häufig, daß bei kleinem Reißbrett oder bei großen Zeichnungen der Verschwindungspunkt E weit außerhalb des Bildes fällt, so daß daraus die größte Unbequemlichkeit entsteht. Um nun diesen weit außerhalb des Bildes liegenden Punkt E ganz entbehren zu können, mache man sich im Kleinen (nach Verhältnißtheilen, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ der großen Bildfläche) dieselbe Tafeleintheilung, wie die große Bildfläche, worauf man zeichnen will, hat.

Dann ziehe man von d eine Linie d E, so wird diese die Tafel rechts bei 4 schneiden. Nun setze man rechts und links im Horizonte den Punkt Null (0) an, theile rechts von Null (0) bis

4 vier gleiche Theile ab und setze diese Theilung unterhalb des Horizontes in gleicher Weise fort.

Eben so theile man den Rand der Tafel links, von Null (0) aufwärts, in vier gleiche Theile und setze diese Theilung unterhalb des Horizontes ebenfalls fort, so hat man die beiden Linien a d und b c proportional getheilt, und wenn man z. B. über dem Horizonte links von Punkt 4 nach dem Punkte 4 rechts über dem Horizonte zieht, so würde eine solche Linie nothwendig verlängert nach E gehen müssen, wenn E auf dem Zeichenbrette vorhanden wäre.

Dasselbe gilt von allen gleichnamigen Zahlen rechts und links, wenn sie beide entweder über oder unter dem Horizonte liegen. Hätte man nun im Bilde einen Punkt h, und man soll von ihm aus eine nach E verschwindende Linie ziehen, so probirt man mit dem Lineal so lange, bis dieser Punkt und zwei der gleichnamigen Theilungsziffern (hier 2 und 2) in eine gerade Linie fallen, und zieht dann die Linie h k beliebig lang.

Hier müßten die beiden Theilpunkte (2, 2) unter dem Horizonte liegen, da der Punkt h ebenfalls unter dem Horizonte lag.

Denkt man sich die Linie h n gezogen und von n aus die Linie 3 n 3 wie vorhin, so geht auch diese verlängert nach E aus denselben Gründen wie vorhin.

Denkt man sich nun in i und k Senkrechte errichtet, so werden sie perspectivisch so hoch sein, wie h n, weil die beiden sie begrenzenden Linien oben und unten perspectivisch parallel sind.

Denkt man sich ferner h E′ und n E′ gezogen, so werden die auf l und m errichteten Perpendikel ebenfalls so hoch wie h n sein, weil h E′ und n E′ perspectivisch parallel sind.

Man sieht hieraus, daß man durch die in vorliegender Fig. 14 geschehene Proportional-Eintheilung des Randes der Tafel rechts und links, über und unter dem Horizonte den Punkt E gänzlich entbehren kann.

Hat man die Haupteintheilung verhältnißmäßig im Kleinen gemacht, so kann man sie sehr leicht in die große Bildtafel, in welcher man zeichnet, eintragen.

§. 26.

Weitere Anwendungen von §. 23, §. 24, §. 25. (Taf. 9 Fig. 15.)

Man richte sich die Tafel wie in Fig. 14 ein und nehme an, daß im Bilde ein Punkt gegeben sei, von welchem aus man mehrere andere Punkte bestimmen will.

Will man nun zuerst die Maße der Abstände für den Punkt n von Grund- und Mittellinie bestimmen, so zieht man E′ n m. Zieht man nun von T′ durch n nach der Grundlinie bis v, so ist das Stück n m perspectivisch so groß, wie das geometrische Stück m v. Wollte man nun auf E′ n zwei gleich große Stücke, so groß wie v w und w z, abschneiden, so ziehe man von w und z nach T′; wo die Durchschnittspunkte in E′ m fallen, sind die verlangten Stücke abgeschnitten. Wollte man nun auf den Punkten n s t der Linie E′ m gleich hohe Perpendikel errichten, so errichte man zuerst bei m auf der Grundlinie einen Perpendikel m p in geometrischem Maße so groß, als die andern bei n s t werden sollen. Zieht man nun von p aus die Linie p E′, so sind p E′ und m E′ perspectivisch parallel, weil sie in dem gemeinschaftlichen Punkte E′ verschwinden; errichtet man nun die Perpendikel