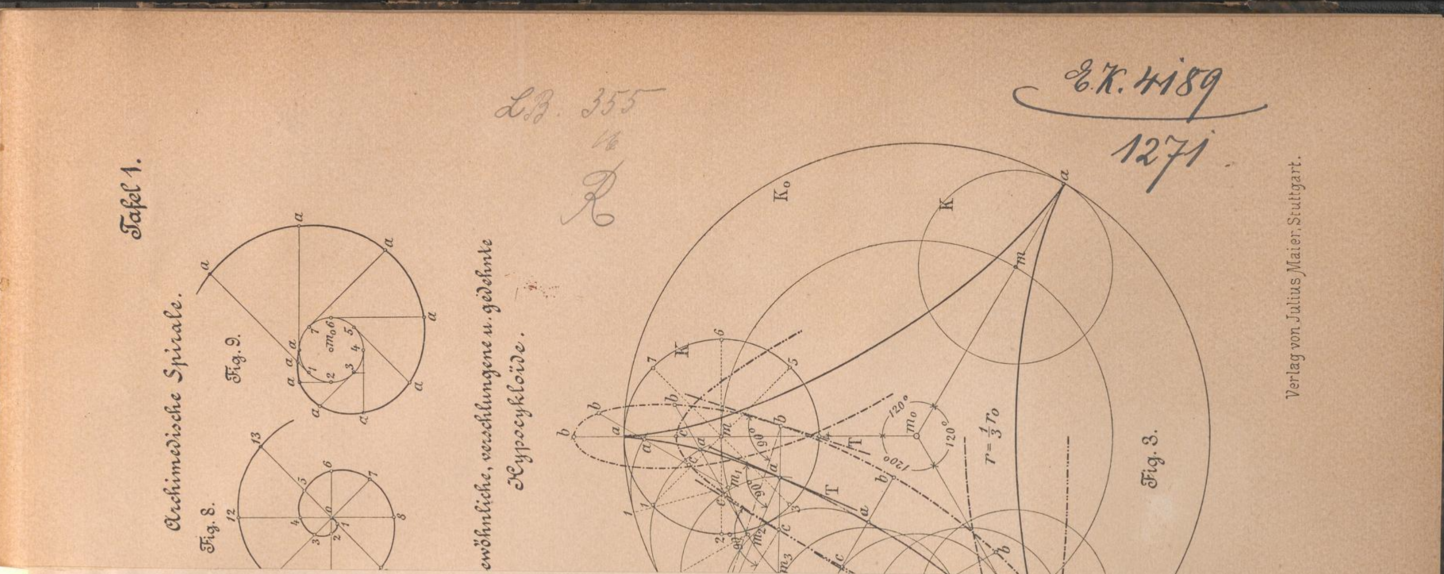
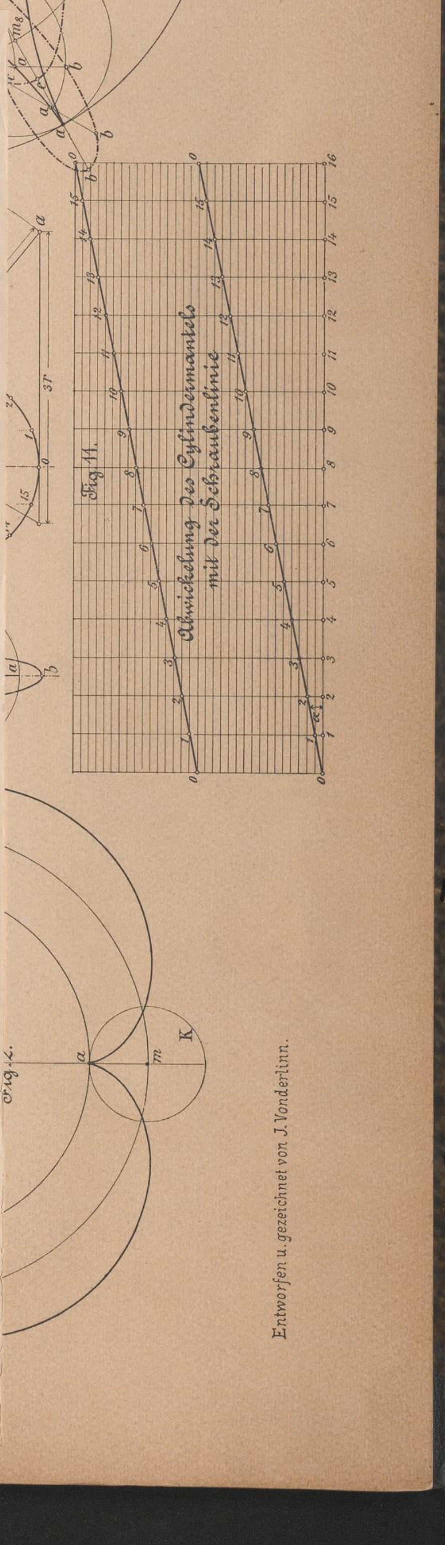
Vorlegeblätter für den Unterricht im Linear- und Projektionszeichnen

Vonderlinn, Jakob

Stuttgart, 1892

Tafel 1. Kurven-Konstruktionen.





Tafel 1.

Kurven-Konstruktionen.

Figur 1. Gewöhnliche, verschlungene und gedehnte Cykloïde. Auf einer Geraden K_0 rollt ein Kreis K. Bei dieser Bewegung beschreibt der Berührungspunkt a von K mit K_0 die gewöhnliche Cykloïde. Die Strecke $\overline{aa}$ auf K_0 ist gleich dem Umfange von K; der Mittelpunkt m von K schreitet auf der Parallelen mm_8 zu K_0 fort und gelangt nach $m_1, m_2, m_3 \cdots$, wenn der Kreis K die Linie K_0 in den Punkten $1, 2, 3 \cdots$ berührt; die Bogenlängen $1a$, $2a$, $3a \cdots$ sind den gleich bezeichneten Strecken auf K_0 an Grösse gleich.

Der Weg des Punktes b gibt die verschlungene, der des Punktes c die gedehnte Cykloïde; in beiden Fällen sind die Längen $\overline{mb}, \overline{m_1b}, \overline{m_2b} \cdots$, ebenso $\overline{mc}, \overline{m_1c}, \overline{m_2c} \cdots$ einander gleich.

Tangente und Normale an die Cykloïde. Man verbindet den Kurvenpunkt mit dem jeweiligen Berührungspunkt des beweglichen Kreises und der Geraden K_0, so gibt diese Verbindungslinie die Normale, die Senkrechte hierzu die Tangente der Kurve für den in Rede stehenden Kurvenpunkt.

Figur 2. Gewöhnliche, verschlungene und gedehnte Epicykloïde. Ein Kreis K rollt auf der konvexen Seite eines Kreises K_0. Der Weg des Berührungspunktes a von K und K_0 gibt die gewöhnliche Epicykloïde. Ist das Verhältnis der Halbmesser r und r_0 von K und K_0 ein rationales, z. B. gleich $\frac{1}{3}$, so ist der Umfang von K dreimal in jenem von K_0 enthalten. Die Bogenlänge aa auf K_0 ist gleich dem Umfange von K; der Mittelpunkt von K bewegt sich auf dem Kreise durch m mit dem Mittelpunkte m_0 fort und gelangt nach $m_1, m_2, m_3 \cdots$, wenn die Kreise K und K_0 sich in den Punkten $1, 2, 3 \cdots$ berühren; die Bogenlängen $1a$, $2a$, $3a \cdots$ sind den gleich bezeichneten Bogenlängen auf K_0 an Grösse gleich.

Der Weg des Punktes b gibt die verschlungene, der des Punktes c die gedehnte Epicykloïde; in beiden Fällen sind die Längen $\overline{mb}, \overline{m_1b}, \overline{m_2b} \cdots$, ebenso $\overline{mc}, \overline{m_1c}, \overline{m_2c} \cdots$ einander gleich.

Tangente und Normale an die Epicykloïde Die Konstruktion bleibt die nämliche wie in Figur 1.

Figur 3. Gewöhnliche, verschlungene und gedehnte Hypocykloïde. Ein Kreis K rollt auf der konkaven Seite eines Kreises K_0. Der Weg des Berührungspunktes a von K und K_0 gibt die gewöhnliche, der des Punktes b die verschlungene, endlich der des Punktes c die gedehnte Hypocykloïde.

Die Konstruktion bleibt die nämliche wie in Figur 2, desgleichen die der Tangente und Normalen in einem Punkte der Kurve.

Figur 4 ist eine **gewöhnliche Eypicykloïde,** wobei $r = r_0$ ist; sie führt den Namen Cardioïde.

Figur 5 und 6 stellen besondere Fälle der **gewöhnlichen Hypocykloïde** dar und zwar erhält man in Figur 5 die Asteroïde, wobei $r = \frac{1}{4} r_0$ ist, in Figur 6 den Durchmesser $\overline{aa}$ für $r = \frac{1}{2} r_0$. Ist unter dieser Voraussetzung der Weg des Punktes b gesucht, so erhält man hierfür als besonderen Fall der verschlungenen Hypocykloïde eine Ellipse mit den Halbachsen $r + \overline{ab}$ und $r - \overline{ab}$.

Figur 7. Gewöhnliche Kreisevolvente. Eine Gerade K bewegt sich als Tangente längs eines Kreises K_0. Der Weg des Berührungspunktes a von K und K_0 ist die Kreisevolvente. Berührt die Gerade den Kreis K_0 nacheinander in den Punkten $1, 2, 3 \cdots$ und dreht sie sich im Sinne der Pfeilrichtung, so erhält man die mit ununterbrochenem Striche gezeichnete Kurve und es sind die geraden Strecken $\overline{1a}$, $\overline{2a}$, $\overline{3a}$ gleich den entsprechend bezeichneten Bogenlängen von K_0. Dreht sich die Gerade K im entgegengesetzten Sinne der Pfeilrichtung, so entsteht die mit unterbrochenem Striche gezeichnete Kurve. Die bewegliche Gerade ist in jeder Lage eine Normale zur Kurve; die Tangente steht somit senkrecht hierzu.

Figur 8. Archimedische Spirale. Eine Gerade dreht sich entweder um einen Punkt 0 oder als Tangente längs eines Kreises K_0, während ein Punkt von ihr in der Geraden selbst proportional der Drehung fortschreitet. Der Weg des Punktes ist die Spirale.

Man zeichnet, siehe Figur 8, vom Punkte 0 aus eine Anzahl von unter gleichen Winkeln zu einander geneigten Geraden und trägt auf ihnen die Strecken $\overline{0 \cdot 1}$, $\overline{0 \cdot 2}$, $\overline{0 \cdot 3} \cdots$ gleich dem ein-, zwei-, dreifachen einer beliebig gewählten Länge ab.

Figur 9. In diesem Falle teilt man den Kreis K_0 in eine beliebige Anzahl gleicher Teile, zieht in den Teilpunkten die Tangenten und trägt auf ihnen von ihren Berührungspunkten aus die Längen $\overline{1a}$, $\overline{2a}$, $\overline{3a} \cdots$ gleich dem ein-, zwei-, dreifachen einer beliebig gewählten Länge ab.

Figur 10. Die Schraubenlinie. Ein Punkt bewegt sich auf dem Mantel eines senkrechten Kreiscylinders derart, dass er sich einerseits um die Cylinderachse dreht, andererseits parallel zur Cylinderachse so fortschreitet, dass gleichen Drehungen gleichgrosse Wege parallel zur Achse entsprechen. Einer Drehung um 360^0 entspricht ein Weg parallel zur Achse gleich der Strecke $\overline{00}$. Dieser Weg heisst die Ganghöhe, der Weg des Punktes selbst ein Umgang der Schraubenlinie. Die Achse des Cylinders heisst zugleich auch die Achse der Schraubenlinie.

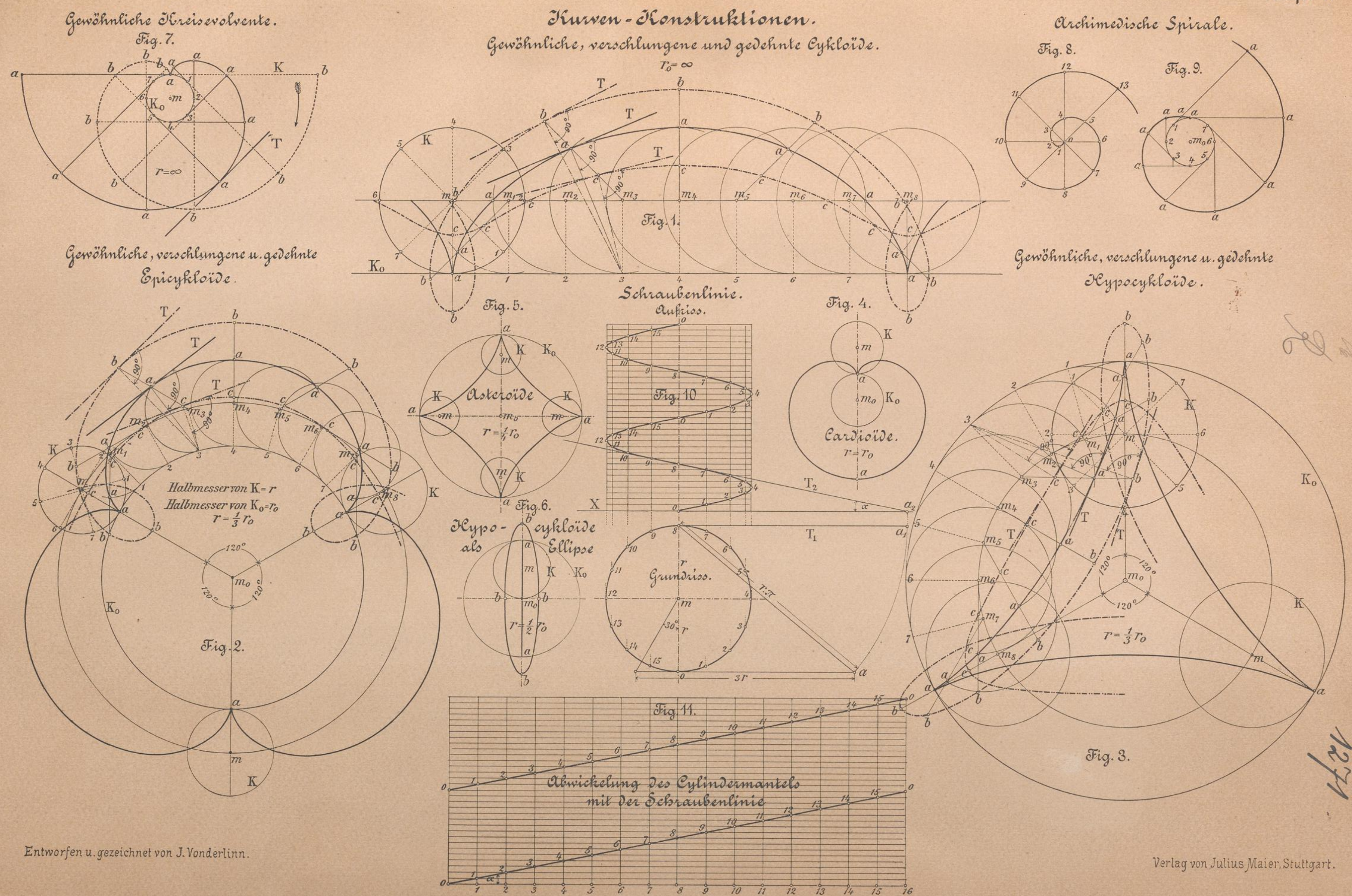
Zur Konstruktion der Kurve wählt man die Grundrissebene senkrecht zur Achse der Schraubenlinie, trägt auf letzterer die Ganghöhe auf und teilt diese, sowie den Grundkreis des Cylinders in die nämliche Anzahl gleicher Teile. Die Projizierenden durch die Teilpunkte des Kreises schneiden die durch die Teilpunkte auf der Schraubenachse zu letzterer gezogenen Senkrechten in den Punkten des Aufrisses der Schraubenlinie.

Figur 11. Breitet man den Cylindermantel mit der Schraubenlinie in die Ebene aus, so erhält man die Figur 11. Die Schraubenlinie verwandelt sich in eine gerade Linie. Die Seite $\overline{0 \cdot 16}$ des Rechteckes ist gleich dem Kreisumfange in Figur 10 und gleich der doppelten Länge $\overline{a \cdot 8}$.

Tangente an die Schraubenlinie. Man zeichnet z. B. im Punkte 8 die Tangente an den Grundriss der Schraubenlinie und macht die Länge $\overline{8a_1}$ gleich dem zwischen dem Anfangspunkte 0 und dem Punkte 8 liegenden Bogenstücke 08, also im vorliegenden Falle gleich dem halben Kreisumfange $\overline{8a}$; der Aufriss a_2 liegt in der X-Achse. T_2 ist die Tangente an den Aufriss der Schraubenlinie.

Tafel 1.

Kurven-Konstruktionen.



Entworfen u. gezeichnet von J. Vonderlinn.

Verlag von Julius Maier, Stuttgart.

recht
die f
Figu
Figu
Figu
ist f
Figu
Figu
dens
des
zu d
darg
Figu
Figu
Figu
Figu