# Die wichtigsten Gesetze der Perspektive in ihrer Anwendung auf das Zeichnen nach der Natur

Conz, Gustav

Stuttgart, 1895

urn:nbn:de:hbz:466:1-74898

Conz

Die wichtigsten Gesetze der Perspektive.

# Die wichtigsten Gesetze der Perspektive in ihrer Anwendung auf das Zeichnen nach der Natur.

Mit 66 Illustrationen

von

**G. Conz,**
Maler, Professor am Kgl. Katharinenstift in Stuttgart.



Stuttgart.
Verlag von Konrad Wittwer.
1895.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

Wer einen Gegenstand nach der Natur zeichnet, stellt sich in der Regel nicht die Aufgabe, das perspektivische Bild desselben mathematisch genau zu berechnen. Es genügt ihm, „perspektivische Fehler zu vermeiden, welche für das Auge eines kundigen Beschauers ohne Anwendung einer Berechnung wahrnehmbar und deshalb für die Wirkung des Ganzen störend wären" (§ 4). Er muss dies zu erreichen suchen auf möglichst einfachem Wege, nach Umständen mittels weniger aus freier Hand gezogener Hilfslinien, insbesondere aber kommt dabei in Betracht, dass der Zeichner, wenn er nicht Messungen am Gegenstand vornimmt, seine Anwendung der perspektivischen Gesetze nicht auf genaue Angaben über die wirkliche (geometrische) Richtung, Grösse und Winkelstellung der Linien, welche er vor sich hat, stützen kann (vgl. §§ 2 und 3).

Eine Anleitung zum perspektivischen Zeichnen in diesem Sinn soll die vorliegende Schrift sein. Von dem 1888 erschienenen „Lehrbuch der Perspektive" unterscheidet sie sich durch eine wesentliche Kürzung und Vereinfachung des Stoffs, welche besonders mit Rücksicht auf den Gebrauch im Schulunterricht wünschenswert schien.

**Stuttgart,** im Mai 1895.

Der Verfasser.

# Inhalt.

## I. Grundbegriffe.


| | | Seite |
|---|---|---|
| § 1—4. | Unterschied der geometrischen und perspektivischen Form | 1—7 |
| § 5—10. | Der Standpunkt. Sehkreis, Augpunkt, Horizont, Distanz | 7—14 |
| § 11—13. | Das Grundgesetz der perspektivischen Formerscheinung. Unverkürzte und verkürzte Stellung der Flächen und Linien | 14—18 |


## II. Perspektivische Richtung verkürzter Linien.


| | | |
|---|---|---|
| § 14—16. | Verkürzte Parallellinien | 19—23 |
| § 17—18. | Verkürzte wagrechte Linien | 23—25 |
| § 18—19. | Wagrechte Parallellinien mit unzugänglichem Fluchtpunkt | 25—27 |
| § 20. | Nähere Bestimmung der Fluchtpunkte wagrechter Linien | 27—28 |
| § 21—23. | Rechtwinklige wagrechte Linien | 29—33 |
| § 24—37. | Verkürzte schräge Linien | 33—55 |


## III. Die perspektivischen Grössenverhältnisse.


| | | |
|---|---|---|
| § 38. | Unterscheidung der verschiedenen Aufgaben | 56 |
| § 39—42. | Parallellinien von gleicher Länge in verschiedener Tiefe | 56—61 |
| § 43—44. | Teilung einer verkürzten Linie nach bestimmten Verhältnissen | 61—64 |
| § 45—52. | Perspektivische Grössenverhältnisse nicht paralleler Linien. Verkürzte Quadrate | 64—75 |


## IV. Verkürzte Kreise, Achtecke und Sechsecke.


| | | |
|---|---|---|
| § 53—57. | | 76—83 |

# I. Grundbegriffe.

## Unterschied der geometrischen und perspektivischen Form.

§ 1. Einen Gegenstand perspektivisch zeichnen, heisst ihn so zeichnen, wie er dem Auge erscheint, wenn wir ihn von einem bestimmten Standpunkt aus betrachten. Dieses scheinbare oder perspektivische Bild der Dinge ist vielfach verschieden von der Form, welche sie in Wirklichkeit haben, d. h. ihrer geometrischen Form; während letztere unverändert bleibt, ändert sich die perspektivische Form eines Gegenstands mit jeder Veränderung unseres Standpunkts oder mit jeder Veränderung in der Stellung des betreffenden Gegenstandes.

Die geometrische Form eines Würfels (cubus) ist z. B. die eines Körpers, welcher von 6 gleich grossen quadratischen rechtwinklig aneinander stossenden Flächen begrenzt wird. Die Umrisslinien dieser Flächen sind gleich lang, ihre geometrische Richtung ist, wenn wir den Würfel auf eine wagrechte Fläche stellen, teils senkrecht, teils wagrecht, sie stehen geometrisch teils parallel, teils rechtwinklig zu einander.

Stellen wir aber mehrere in Wirklichkeit gleich grosse Würfel in verschiedener Stellung und Entfernung vor uns, oder betrachten wir denselben Würfel von verschiedenen Standpunkten aus, so erhalten wir sehr verschiedene Bilder, wie Fig. 1 zeigt: während einige Linien, wie $ab$, $bc$, $cd$ in $A$, ihre geometrische Richtung und Länge behalten, erscheint ein Teil der geometrisch wagrechten Linien schräg, wie $ce$ in $A$ oder $ab$, $ag$, $cd$, $ce$, $df$ und $ef$ in $B$, zuweilen auch senkrecht, wie $df$ in $A$; geometrisch parallele Linien erscheinen nicht mehr parallel, wie $ce$ und $df$ in $A$, von den geometrisch gleich grossen Flächen und Linien erscheint bald die eine, bald die andere grösser oder kleiner u. s. w.

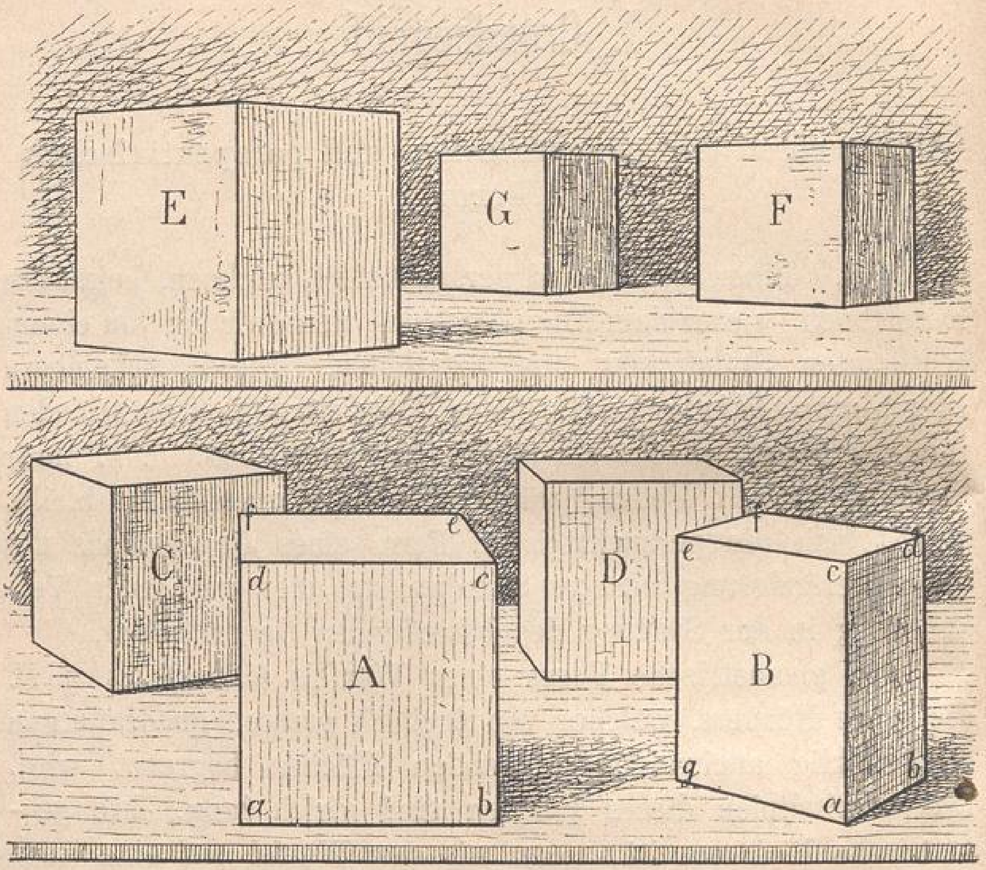



**Fig. 1.**

Und während in Wirklichkeit die Gegenstände und ihre einzelnen Teile und Linien nicht nur neben und über einander, sondern auch in den verschiedensten Entfernungen vor und hinter einander liegen, sehen wir sie perspektivisch so, als ob sie in einer senkrechten Fläche sämtlich neben und über einander lägen, weshalb wir denn auch auf der Fläche des Papiers, der Leinwand u. s. w. das naturgetreue Bild eines Gegenstands wiedergeben können.

Die deutlichste Anschauung hievon gibt das photographische Abbild oder das Spiegelbild. Wenn wir einen Gegenstand, ohne unser Auge von der Stelle zu bewegen, so, wie wir ihn in einem Spiegel oder durch eine Fensterscheibe sehen, auf der Fläche des Glases nachzeichnen, so erhalten wir sein genaues perspektivisches Bild.*)

§ 2. Auf Grund der perspektivischen Gesetze können wir das perspektivische Bild eines Gegenstandes berechnen, d. h. wir können berechnen, wie ein Gegenstand, dessen geometrische Form uns genau bekannt ist, von einem bestimmten Standpunkt aus gesehen, dem Auge erscheinen muss.

Diese Berechnung kann nur mittels gerader Linien ausgeführt werden; doch ist damit ihre Anwendung auf Formen, welche nicht geradlinige Umrisse haben, nicht ausgeschlossen, indem wir mit Hilfe gerader Linien die Lage einzelner Punkte ihres perspektivischen Bildes berechnen können, von welchen aus das übrige sich aus freier Hand ergänzen lässt.

Auch die perspektivische Richtung und Länge der geraden Linien kann nicht in allen Fällen genau berechnet werden. Die erste Voraussetzung einer solchen Berechnung ist, dass wir genau wissen, welche Richtung und Länge die betreffenden Linien in Wirklichkeit haben.

Nun müssen wir beim Zeichnen eines Gegenstands nach der Natur in der Regel auf Messungen an demselben verzichten; wir sind auf die Erfahrung und Übung unseres Auges angewiesen, um in dem perspektivisch vor uns stehenden Bild eines Gegenstandes dessen wirkliche Form zu erkennen, um beispielsweise, wenn ein Würfel wie *A* Fig. 1 vor uns steht, zu erkennen, dass dies in Wirklichkeit ein Würfel ist, dass *df*

---

*) Mit dem Ausdruck „Bild“ wird sowohl der perspektivisch gesehene Gegenstand selbst, als die perspektivische Darstellung desselben bezeichnet.

und *c e* geometrisch wagrechte und parallele Linien sind, dass die Fläche *d c e f* geometrisch ebenso gross ist als *a b c d* u. s. w.

Aber auch ein geübtes Auge vermag die geometrische Form der Dinge, die geometrische Richtung und Länge einer Linie nur dann mit vollkommener Bestimmtheit und Genauigkeit zu erkennen, wenn dieselbe eine regelmässige, durch die Natur des Gegenstands notwendig bedingte und dem Auge aus Erfahrung bekannte, nicht aber, wenn sie unregelmässig, zufällig und willkürlich ist.

Unsere Berechnung wird sich daher nur auf Formen der ersteren Art erstrecken.

§ 3. Nehmen wir z. B. an, dass das Haus Fig. 2 und das Zimmer Fig. 3, so wie sie hier gezeichnet sind, in Wirklichkeit vor uns stehen, so sind zunächst die senkrechten Linien leicht als solche erkennbar, da ihre Richtung sich nie verändert.

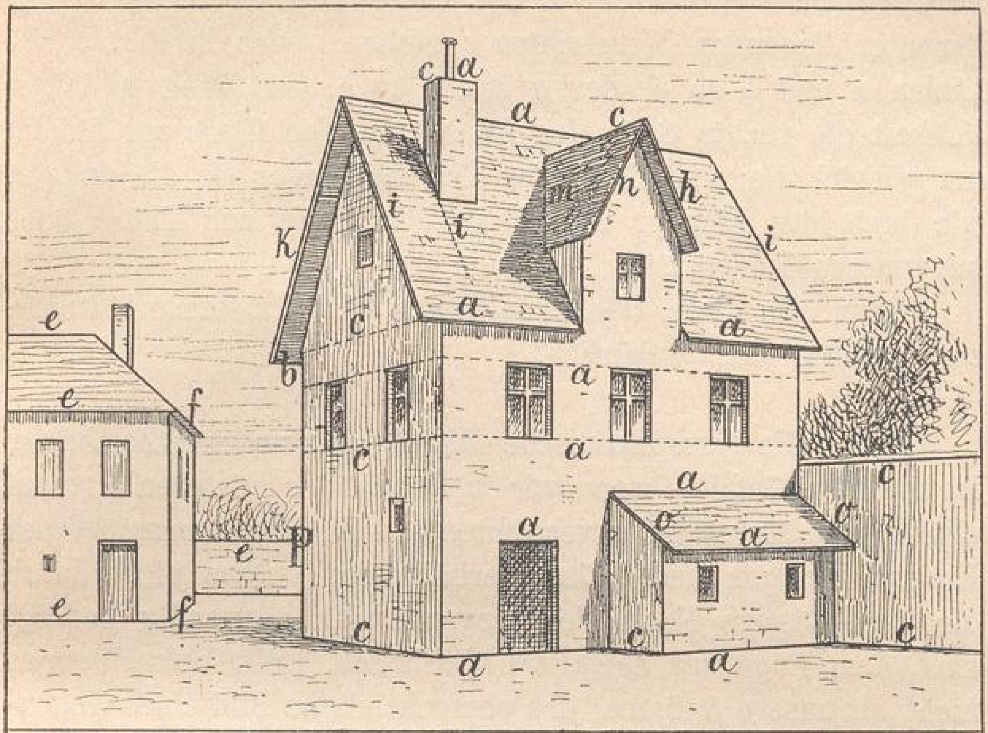
Wir wissen ferner, dass in beiden Figuren die mit *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* bezeichneten Linien geometrisch wagrechte, dass in Fig. 2 *h*, *i*, *k*, *m*, *n*, *o* geometrisch schräge, *a a*, *c c*, *ee*, *f f* geometrisch parallele Linien sind, dass ferner in Fig. 2 die Linien *a a* zu *c c*, in Fig. 3 die Linien *e e* zu *f f* geometrisch rechtwinklig stehen.

Was die Grössenverhältnisse betrifft, so würden wir sehen, dass die Fenster im ersten Stockwerk des Hauses gleich hoch sind, ebenso die 4 Beine des Tisches oder des Schemels, dass der vordere und der hintere Tischrand gleich lang sind, ebenso die rechte und linke Seite des Tisches.

Denn in allen genannten Fällen sind die angeführten Linienrichtungen, Winkelstellungen und Grössenverhältnisse durch die regelmässige Form des Gegenstandes bedingt und unsere Erfahrung sagt uns, dass ihre geometrische Richtung und Länge nicht wohl eine andere sein kann.

Aber weder unser Auge noch unsere Erfahrung lassen uns genau erkennen, wie gross in Wirklichkeit der Winkel ist, in

**Fig. 2.**



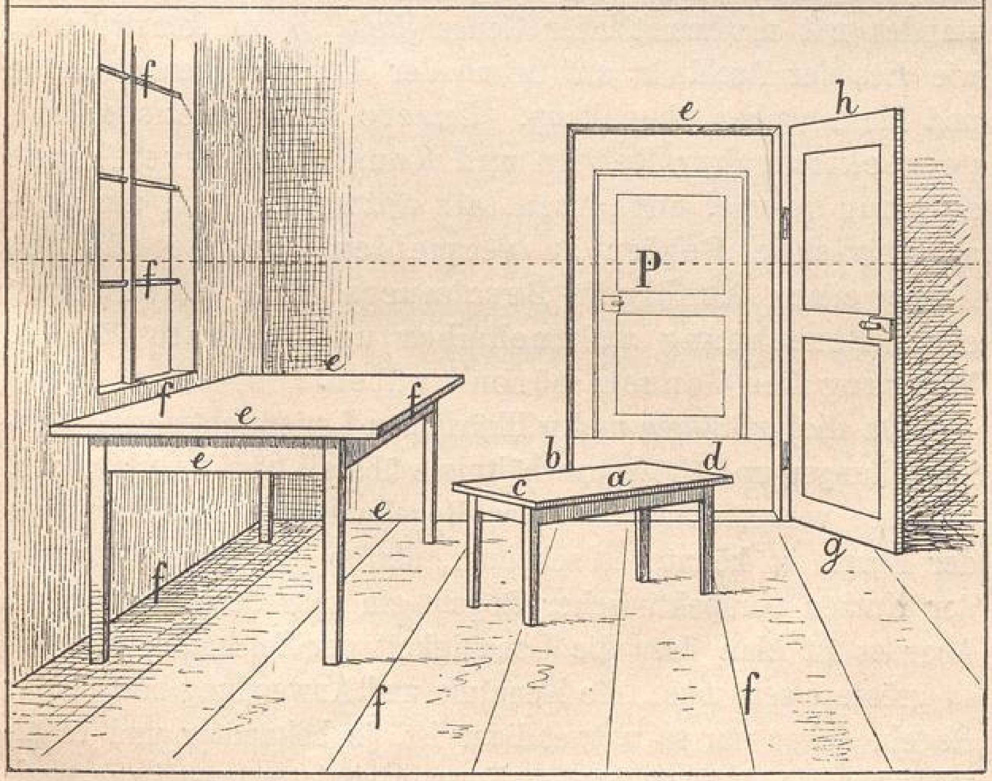


**Fig. 3.**

welchem die Linien $i$ und $k$ Fig. 2 zu einander oder zu der darunter liegenden Wagrechten $c$ stehen, oder in Fig. 3 die Linien $a$ und $b$ zu $f$ oder $g$ und $h$ zu $e$, wie breit in Wirklichkeit die rechte Seite des Hauses im Verhältnis zur linken, um wieviel die eine Seite des Tisches länger als die andere, wie breit das Fenster Fig. 3 im Verhältnis zur Thüre oder zu anderen Linien ist.

Denn alle diese Winkelstellungen und Grössenverhältnisse sind zufällig und willkürlich.

§ 4. Die perspektivische Richtigkeit unserer Zeichnung ist nicht in Gefahr, wenn wir in Fällen der letzteren Art auf eine genaue Berechnung verzichten und die Bestimmung solcher Linienrichtungen und Grössenverhältnisse, welche nicht durch die regelmässige Form des Gegenstandes notwendig bedingt sind, dem Auge des Zeichners überlassen. Wir betrachten es nicht als unsere Aufgabe, das perspektivische Bild eines Gegenstandes mit mathematischer Genauigkeit so zu konstruieren, wie dies der Architekt auf Grund der ihm vorliegenden Pläne und Massangaben thun kann. *Unsere Zusammenstellung perspektivischer Regeln und Konstruktionsverfahren soll nur so viel enthalten, als notwendig ist, um perspektivische Fehler zu vermeiden, welche für das Auge eines kundigen Beschauers ohne Anwendung einer Berechnung wahrnehmbar und deshalb für die Wirkung des Ganzen störend wären.*

Da die zufälligen und willkürlichen Linienrichtungen, Winkelstellungen und Grössenverhältnisse überall häufig vorkommen, teilweise vorherrschen über das Regelmässige und Notwendige der Form, so könnte es scheinen, als ob die Anwendung und der Nutzen perspektivischer Regeln ein sehr beschränkter sei. Aber es ist klar, dass die Genauigkeit der Zeichnung eine um so grössere sein muss, die Kenntnis und Anwendung bestimmter Regeln daher um so notwendiger ist, je bekannter und regelmässiger die darzustellenden Formen sind, während unregelmässige und willkürliche Formen eine grössere Freiheit der Darstellung gestatten.

Hievon abgesehen, beruht der Wert perspektivischer Studien nicht allein darin, dass sie uns in Stand setzen, das perspektivische Bild eines Gegenstandes zu berechnen, sondern wir lernen durch dieselben überhaupt die Eindrücke des Auges mit richtigerem und klarerem Verständnis aufzufassen und infolge dessen auch da, wo keine genaue Berechnung stattfindet, richtiger wiederzugeben.

## Der Standpunkt. Sehkreis, Augpunkt, Horizont, Distanz.

§ 5. Gewöhnlich versteht man unter Standpunkt die Stelle, auf welcher wir stehen; im Sinne der perspektivischen Berechnung bedeutet Standpunkt den Punkt, wo unser Auge sich befindet. Der Unterschied von rechtem und linkem Auge kommt dabei nicht in Betracht, wegen der als notwendig vorausgesetzten Entfernung unseres Standpunkts von unserem Gegenstand.

Da wir nach allen Richtungen gleichviel übersehen, so bildet der Umfang dessen, was wir mit Einem Blick erfassen können, einen selbstverständlich nicht scharf abgegrenzten Kreis, unsern Sehkreis, vgl. Fig. 4. Der Mittelpunkt desselben, hier $P$, beziehungsweise $m$, also der Punkt, welcher dem Auge gerade gegenüberliegt, heisst der Augpunkt.

Durch den Augpunkt denke man sich eine wagrechte, den Sehkreis in der Mitte durchschneidende und nach beiden Seiten über denselben hinaus sich beliebig fortsetzende Linie ($HH$ Fig. 4) gezogen; dies ist der perspektivische Horizont.

Wir haben uns also in Fig. 4, wenn wir den Umfang des kleineren Kreises als Bild annehmen, den Zeichner in der Fortsetzung der Linie $ef$ stehend oder sitzend zu denken, so dass sein Auge sich dem Punkte *P* gerade gegenüber, in gleicher Höhe mit *P* und mit der Linie *HH* befände, vgl. Fig. 5.

§ 6. Die perspektivische Berechnung geht von der Voraussetzung aus, dass der Blick des Zeichners bei aufrechter Haltung des Kopfes gerade aus gerichtet sei, so dass beide Augen

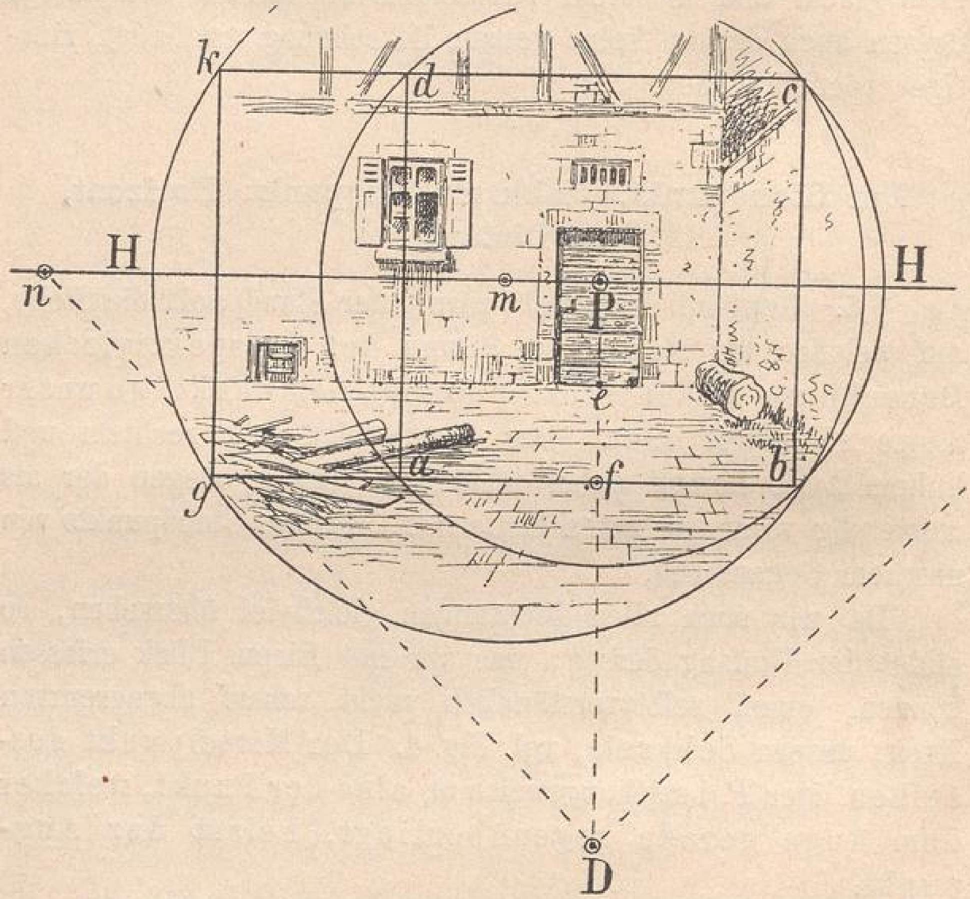



**Fig. 4.**

in einer wagrechten Linie liegen, welche wir unsere Augenlinie nennen. Mit dieser Linie parallel haben wir uns den Horizont zu denken.

Eine von unserem Auge nach dem Augpunkt gezogene Linie würde demnach rechtwinklig zu unserer Augenlinie und zum Horizont stehen, wie in Fig. 4

*D P* zu *H H.* Man denke sich dabei Fig. 4 senkrecht stehend und *D P* als wagrechte Linie.

Im gewöhnlichen Sprachgebrauch bedeutet Horizont die Linie, welche die sichtbaren Gegenstände gegen die Luft (gegen den Himmel) abgrenzt, es sei dies eine Berglinie oder der obere

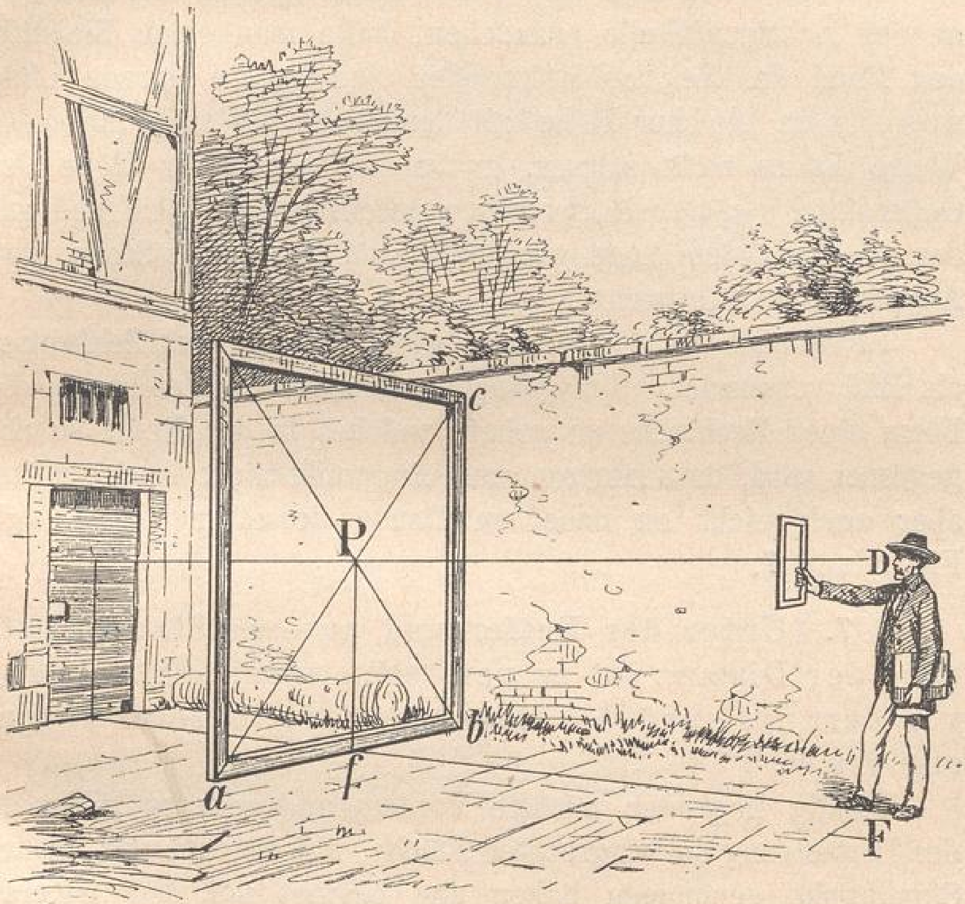



**Fig. 5.**

Umriss von Gebäuden, Bäumen u. s. w. Dieser sogenannte scheinbare Horizont ist zugleich unser perspektivischer, wenn wir eine wagrechte, soweit das Auge reicht vor uns ausgedehnte Fläche vor uns haben. Eine solche Fläche erscheint gegen den Himmel begrenzt durch eine wagrechte in gleicher Höhe mit unserem Auge liegende Linie, wie uns am deutlichsten die Meeresfläche zeigt: je tiefer wir stehen, desto schmaler, je höher wir stehen, desto breiter erscheint uns dieselbe; mit unserem Standpunkt scheint auch die Grenzlinie des Meeres höher oder tiefer zu rücken, vgl. Fig. 6 und 7.*)

In unseren Figuren ist der Augpunkt immer mit *P*, der Horizont mit *HH* bezeichnet.

Um beim Zeichnen nach der Natur Augpunkt und Horizont an der richtigen Stelle anzugeben, halte man einen Bleistift, den Rand des Zeichenblattes oder eine andere gerade Linie wagrecht in gleicher Höhe mit dem Auge vor sich; auf diese Weise ist es nicht schwer, zu sehen, in welcher Höhe der Gegenstand von der Horizontlinie durchschnitten wird und auf derselben die dem Auge gerade gegenüber liegende Stelle, den Augpunkt, zu bestimmen.

Gewöhnlich wird nicht der ganze Umfang des Sehkreises als Bild verwendet. Wir pflegen vielmehr der Zeichnung die Form eines Rechtecks zu geben, welches in der Regel so abgegrenzt wird, dass Horizont und Augpunkt nicht in der Mitte, aber auch nicht zu nahe am Rande desselben liegen, vgl. Fig. 6 und 7.

§ 7. Unter der Entfernung unseres Standpunkts oder der Distanz ist zu verstehen unsere Entfernung von dem uns zunächst liegenden Teile unseres Gegenstandes.

Häufig liegt der nächste Vordergrund unseres Bildes in der Fortsetzung der wagrechten Fläche, auf welcher wir unsern Standpunkt genommen haben und beginnt mit dem unteren Rande der Zeichnung, wie in Fig. 2—5. Ziehen wir in diesem Fall eine Linie von unserem Fuss nach dem ihm gerade gegen-

*) Man könnte aus der Kugelgestalt der Erde schliessen, dass die Grenzlinie der Meeresfläche oder einer grossen Ebene nicht eine gerade Linie sei und nicht genau in der Höhe des Auges liege. Aber im Verhältnis zur Grösse des Erdballes ist der Teil, welchen wir mit Einem Blick übersehen können, so klein, dass er wie eine wagrechte Fläche mit wagrechter Grenzlinie erscheint und wir berechtigt sind zu sagen, letztere liege in gleicher Höhe mit unserem Auge.

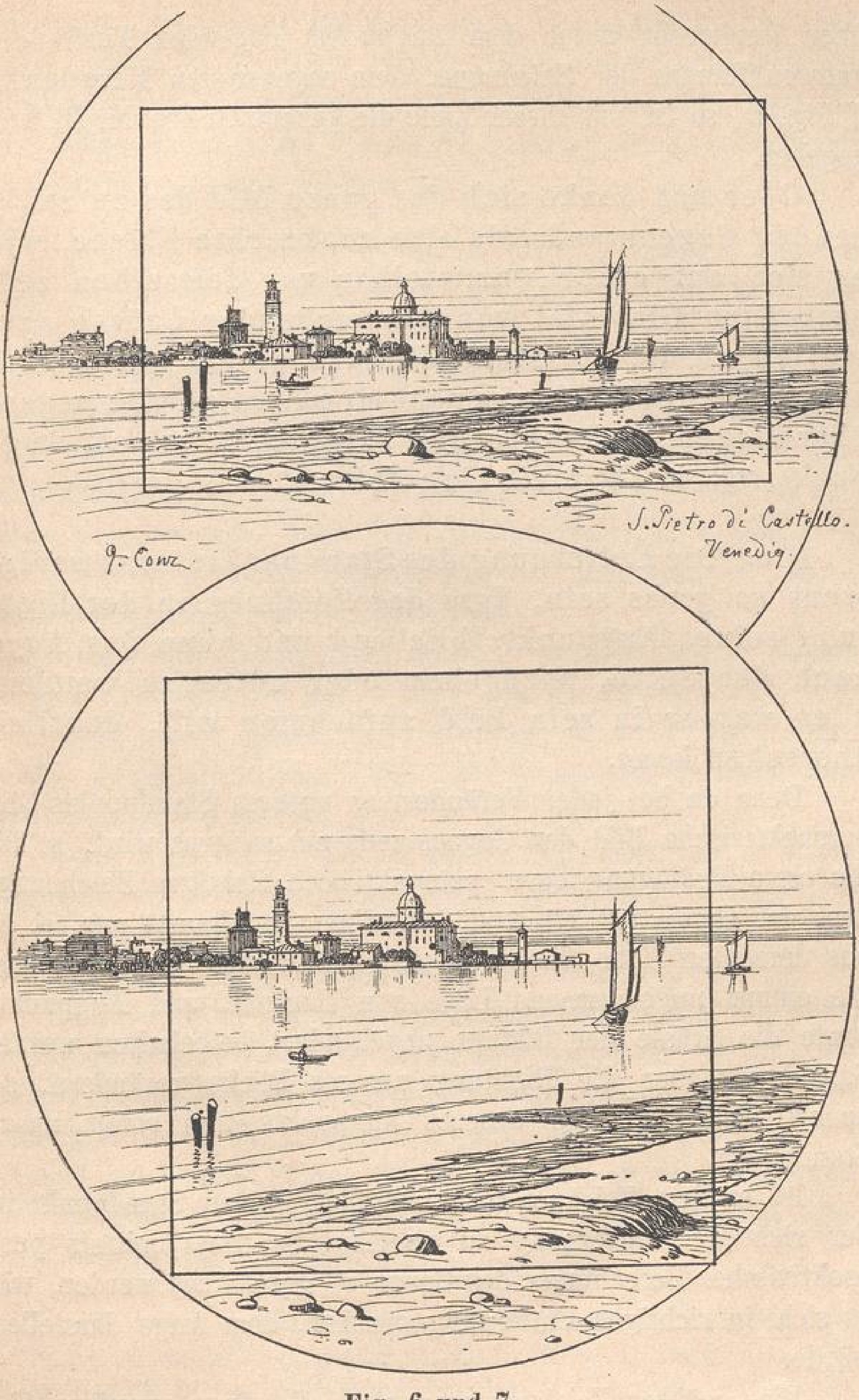



**Fig. 6 und 7.**

über (senkrecht unter dem Augpunkt) liegenden Punkt des unteren Randes der Zeichnung, dem sogenannten Fusspunkt (*f* Fig. 4), so ist mit dieser Linie die genaue Grösse der Distanz gegeben.

Oder man denke sich das ganze Bild des zu zeichnenden Gegenstands als eine senkrechte Fläche, wie es sich auf einer unmittelbar vor demselben aufgestellten Glastafel von hinreichender Grösse darstellen würde, so ist die Distanz gleich einer Linie vom Auge des Zeichners nach dem ihm gerade gegenüber liegenden Punkte der Tafel, d. h. seinem Augpunkt, vgl. in Fig. 5 die Linie *D P*.

§ 8. Die Entfernung des Standpunkts muss wenigstens so gross sein, dass der Zeichner in der Richtung seines Augpunkts blickend und ohne das Auge nach der Seite, nach oben oder unten zu wenden, alles was er in sein Bild aufnehmen will, deutlich übersehen kann.

Denn da bei jeder Veränderung unseres Standpunkts das perspektivische Bild des Gegenstands ein anderes wird, so ist die erste Bedingung einer perspektivisch richtigen Zeichnung, dass das Ganze von ein und demselben Standpunkt aus, d. h. aus derselben Höhe, Richtung und Entfernung gezeichnet und die einmal angenommene Lage von Horizont und Augpunkt, sowie die Grösse der Distanz unverändert beibehalten werde. Sobald wir aber die Richtung unseres Blicks verändern, so ändert sich die Lage unseres Augpunkts und somit unser Standpunkt.

Ist es dem Zeichner nicht möglich, seinen Standpunkt in der richtigen Entfernung zu nehmen, so muss mittels perspektivischer Berechnung das Ganze so gezeichnet werden, wie es sich, in richtiger Entfernung gesehen, dem Auge darstellen würde.

Ein geübter Zeichner mag sich allerdings zuweilen Abweichungen von dieser wie von andern Regeln gestatten. Aber um zu wissen, wo und wie er dies thun kann, ohne dass die Wirkung seines Bildes eine falsche oder zum mindesten unschöne wird, muss er vor allem die Regel kennen; diese verliert dadurch nichts an ihrer Giltigkeit.

§ 9. Als geringstes Mass der Distanz, welche nötig ist, um eine senkrecht vor uns stehende 4eckige Fläche ohne Wendung des Blicks vollständig übersehen zu können, wird die Länge ihrer Diagonale angenommen, vorausgesetzt, dass das Auge sich dem Mittelpunkt der Fläche gegenüber befindet. In Fig. 5 müsste also die Entfernung von $D$ bis $P$ wenigstens gleich der geometrischen Länge von $ac$ sein, wenn der Zeichner im stande sein soll, von $D$ aus den ganzen Umfang der von dem Rahmen $abcd$ umfassten Gegenstände zu übersehen.

Liegt der Augpunkt nicht in der Mitte jener Fläche, so ist als Mass der kleinsten Distanz das Doppelte einer Linie anzunehmen, welche vom Augpunkt nach dem von ihm entferntesten Punkte des Bildes gezogen wird.

Wenn z. B. $gbck$ Fig. 4 unsere Bildfläche und $P$ unser Augpunkt ist, so muss unsere Distanz wenigstens = 2 mal $Pg$ sein, d. h. ebenso gross, als für eine Fläche nötig wäre, deren Mittelpunkt $P$ und deren Diagonale = 2 mal $Pg$ ist.

Wie die Höhe unseres Standpunkts durch den Horizont, die Richtung unseres Blicks durch den Augpunkt, so wird die Entfernung unseres Standpunkts (in dem § 7 angegebenen Sinn) bezeichnet durch die Distanzpunkte, d. h. zwei Punkte im Horizont zu beiden Seiten des Augpunkts, deren Entfernung von letzterem der Entfernung des Auges vom Augpunkt oder der Distanz entspricht. *)

*) Ein ebensoweit vom Augpunkt entfernter Punkt senkrecht über oder unter demselben kann gleichfalls als Distanzpunkt dienen; hier sind jedoch stets die beiden im Horizont liegenden Distanzpunkte gemeint.

Ist z. B. in Fig. 4 *abcd* unser Bild und unsere Distanz gleich der Diagonale *ac*, so ist *n* ein Distanzpunkt, indem $Pn = ac$ ist.

Ein genaues Abmessen der für eine Zeichnung angenommenen Distanz behufs Angabe der Distanzpunkte ist nicht notwendig. Die Hauptsache ist in allen Fällen, in welchen die Grösse der Distanz von wesentlichem Einfluss ist auf die perspektivische Form, dass eine zu kleine Distanz vermieden, ein Distanzpunkt also nicht näher an den Augpunkt verlegt wird, als nach dem Gesagten statthaft ist.

§ 10. Ausser dieser allgemeinen Distanz kommt zuweilen auch in Betracht die Entfernung einzelner Teile, Linien oder Punkte von unserem Auge. Hiebei handelt es sich aber nur um die grössere oder geringere Entfernung in der Richtung nach dem Hintergrunde; ob ein Punkt oder eine Linie mehr in der Mitte oder mehr nach dem Rande des Bildes liegt, macht bei richtiger Grösse der Distanz keinen Unterschied für die perspektivische Form.

Um die Entfernung einer Linie oder eines Punktes vom Auge in jenem Sinne zu bezeichnen, gebraucht man den Ausdruck „Tiefe". Man kann z. B. sagen: Die Linien *gh* und *ik*, Fig. 10, liegen in gleicher Tiefe, *gh* und *ab* liegen in verschiedener Tiefe.

## Das Grundgesetz der perspektivischen Formerscheinung. Unverkürzte und verkürzte Stellung der Flächen und Linien.

§ 11. Das wichtigste und am meisten in die Augen fallende Gesetz der Perspektive ist, dass alle Gegenstände kleiner zu werden scheinen, je weiter sie sich von unserem Standpunkt entfernen.

Alle perspektivischen Formveränderungen lassen sich auf dieses Gesetz zurückführen, dessen Begründung wir im Bau unseres Auges und der hiedurch bedingten Art, wie sich die Gegenstände im Auge spiegeln, zu suchen haben.

Aus diesem Gesetz folgt zunächst, dass nur eine Fläche, welche ganz gerade vor uns steht, d. h. senkrecht und parallel mit unserer Augenlinie, wie die Fläche *A* Fig. 8, dem Auge genau so erscheinen kann, wie sie in Wirklichkeit ist, mit andern Worten so, dass die perspektivische Richtung und Länge ihrer Umrisse und aller in ihr liegenden Linien mit deren geometrischer Richtung und Länge übereinstimmt. Denn in diesem Falle befinden sich sämtliche Teile der Fläche in gleicher Entfernung vom Auge (in gleicher Tiefe).

Sobald wir die Tafel *A*, während unser Standpunkt derselbe bleibt, nach irgend einer Seite wenden, so liegen einzelne Teile derselben in verschiedener Tiefe, die ferneren Teile erscheinen infolge dessen verhältnismässig kleiner als die näheren und die perspektivische Form der ganzen Tafel wird hiedurch eine von ihrer geometrischen Form verschiedene. In *B* ist z. B. die Linie *b c* ferner als *a d*, jene erscheint daher kürzer als diese, folglich können die Linien *a b* und *d c*, welche geometrisch parallel sind und rechtwinklig zu *a d* und *b c* stehen, nicht mehr parallel und nicht mehr rechtwinklig zu *a d* und *b c* erscheinen. Wird die Tafel *B* in mehrere geometrisch gleich breite senkrechte Streifen geteilt, so erscheinen diese nach der Linie *b c* hin allmälich schmaler zu werden, die ganze Fläche erscheint daher schmaler, als bei der Stellung *A*.

§ 12. Wenn eine Fläche oder Linie eine solche Stellung zum Auge hat, (unser Standpunkt zu ihr ein solcher ist), dass sämtliche Teile derselben in gleicher Tiefe liegen, wie in Fig. 8 die Fläche *A* und sämtliche in ihr liegenden Linien, so nennt man dies die unverkürzte Stellung; eine Fläche oder Linie ist dagegen verkürzt, wenn einzelne Teile derselben dem Auge näher liegen als andere.

Senkrechte Linien haben daher immer unverkürzte Stellung: Die beiden Endpunkte einer senkrechten

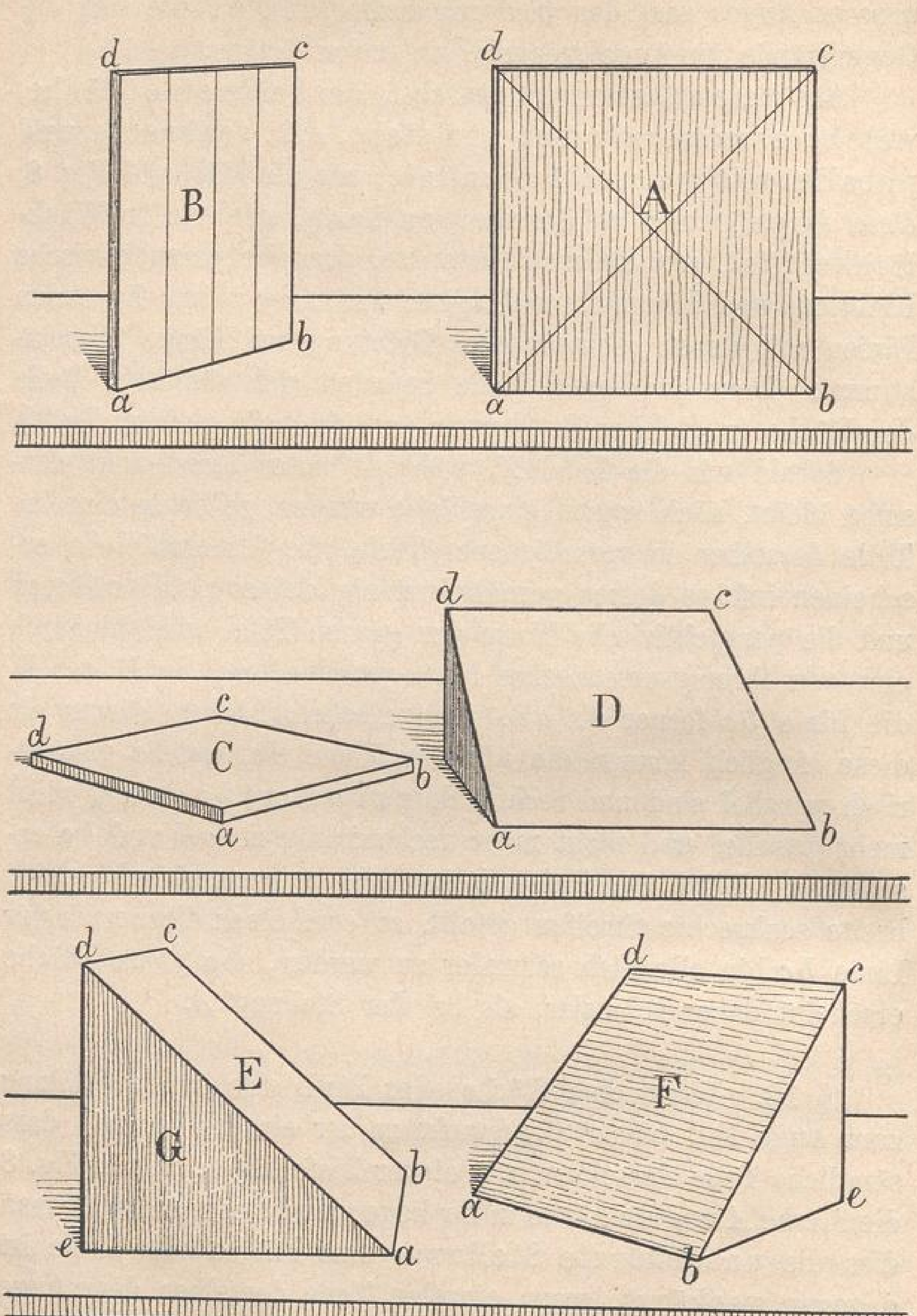



**Fig. 8.**

Linie liegen immer in gleicher Tiefe, alle senkrechten Linien sind parallel.

Die unverkürzten wagrechten Linien eines Bildes (vgl. die Linien *ee* Fig. 3) sind parallel mit unserer Augenlinie und mit dem Horizont, folglich auch parallel unter sich. *)

In Fig. 8 sind unverkürzt ausser den senkrechten Linien die wagrechten *ab* und *dc* in *A* und in *D*, sowie *ae* in *G*, ferner die schrägen Linien *ad* und *bc* in *E*; alle übrigen wagrechten und schrägen Linien in Fig. 8 sind verkürzt.

Für Anfänger ist es zweckmässig, einen Bleistift, ein Lineal oder dgl. in der für die Zeichnung angenommenen Richtung der Augenlinie und des Horizonts vor sich zu legen, um damit die verschiedenen wagrechten Linien des Gegenstands vergleichen und sicherer unterscheiden zu können, ob sie verkürzt oder unverkürzt sind.

Sollte man in betreff einer schrägen Linie im Zweifel sein, ob sie verkürzt oder unverkürzt ist, so denke man sich dieselbe mit einer senkrechten und einer wagrechten zu einem Dreieck verbunden, wie in *G* Fig. 8 die schräge Linie *ad* mit *ae* und *ed*, oder in *F* die Linie *bc* mit *be* und *ec*. Man nennt dies das Massdreieck einer schrägen Linie. Ist die wagrechte Linie dieses Dreiecks unverkürzt, wie *ae* in *G*, so ist es auch die schräge; ist erstere verkürzt, wie *be* in *F*, so ist auch die schräge Linie verkürzt.

§ 13. Unverkürzte Linien behalten ihre geometrische Richtung und wenn sie in gleicher Tiefe liegen, auch ihr geometrisches Grössenverhältnis. Für solche Fälle bedürfen wir keiner perspektivischen Berechnung.

---

*) Senkrechte Flächen dagegen können sowohl verkürzte als unverkürzte Stellung haben, vgl. *A* und *B* Fig. 8; wagrechte und schräge Flächen sind immer verkürzt, da stets einzelne Teile derselben weiter von unserem Auge entfernt sind, als andere, vgl. *C*, *D*, *E*, *F* Fig. 8.

Die nachfolgenden Regeln werden sich daher beziehen teils auf die perspektivische Richtung verkürzter wagrechter und schräger Linien, teils auf das perspektivische Grössenverhältnis verkürzter oder in ungleicher Tiefe liegender Linien, soweit ihre geometrische Richtung und Länge eine bestimmte und regelmässige, durch die Form des Gegenstands notwendig bedingte ist.

# II. Perspektivische Richtung verkürzter Linien.

## Verkürzte Parallellinien.

§ 14. Nach § 12 und 13 kann es sich nur um die Richtung von wagrechten und schrägen Parallellinien handeln, da die senkrechten Linien stets unverkürzte Stellung haben.

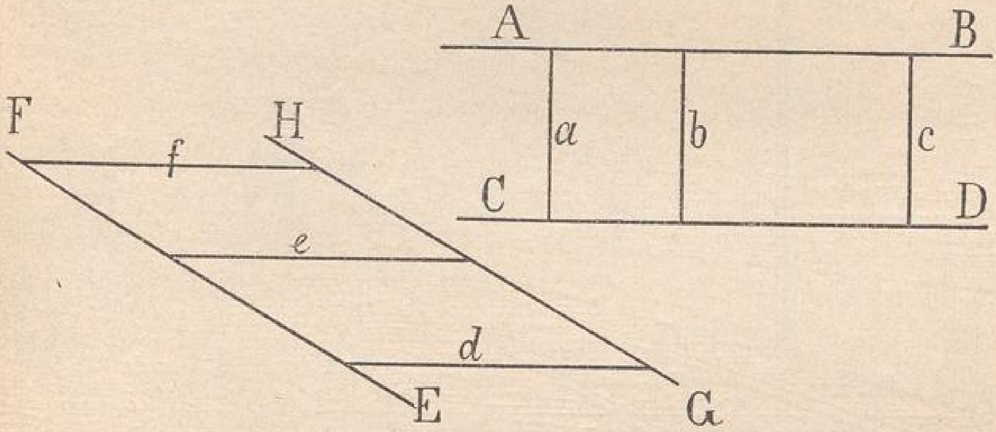



**Fig. 9.**

Wenn zwei parallele Linien durch eine Anzahl von Linien verbunden werden, welche unter sich gleichfalls parallel sind, so sind diese Verbindungslinien gleich lang. In Fig. 9 sind z. B. *AB* und *CD* parallel, ebenso die Linien *a*, *b* und *c*; folglich sind letztere gleich lang. Nach demselben Gesetz sind *d*, *e*, *f*, die parallelen Verbindungslinien der Linien *EF* nnd *GH*, gleich lang.

Die Eisenbahnschienen Fig. 10 sind in Wirklichkeit parallel, die Schienen zwischen ihnen gleichfalls; also sind letztere geometrisch gleich lang. Haben wir aber zwei parallele Linien, wie hier die Schienen, in verkürzter Stellung vor uns, so befinden sich ihre Verbindungslinien, wie hier die Schwellen, in verschiedener Entfernung vom Auge, sie scheinen daher nach der Entfernung hin immer kleiner zu werden (§ 11),

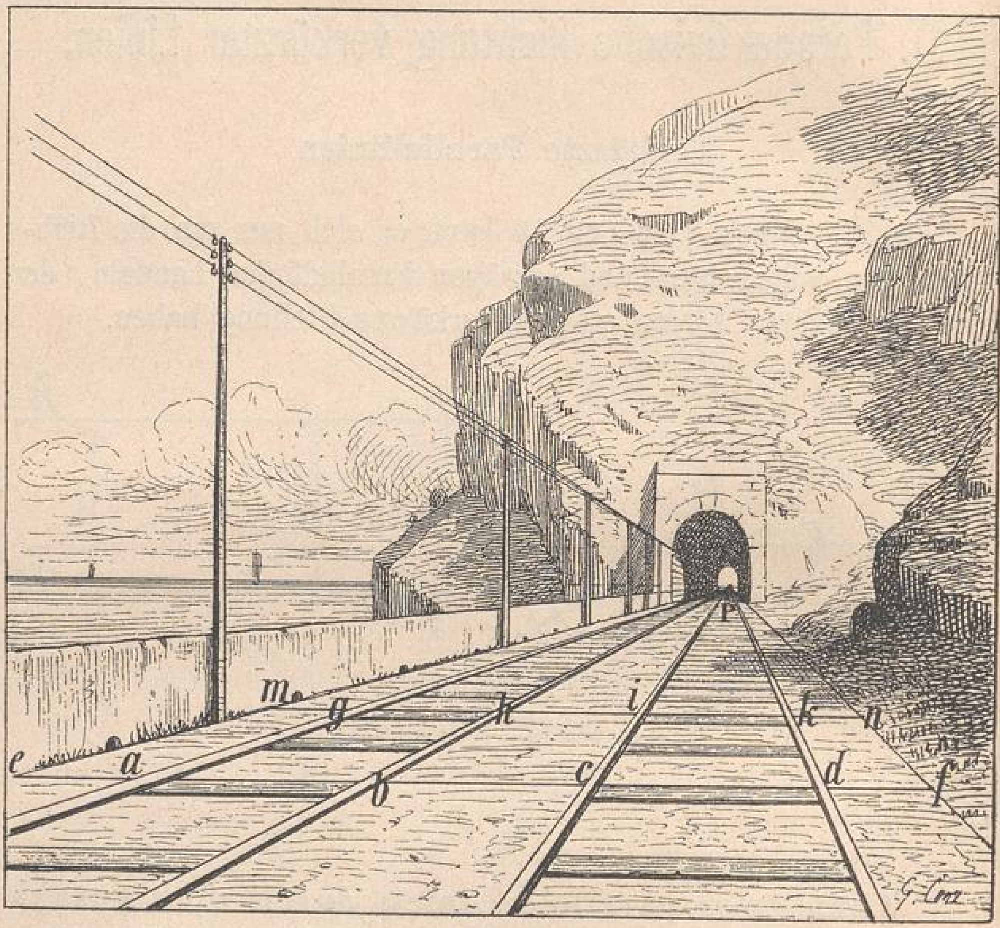



**Fig. 10.**

mit andern Worten: der in Wirklichkeit überall gleich grosse Abstand zwischen zwei parallelen Linien scheint, wenn sie verkürzt sind, nach der Ferne hin immer geringer zu werden, sie scheinen daher einander immer näher zu rücken, je weiter sie sich von unserem Standpunkt entfernen und wenn sie sich auf sehr weite **Entfernung fortsetzen**, so müssen sie schliesslich in Einem Punkte, wie die Linien *ag* und *bh* in dem Punkte *P*, zusammentreffen, in welchem sie aufhören sichtbar zu sein.

Man nennt diesen Punkt den **Fluchtpunkt** oder **Verschwindungspunkt** der betreffenden Linien.

§ 15. In demselben Punkte, in welchem die parallelen Linien *ag* und *bh* Fig. 10 zusammentreffen, müssen auch alle weiteren mit ihnen parallelen Linien, wie *ci* und *dk*, sich treffen, da der Zwischenraum zwischen allen in demselben Verhältnis nach der Ferne hin kleiner wird. Wenn *ab* und *cd* gleich lang, *ae* und *df* halb so lang sind, als jene beiden, so müssen *gh*, *ik*, *gm* und *kn* in demselben Verhältnis zu einander stehen, sie werden also zugleich in Einem Punkte aufhören sichtbar zu sein.

Die Telegrafendrähte Fig. 10 sind gleichfalls parallel mit den Schienen und mit der Linie *em*. Wie dort die Schwellen, so dienen hier die Telegrafenstangen, um das Zusammenrücken der verkürzten Parallellinien und ihre Richtung nach dem Punkte *P* anschaulich zu machen.

Wenn wir solche Linien auch nicht mit dem Auge verfolgen können bis zu dem Punkte, in welchem sie zusammentreffen würden, sondern sie, wie gewöhnlich der Fall ist, nur in kürzerer Ausdehnung vor uns haben, wie die geometrisch parallelen Linien *aa* und *bb* in Fig. 11, so müssen sie doch stets so gezeichnet sein, dass der Zwischenraum zwischen ihnen **nach der Ferne** hin kleiner wird, so dass sie, von ihrem ferner liegenden Ende aus verlängert, irgendwo in Einem Punkte zusammentreffen würden, d. h. **verkürzte Parallellinien müssen die Richtung nach einem gemeinschaftlichen Fluchtpunkt haben.**

Man vergleiche ausser Fig. 10 und 11 die verkürzten Parallellinien in Fig. 12, 13, 14, 16, 20 u. a.

§ 16. Sobald wir also 2 verkürzte Parallellinien dieser Regel gemäss gezeichnet haben, so ist damit auch die perspektivische Richtung aller weiteren mit ihnen parallelen Linien gegeben: man verlängert die zuerst gezeichneten bis zu dem Punkte, in welchem sie zusammentreffen und zieht nach diesem die übrigen.

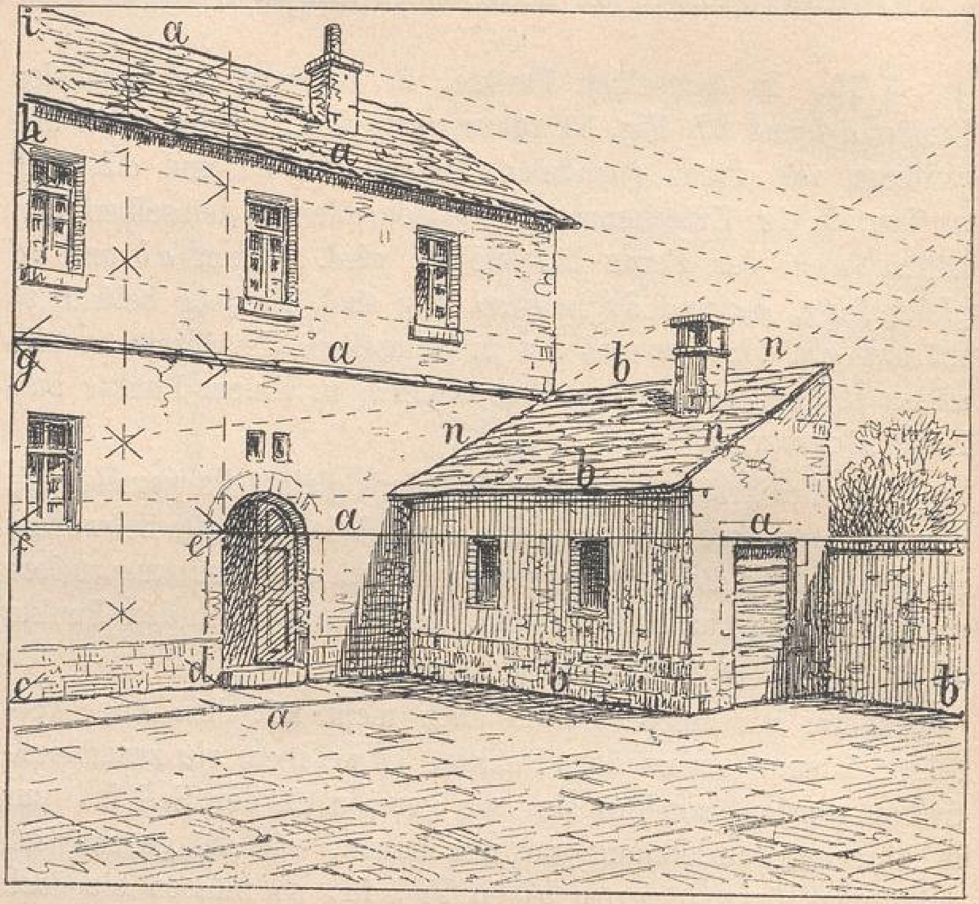



**Fig. 11.**

Liegt ein Fluchtpunkt ausserhalb der Zeichnung, wie die Fluchtpunkte der Linien *a a*, *b b*, *n n* in Fig. 11, so giebt es verschiedene Auskunftsmittel, von welchen die einfachsten und zweckmässigsten in § 18 und 19 angeführt sind. Nach Umständen kann auch mittels eines an den Rand der Zeichnung angefügten Papierstreifens der Fluchtpunkt zugänglich gemacht werden, oder wird es bei einiger Übung genügen, die betreffenden Linien, wie in Fig. 11, so weit zu verlängern, als der Raum gestattet, da sich, je länger sie sind, desto deutlicher beurteilen lässt, ob sie die erforderliche Richtung nach einem gemeinschaftlichen Fluchtpunkte haben.

## Verkürzte wagrechte Linien.

§ 17. Wenn wir am Ende eines Zimmers stehend Decke und Fussboden desselben betrachten, so scheint die erstere nach dem jenseitigen Ende des Zimmers hin zu fallen, der Boden scheint nach dorthin anzusteigen. Ebenso scheinen alle wagrechten Flächen, welche höher liegen, als unser Auge, nach der Ferne hin zu fallen, tiefer liegende scheinen zu steigen.

Halten wir aber eine Fläche, z. B. ein dünnes Brett, ein Stück Pappe oder dgl. wagrecht in gleicher Höhe mit unserem Auge vor uns, so sehen wir weder die untere noch die obere Seite dieser Fläche: wir sehen sie nur als eine wagrechte Linie, welche, da der Horizont gleichfalls eine in der Höhe des Auges liegende wagrechte Linie ist, mit diesem zusammenfällt, vgl. Fig. 12.

Alle wagrechten Flächen scheinen sich also nach dem Horizont hin zu neigen.

Denn alle wagrechten Flächen sind parallel und sind verkürzt. Daher scheint der Abstand zwischen mehreren wagrechten Flächen, z. B. zwischen Decke und Fussboden, nach der Ferne hin immer kleiner zu werden, sie scheinen einander näher zu rücken, ebenso wie verkürzte Parallellinien. Wie diese nach Einem Punkte, so scheinen alle wagrechten Flächen nach Einer wagrechten Linie hin zu streben, und diese Linie kann nach dem Gesagten nur der Horizont sein.

Dasselbe gilt für die verkürzten wagrechten Linien, da jede wagrechte Linie als in einer wagrechten Fläche liegend gedacht werden kann.

Folglich scheinen verkürzte wagrechte Linien, welche tiefer liegen als unser Auge, d. h. unterhalb des Horizonts, nach der Ferne hin (von ihrem näheren nach ihrem entfernteren Endpunkte hin) zu steigen; über dem Horizont liegende müssen nach dorthin fallen; wagrechte Linien aber, welche mit dem Auge in gleicher Höh'e (im Horizont) liegen, bleiben wagrecht,

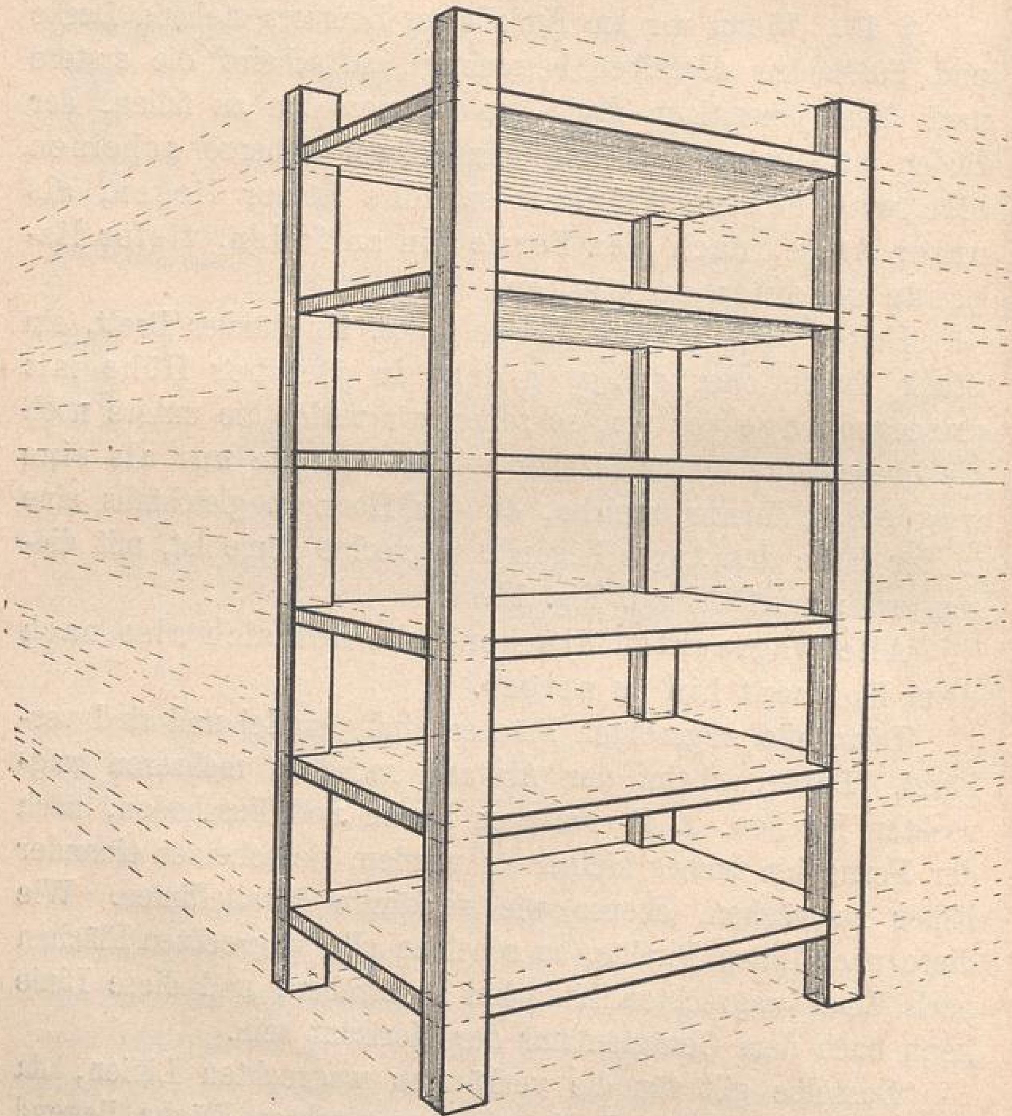


**Fig. 12.**

auch wenn sie verkürzt sind. Jede verkürzte wagrechte Linie muss demnach so gezeichnet sein, dass sie, von ihrem entfernteren Ende aus verlängert,*) in irgend einem Punkte den Horizont trifft. Dieser Punkt ist zugleich der Fluchtpunkt aller mit ihr parallelen Linien.

Mit andern Worten: Die Fluchtpunkte aller verkürzten wagrechten Linien liegen im Horizont.

Haben wir also wagrechte Parallellinien in verkürzter Stellung zu zeichnen, so ist, sobald die perspektivische Richtung für eine derselben bestimmt ist, auch die Richtung der übrigen gegeben: man verlängert die erstere bis zum Horizont und zieht die andern nach dem Punkte, in welchem sie ihn trifft. Vergleiche ausser Fig. 12 die wagrechten Linien in Fig. 14, 16, 17, 19, 20 u. a.

## Wagrechte Parallellinien mit unzugänglichem Fluchtpunkt.

§ 18. Da verkürzte wagrechte Linien, welche in gleicher Höhe mit dem Auge und mit der Horizontlinie liegen, wagrecht bleiben, d. h. mit der Horizontlinie zusammenfallen (§ 17), so kann mit jeder verkürzten Wagrechten ein senkrecht stehendes Rechteck gebildet werden, indem man sie durch zwei Senkrechte mit dem Horizont verbindet.

Wenn z. B. in Fig. 13 $AB$ und $AC$ gegeben sind und der Horizont in der Höhe von $H$ liegt, so sind $AHfB$ und $AHhC$ Rechtecke; $Hf$ und $AB$, $Hh$ und $AC$ sind perspektivisch parallel.

Sollen nun beispielsweise von $e$ aus zwei weitere mit $AB$ und $AC$ parallele, d. h. nach demselben Fluchtpunkte gehende Linien gezeichnet werden, so zieht man zunächst die Diago-

*) Unter Verlängerung einer Linie ist stets eine Fortsetzung derselben in der gleichen Richtung zu verstehen.

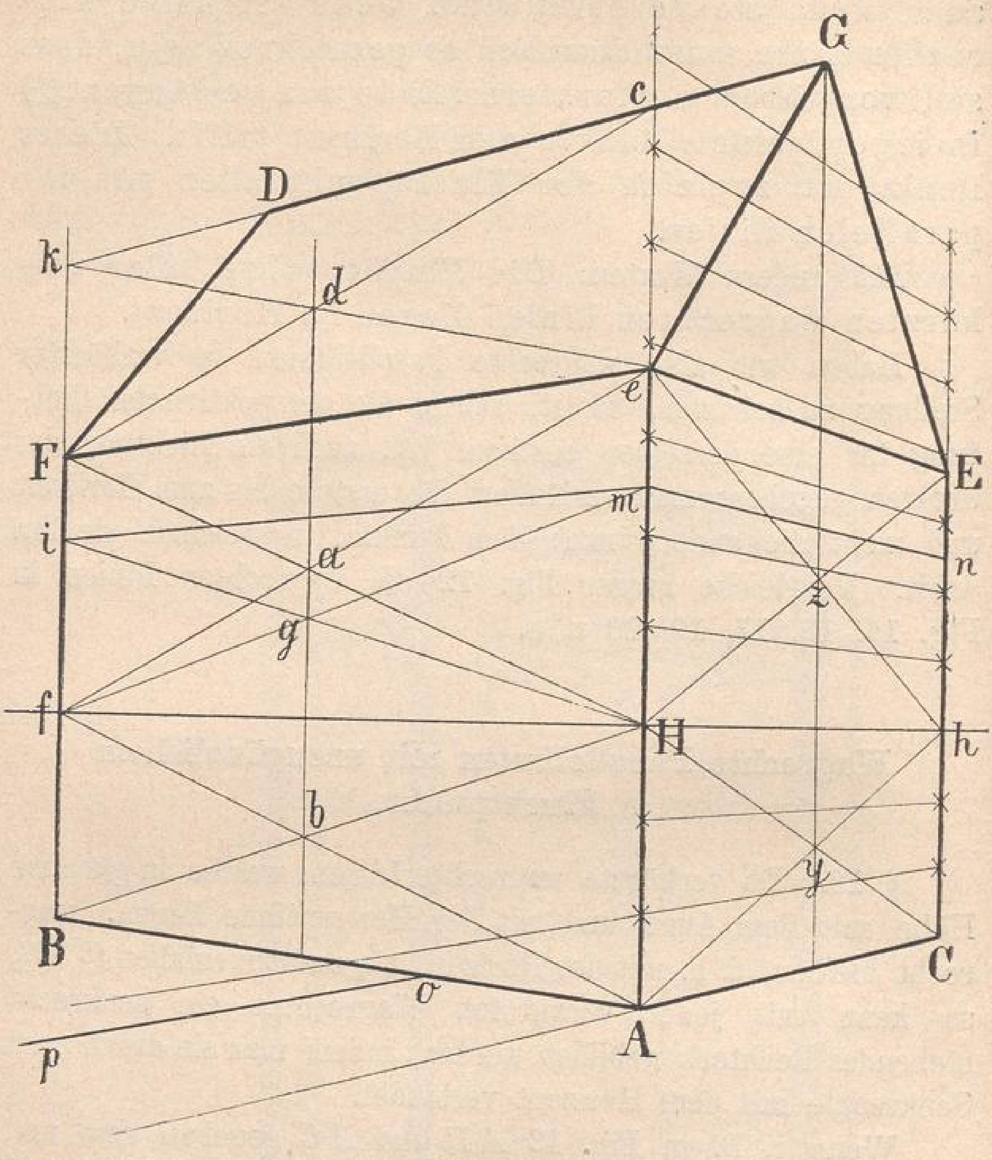



Fig. 13.

nalen $HB$ und $Af$, $HC$ und $Ah$, welche sich in $b$ und $y$ schneiden. Die durch $b$ und $y$ gehenden Senkrechten sind demnach die perspektivischen Mittellinien der beiden Rechtecke $AHfB$ und $AHhC$. Zieht man hierauf die Linien $ef$ und $eh$, welche die verlängerten Mittellinien in $a$ und $z$ schneiden, und zwei weitere Linien von $H$ durch $a$ und $z$, so ergeben sich auf den senkrechten Ecklinien die Punkte $F$ und $E$ und sind $eF$ und $eE$ perspektivisch parallel mit $AB$ und $AC$.

Ebenso können von $m$ und von $c$ aus Linien parallel mit $AB$ gezeichnet werden mittels der Diagonalen $mf$ und $cF$ und der von $H$ durch $g$ nach $i$, von $e$ durch $d$ nach $k$ gezogenen Linien.

§ 19. Handelt es sich um eine grössere Anzahl von verkürzten Parallellinien mit unzugänglichem Fluchtpunkt, so ist das folgende Verfahren vorzuziehen.

Man verbindet wie oben die zuerst gezeichnete Linie durch zwei Senkrechte mit dem Horizont und teilt sodann jede dieser beiden in dieselbe Zahl von gleich grossen Teilen, wie in Fig. 13 $AH$ und $Ch$ je in 3 gleiche Teile geteilt sind. Indem diese Teilung auf beiden Senkrechten soweit erforderlich fortgesetzt wird, erhält man durch Verbindung der Teilpunkte, wie Fig. 13 zeigt, eine Anzahl von perspektivisch parallelen Linien, mit deren Hilfe es leicht ist, weitere Parallellinien, z. B. $mn$ oder $eE$ zu zeichnen.

Um auf diese Weise von $o$ nach links eine mit $AC$ parallele Linie zu zeichnen, kann man $AC$ und die nächste Teilungslinie nach dorthin verlängern und so die Richtung $op$ bestimmen.

Natürlich wird die Genauigkeit eine desto grössere sein, je kleiner die einzelnen Teile sind; vgl. auch Fig. 51.

## Nähere Bestimmung der Fluchtpunkte wagrechter Linien.

§ 20. Aus dem Bisherigen wissen wir, dass der Fluchtpunkt einer verkürzten Wagrechten im Horizont liegt und dass der Punkt, in welchem sie den Horizont trifft, zugleich der Fluchtpunkt aller mit ihr parallelen Linien ist. Es frägt sich nun, an welcher Stelle des Horizonts im einzelnen

Falle dieser Fluchtpunkt liegen, mit anderen Worten, in welchem Grade sie nach dem Horizont hin steigen oder fallen muss.

Eine genaue Berechnung der verschiedenen Fluchtpunkte ist jedoch in den meisten Fällen nicht notwendig und nicht ausführbar.

Man vergleiche die perspektivische Richtung der Linie, welche man zeichnen will, mit einer unverkürzten Wagrechten, z. B. wenn in Fig. 14 die Linie *ab* zu zeichnen wäre, diese mit der unverkürzten Wagrechten *AB*. Wo die Gelegenheit zu solcher Vergleichung mit einer naheliegenden Linie nicht geboten ist, halte man den Rand des Zeichenblattes, ein Lineal oder dgl. in der Richtung einer unverkürzten Wagrechten so zwischen Auge und Gegenstand, dass ein Endpunkt der verkürzten Linie davon durchschnitten wird, wie in Fig. 18 der Punkt *a* von der Linie *ef*, und vergleiche diese beiden.

Dabei ist zu beachten, dass mit der perspektivischen Richtung einer Linie auch ihr perspektivisches Grössenverhältnis zusammenhängt. Es kann leicht geschehen, dass die perspektivische Richtung verkürzter Linien nur deshalb eine falsche Wirkung macht, weil ihr Grössenverhältnis verfehlt ist und zwar geschieht dies gewöhnlich in der Weise, dass die Verkürzung nicht genügend berücksichtigt und die betreffende Linie zu lang gezeichnet wird.

Ist der Fluchtpunkt einer Linie zugleich bestimmend für die Richtung anderer, z. B. paralleler Linien, so kann allerdings schon eine geringe Verschiebung seiner Lage eine wesentlich veränderte Form zur Folge haben. Zeichnen wir z. B. in Fig. 14 *af* statt *ad*, so erhalten wir als Richtung einer von *b* ausgehenden Parallellinie *be* statt *bc*. Eben hiedurch macht sich aber ein erheblicher Irrtum in solchen Fällen bald bemerklich und ist die Verbesserung nahe gelegt.

## Rechtwinklige wagrechte Linien.

§ 21. Nur wenn wagrechte Linien geometrisch rechtwinklig zu einander stehen, ist ein genaueres Verfahren notwendig (vgl. § 3).

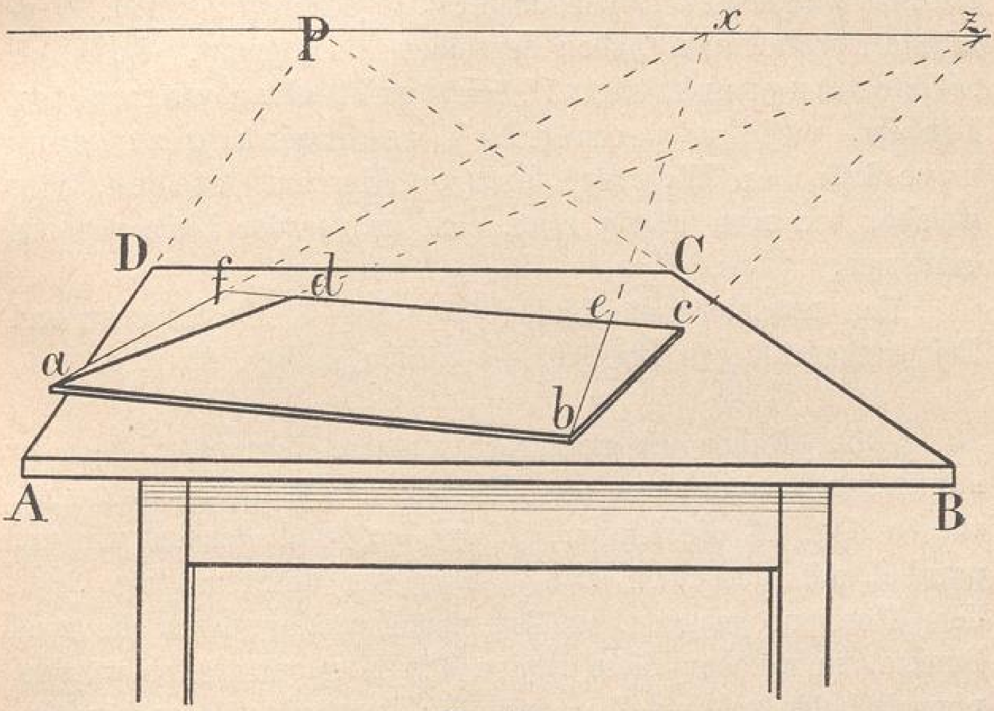



Fig. 14.

Man unterscheidet die gerade Ansicht eines rechten Winkels, Quadrats oder Rechtecks, d. i., wenn nur eine der beiden Linien, welche den rechten Winkel bilden, verkürzt, die andere aber unverkürzt ist, wie *AB* und *BC* oder *AD* und *DC* in Fig. 14, und die schräge Ansicht, d. i. wenn beide Schenkel des rechten Winkels verkürzt sind, wie *ab* und *bc* oder *ad* und *dc*.

In § 6 Fig. 4 und 5 wurde gezeigt, dass eine vom Auge nach dem Augpunkte gezogene Linie einen rechten Winkel zum Horizont bilden würde, mit andern Worten: wenn wir uns eine Linie von unserem Auge nach dem Horizont gezogen denken, so, dass sie rechtwinklig zu diesem steht, so trifft sie den Augpunkt, der Augpunkt ist ihr Fluchtpunkt.

Steht nun eine verkürzte wagrechte Linie geometrisch rechtwinklig zu einer unverkürzten Wagrechten, wie in Fig. 14 $AD$ und $BC$ zu $DC$, so steht sie auch zum Horizont in einem rechten Winkel, denn der Horizont ist parallel mit den unverkürzten wagrechten Linien unseres Gegenstandes (§ 12). Verkürzte Parallellinien haben denselben Fluchtpunkt. *Folglich ist der Augpunkt der Fluchtpunkt aller wagrechten Linien, welche geometrisch rechtwinklig zu einer unverkürzten Wagrechten* (zum Horizont) *stehen*, oder welche, wie man häufig sagt, sich in gerader Linie von uns entfernen.

Man vergleiche die Linien $ff$ in Fig. 3, die Schienen und Telegrafendrähte in Fig. 10, die Stufen in Fig. 43 u. a.

§ 22. Haben wir zwei rechtwinklige wagrechte Linien in *schräger Ansicht* vor uns, also so, dass beide verkürzt sind, wie in Fig. 14 die Linien $ab$ und $bc$, und denken wir uns parallel mit denselben zwei Linien von unserem Auge nach dem Horizont gezogen, so ist zunächst klar, dass die zwei Punkte, in welchen diese Linien den Horizont treffen würden, niemals beide auf derselben Seite des Augpunkts liegen könnten, dass vielmehr die eine rechts, die andere links vom Augpunkt den Horizont treffen würde; *folglich müssen die beiden Fluchtpunkte eines rechten Winkels in schräger Ansicht immer zu beiden Seiten des Augpunkts liegen.*

*Im übrigen ist hauptsächlich darauf zu achten, dass sie nicht zu nahe beisammen liegen.*

In Fig. 15 sind von $D$ aus in verschiedener Richtung je zwei rechtwinklig zu einander stehende Linien nach $bc$ gezogen, nämlich $Dg$ und $Dp$, $Dc$ und $Dd$, $Da$ und $Db$. Hiebei zeigt sich, dass der Abstand der beiden Punkte, in welchen die verschiedenen Linienpaare die Linie $bc$ treffen, nie geringer sein kann, als die Entfernung zwischen den gleichweit von $P$ liegenden Punkten $g$ und $p$. Je ungleicher die Stellung der beiden Linien zu $b\,c$ und je ungleicher demzufolge die Entfernung der beiden Punkte von $P$, desto grösser ist ihre Entfernung von einander: $c\,d$ ist grösser als $p\,g$, $a\,b$ grösser als $c\,d$.

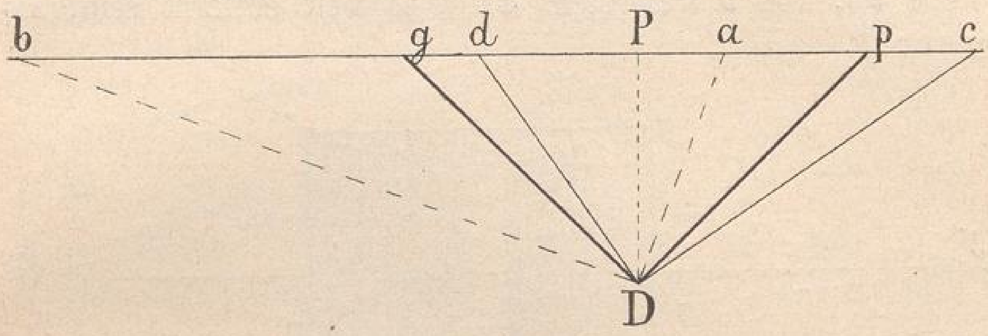



**Fig. 15.**

Betrachten wir $D$ als unser Auge, $P$ als Augpunkt, so sind $g$ und $p$ Distanzpunkte, indem $P\,g$ und $P\,p$ je $= D\,P$ ist (vgl. § 9); $g\,p$ ist $= 2$mal $D\,P$, d. h. gleich der doppelten Distanz.

Folglich müssen die beiden Fluchtpunkte eines rechten Winkels in schräger Ansicht mindestens so weit von einander entfernt sein, dass der zwischen ihnen liegende Teil des Horizonts doppelt so gross ist, als die vom Zeichner angenommene Distanz.

Das geringste Mass der Distanz ist in § 9 angegeben. Demnach muss der Abstand jener beiden Fluchtpunkte von einander wenigstens 4mal so gross sein, als eine Linie vom Augpunkt nach dem von ihm entferntesten Punkte des Bildes.

Ein kleinerer Abstand der Fluchtpunkte von einander würde den Eindruck hervorbringen, dass der Zeichner seinen Gegenstand aus zu grosser Nähe gezeichnet hätte; die betreffenden Linien würden infolge dessen nicht mehr als rechtwinklige erscheinen. Dagegen kann der Abstand beliebig grösser sein, ebenso wie die Entfernung des Standpunkts beliebig ist, vorausgesetzt, dass sie nicht zu klein sei.

§ 23. Wenn z. B. in Fig. 16 $defg$ der Umfang unseres Bildes, $P$ unser Augpunkt und $z$ Fluchtpunkt der Linie $ac$ ist, so muss $y$, der Fluchtpunkt der rechtwinklig zu $ac$ stehenden Linie $bc$, von $z$ wenigstens 4 mal so weit entfernt sein, als $g$ von $P$.

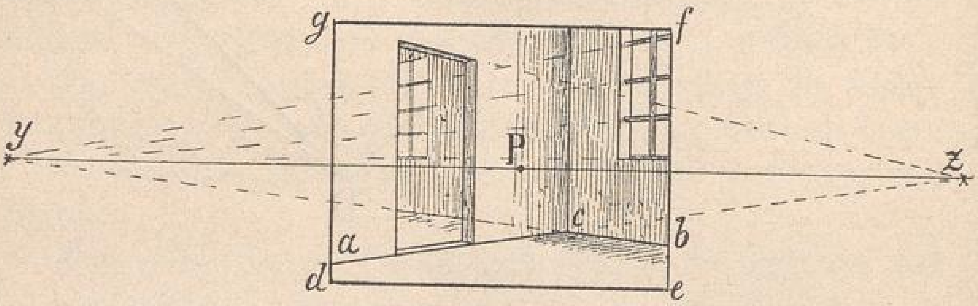



**Fig. 16.**

In Fig. 17 ist die Entfernung der beiden Fluchtpunkte von einander = 4 mal $Pf$; daher wirken alle Winkel, welche innerhalb der Kreislinie $ff$ liegen, als rechte Winkel, aber die Winkel bei $m$, $n$ und $o$ können nicht mehr als rechte angesehen werden. Soll der Umfang des Bildes sich bis zu diesen Stellen erstrecken, so müsste der Abstand der beiden Fluchtpunkte von einander wenigstens = 4 mal $Pm$ sein.

Wenn die Entfernung des Standpunkts eine grosse ist oder die beiden Linien eine sehr ungleiche Stellung haben, so dass die eine wenig, die andere sehr stark verkürzt ist, so genügt das oben angegebene Mass des Abstandes beider Fluchtpunkte nicht; derselbe muss in diesem Falle 5- bis 6 mal so gross sein, als eine Linie vom Augpunkt bis zu dem von ihm entferntesten Punkte des Bildes, (vgl. in Fig. 15 $p$—$g$ und $a$—$b$).

Um sich zu überzeugen, dass die beiden Fluchtpunkte genügenden Abstand haben, kann man sich eines Fadens oder Papierstreifens bedienen.

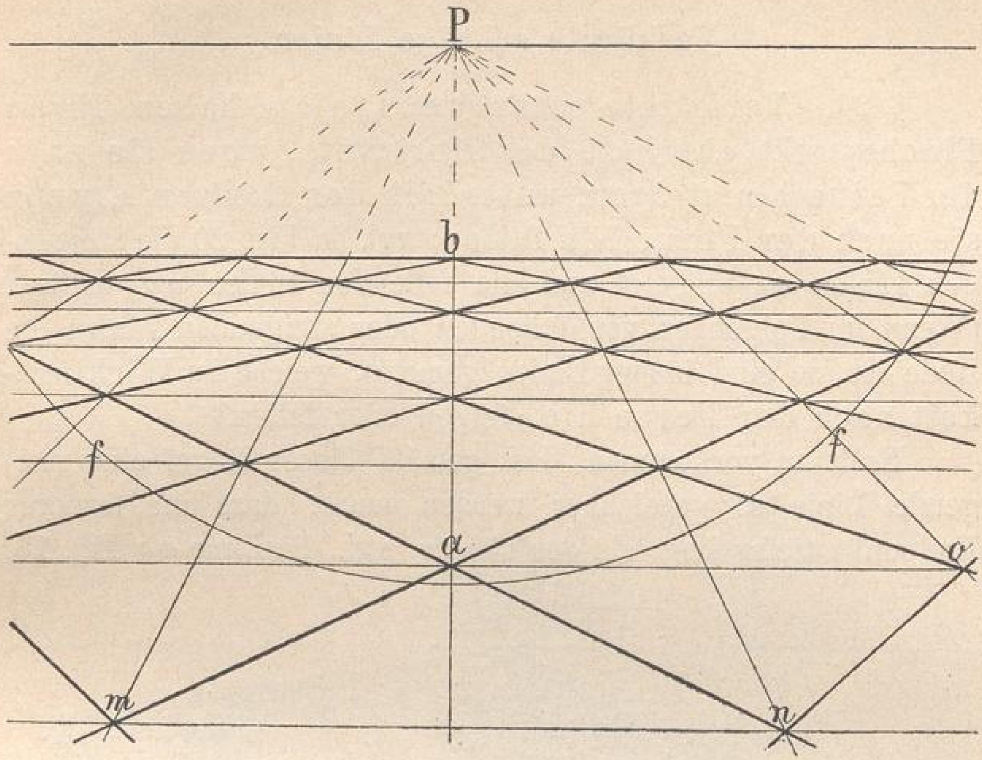



Fig. 17.

Eine genauere Berechnung ist in § 48 und 49 angegeben. Doch ist sie für gewöhnlich nicht notwendig. Abgesehen davon, dass eine zu klein angenommene Distanz sich durch unrichtige Wirkung einzelner Teile bemerkbar zu machen pflegt, ist die Grösse der für eine Zeichnung angenommenen Distanz aus ihren Linien kaum annähernd zu ersehen. Es ist daher überall, wo die Entfernung des Standpunkts von wesentlichem Einfluss ist auf die perspektivische Richtung oder Grösse einer Linie, dem Zeichner eine gewisse Freiheit gestattet, vorausgesetzt, dass er den erwähnten Fehler vermeidet.

## Verkürzte schräge Linien.

§ 24. Verkürzte schräge Linien haben ihren Fluchtpunkt oberhalb des Horizonts, wenn sie nach der Ferne hin steigen, unterhalb des Horizonts, wenn sie nach der Ferne hin fallen; vgl. in Fig. 20 die steigenden Linien *ac* und *ed* und die fallenden Linien *ag* und *eh*. (Wenn im Folgenden von fallenden oder steigenden Linien die Rede ist, so sind immer Linien gemeint, welche in Wirklichkeit nach der Ferne hin steigen oder fallen.)

Es kann vorkommen, dass gemäss dieser Regel eine steigende Linie so gezeichnet werden muss, dass ihr fernerer Endpunkt tiefer liegt als der nähere, vgl. die Linie *ac* Fig. 18.

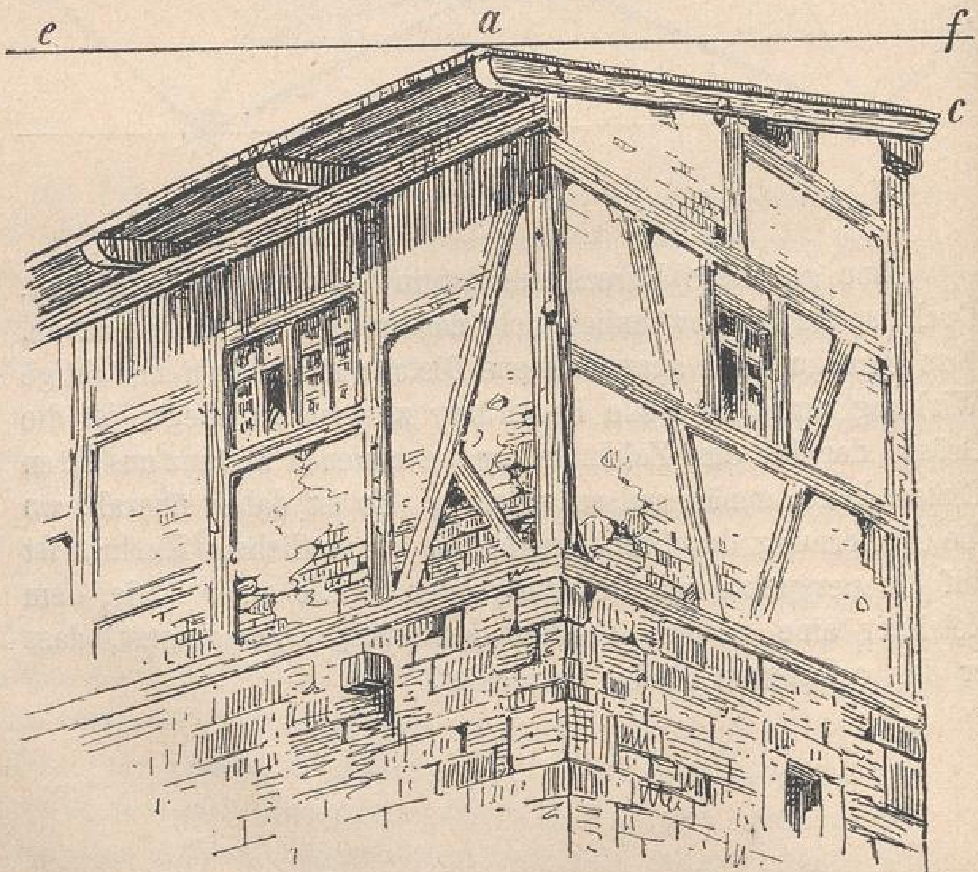



Fig. 18.

Häufiger ist der umgekehrte Fall, dass Linien, welche in Wirklichkeit nach der Ferne hin fallen, perspektivisch nach dorthin steigen, wie *ab* und *cd* Fig. 19.

In beiden Fällen ist ratsam, durch Hervorheben von geometrisch wagrechten Linien der nächsten Umgebung dafür zu sorgen, dass die Wirkung eine deutliche werde. In Fig. 18 tragen z. B. die wagrechten Balken der rechten Seite, in

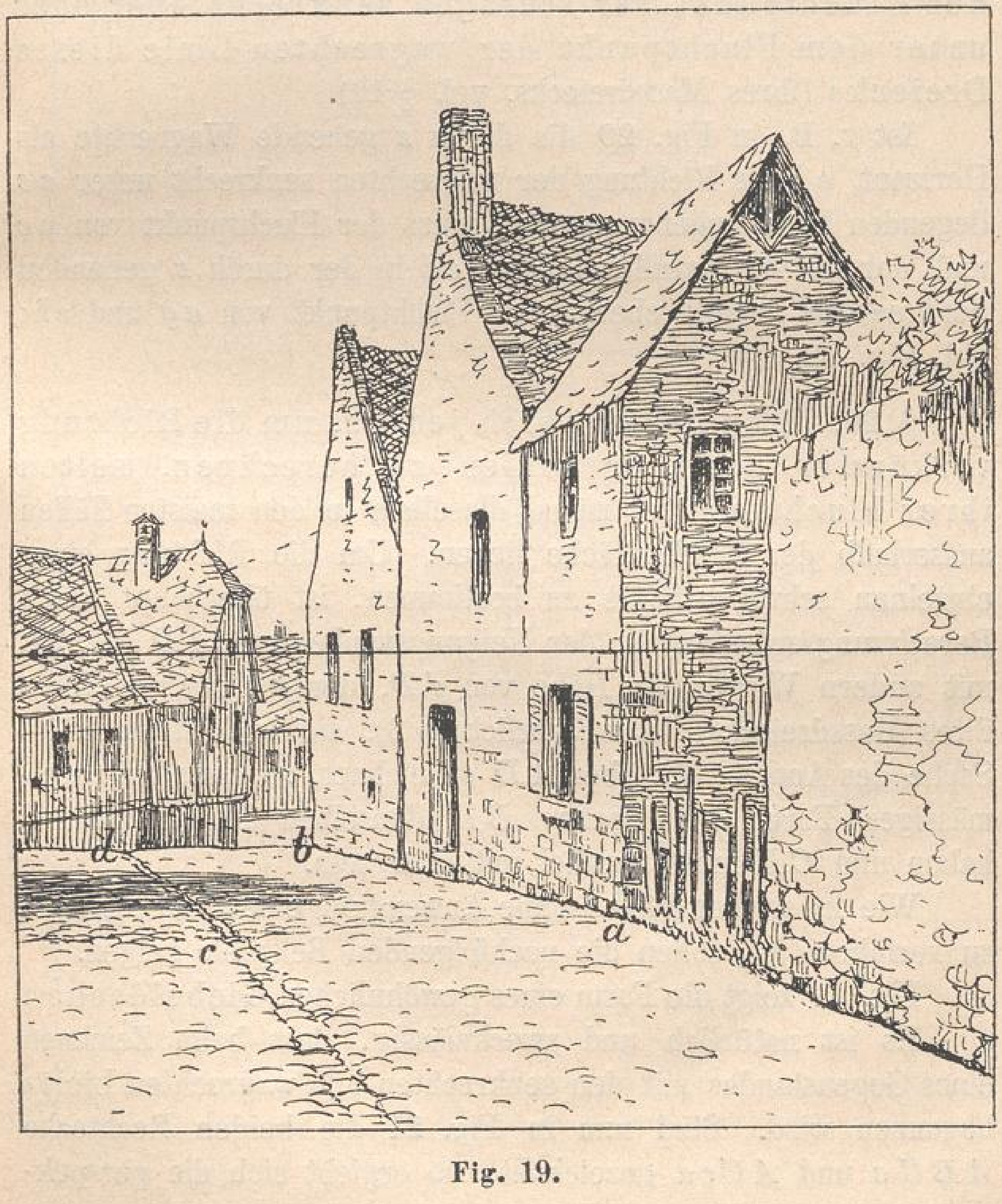



**Fig. 19.**

Fig. 19 die wagrechten Fugen der anstossenden Mauer wesentlich dazu bei, dem Beschauer klar zu machen, dass dort $ac$ eine in Wirklichkeit von $a$ nach $c$ steigende, hier $ab$ eine nach $b$ hin fallende Linie ist.

§ 25. Verbindet man eine verkürzte schräge Linie mit einer Senkrechten und einer Wagrechten zu einem Dreieck, wie $ac$ Fig. 20 mit $ab$ und $bc$, so liegt der Fluchtpunkt der schrägen senkrecht über oder unter dem Fluchtpunkt der wagrechten Linie dieses Dreiecks (ihres Massdreiecks, vgl. § 12).

Ist z. B. in Fig. 20 die durch $z$ gehende Wagrechte als Horizont, $ab$ als Richtung der wagrechten senkrecht unter $ac$ liegenden Linie angenommen, so muss der Fluchtpunkt von $ac$ und der mit $ac$ parallelen Linie $ed$ in der durch $z$ gehenden Senkrechten liegen; ebenso der Fluchtpunkt von $ag$ und $eh$; vgl. Fig. 19.

§ 26. Man bedient sich jedoch, um die Richtung verkürzter schräger Linien zu berechnen, selten ihrer Fluchtpunkte, zumal dieselben in den meisten Fällen ausserhalb der Zeichenfläche liegen. Um die Richtung einer einzelnen schrägen Linie zu bestimmen, ist überhaupt keine Berechnung erforderlich: der Neigungswinkel von $AD$ Fig. 21, mit andern Worten die Höhe von $dD$, der senkrechten Linie ihres Massdreiecks, ist willkürlich (§ 3), sie zu bestimmen ist Sache des Auges. Ist aber $AD$ gezeichnet, so muss bei regelmässiger Form des Daches $BD$ denselben Neigungswinkel haben und $CE$ muss parallel mit $AD$ sein.

Wie in solchen Fällen ohne Anwendung eines Fluchtpunkts zu verfahren ist, sollen die nachfolgenden Beispiele zeigen.

Fig. 21 zeigt die Form eines gewöhnlichen Giebeldaches.

Es ist natürlich und zweckmässig, dass beim Zeichnen eines Gegenstandes mit den senkrechten und wagrechten Linien begonnen wird. Sind nun in Fig. 21 die beiden Rechtecke $ABGa$ und $ACca$ gezeichnet, so ergiebt sich die perspek-

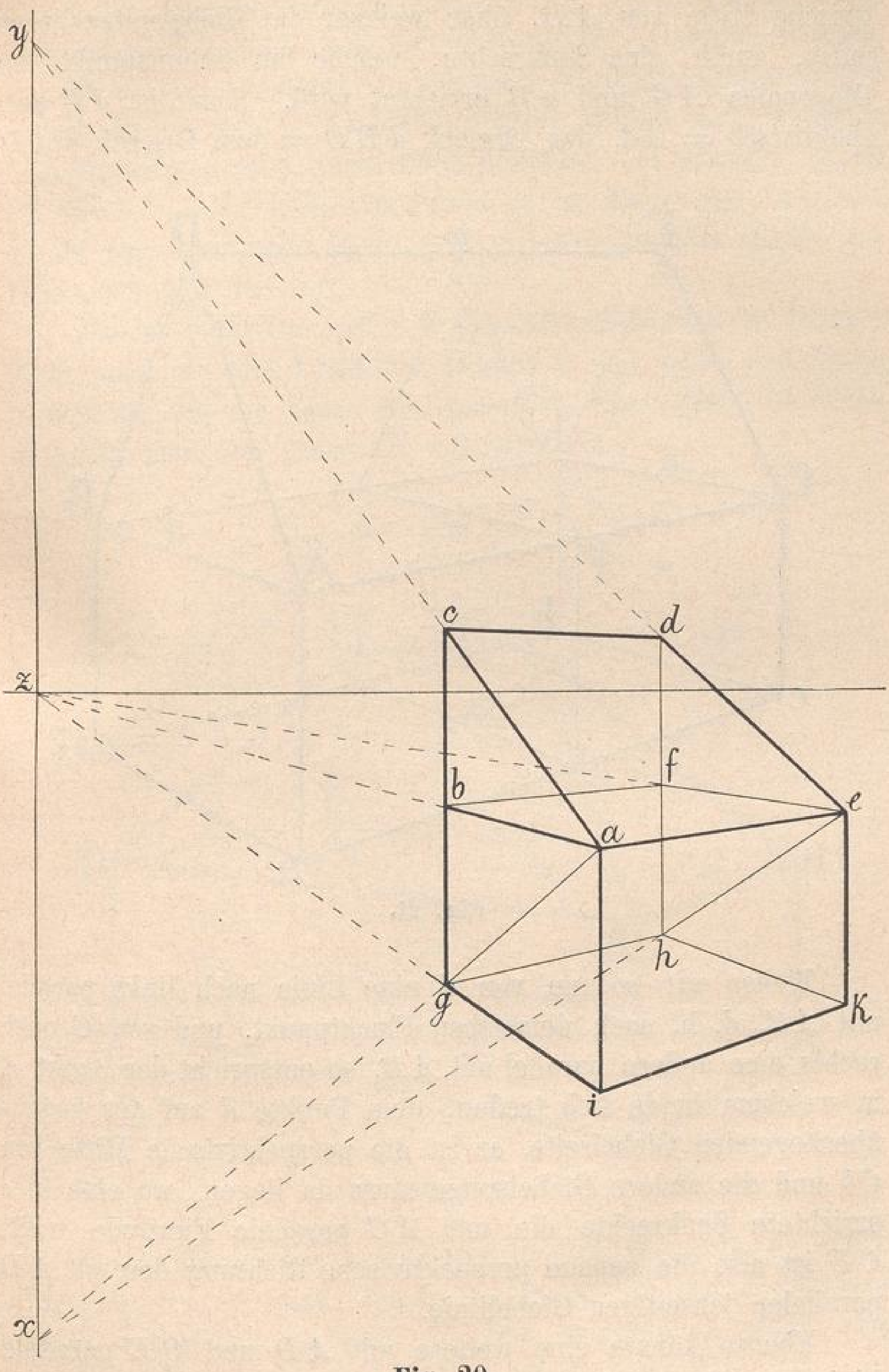



Fig. 20.

tivische Mitte von $AB$, über welcher die Giebelspitze liegen muss, durch eine Senkrechte, welche im Schnittpunkt der Diagonalen $AG$ und $aB$ errichtet wird. Somit ist $dB$ perspektivisch $= Ad$, das Dreieck $dBD =$ dem Dreieck $dAD$.

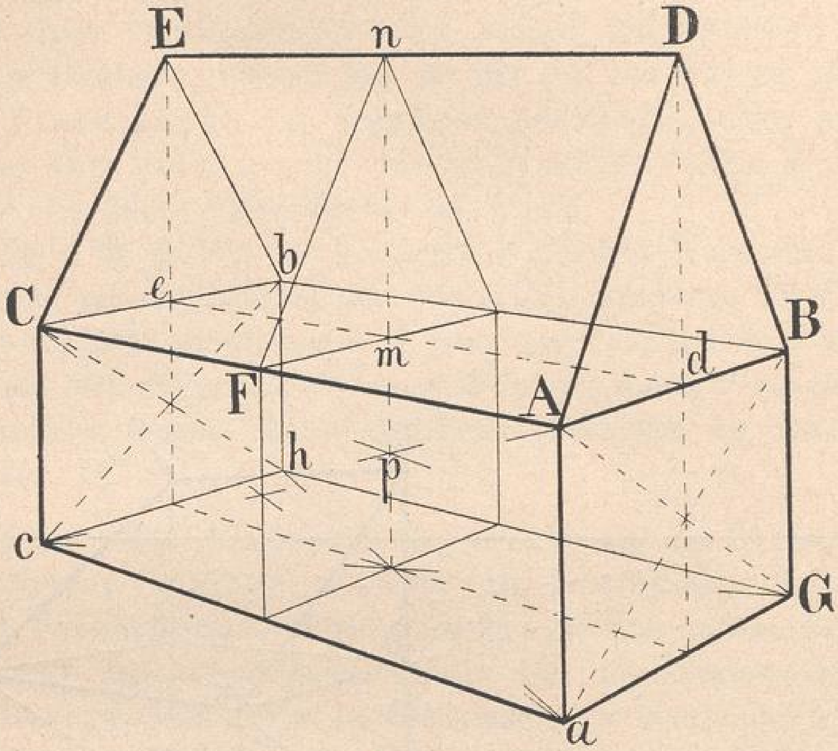



**Fig. 21.**

Ziehen wir sodann von $d$ eine Linie nach links parallel mit $AC$, d. h. nach demselben Fluchtpunkt, und von $C$ nach rechts eine andere parallel mit $AB$, so entspricht der Punkt $e$, in welchem beide sich treffen, dem Punkte $d$ auf der gegenüberliegenden Giebelseite, er ist die perspektivische Mitte von $Cb$ und die andere Giebelspitze muss da liegen, wo eine in $e$ errichtete Senkrechte die mit $AC$ parallele Firstlinie trifft. $CE$ ist also die genaue perspektivische Richtung der mit $AD$ parallelen jenseitigen Giebellinie.

Ebenso könnte eine weitere mit $AD$ und $CE$ parallele Linie von $F$ aus mittels $Fm$ und $mn$ gezeichnet werden.

§ 27. Die Richtung der mit $AD$ Fig. 21, parallelen Linien $Fn$ und $CE$ könnte auch auf folgende Art berechnet werden.

Wenn wir zwischen den diagonal entgegengesetzten Ecken $c$ und $B$, $G$ und $C$ Verbindungslinien ziehen und in ihrem Schnittpunkte $p$ eine Senkrechte errichten, so erhalten wir $m$ als Mitte von $de$ und den Punkt $n$ als Mitte der Firstlinie. $F$ als perspektivische Mitte von $AC$ ergiebt sich mittels der Diagonalen $Ac$ und $aC$.

$Fn$ ist somit die mit $AD$ parallele Mittellinie des Daches. Zieht man nun eine Linie von $D$ nach $C$ und durch den Punkt, in welchem sie die Linie $Fn$ schneidet, eine Linie von $A$ aus, so erhält man den Punkt $E$, vgl. Fig. 24.

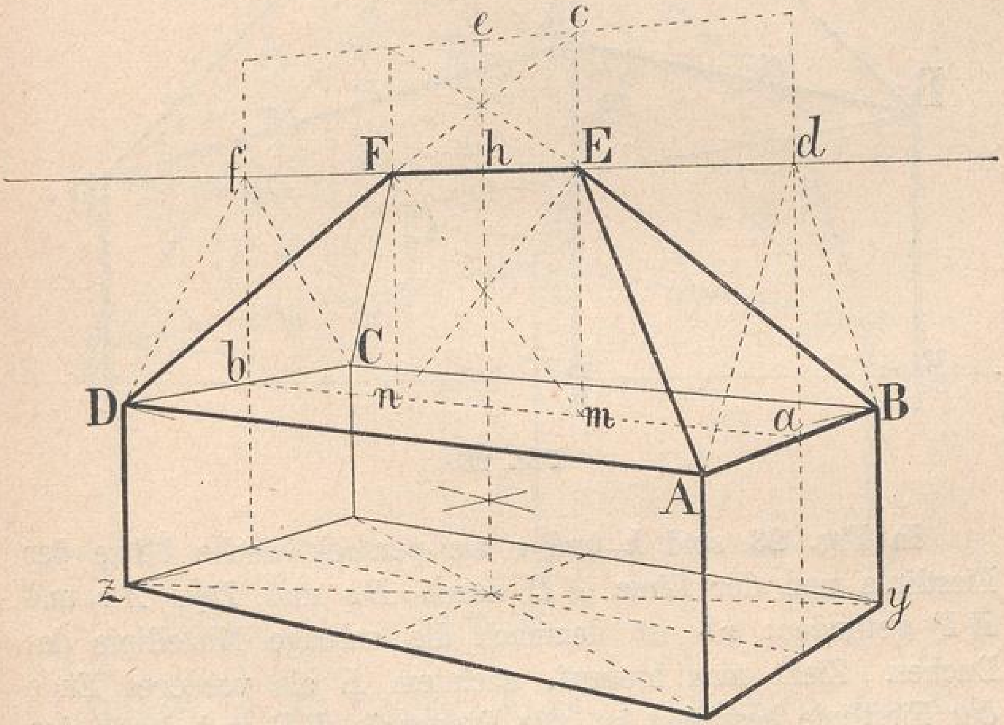



**Fig. 22.**

§ 28. Bei der Form eines sogenannten Walmdachs, welche Fig. 22 und 23 zeigt, liegen die Punkte $E$ und $F$ senkrecht über $m$ und $n$; $ma$ und $nb$ sind geometrisch gleich lang, ebenso $Eh$ und $hF$ und in Fig. 22 $Ed$ und $Ff$.

Beim Zeichnen eines solchen Daches in verkürzter Stellung erhält man durch die Diagonalen $Bz$ und $Dy$*) den Punkt $h$ als Mitte der Firstlinie (§ 27). Angenommen, dass $E$ zuerst bestimmt sei, so ist in Fig. 22 $Fh = Eh$ gemacht, indem über $Eh$ ein Rechteck $Ehec$ gebildet und von $c$ eine Linie durch die Mitte von $he$ gezogen wurde.

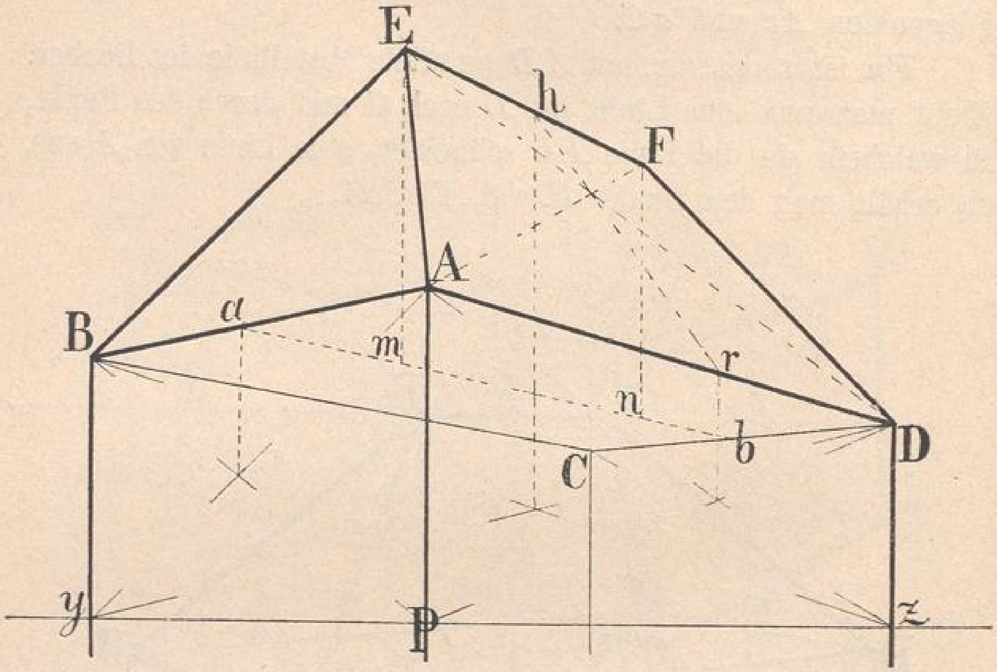



**Fig. 23.**

In Fig. 23 sind $h$ und $r$ als perspektivische Mitte der Firstlinie und der Linie $AD$ durch $Bz$ und $Dy$, $Az$ und $DP$ gefunden; $rh$ ist demnach die schräge Mittellinie des Daches. Zieht man hierauf, nachdem $E$ als vorderes Ende der Firstlinie bestimmt ist, die Diagonale $ED$ und durch den Punkt, in welchem sie die Linie $rh$ schneidet, eine Linie von $A$ aus, so ergiebt sich $F$ und ist $hF$ perspektivisch $= hE$.

*) Wenn in Fig. 23 und 24, 26 u. a. behufs Bestimmung der senkrechten Mittellinie eine unverkürzte Wagrechte benützt ist, wie $yz$ Fig. 23, $Bb$ Fig. 24, so kann dies selbstverständlich nur die Horizontlinie sein.

Für gewöhnlich wird man sich in solchen Fällen damit begnügen, die Mitte der Firstlinie zu bestimmen, und von den beiden Hälften derselben die ferner liegende kleiner zu zeichnen als die nähere.

§ 29. In Fig. 24 ist zuerst die einfache Dachform *A a g h C* gezeichnet (vgl. Fig. 21), hierauf *e c* und *e f* parallel mit *A C* und *A a*. Für die Lage der Punkte *D* und *d* gilt sodann das in § 28 Gesagte.

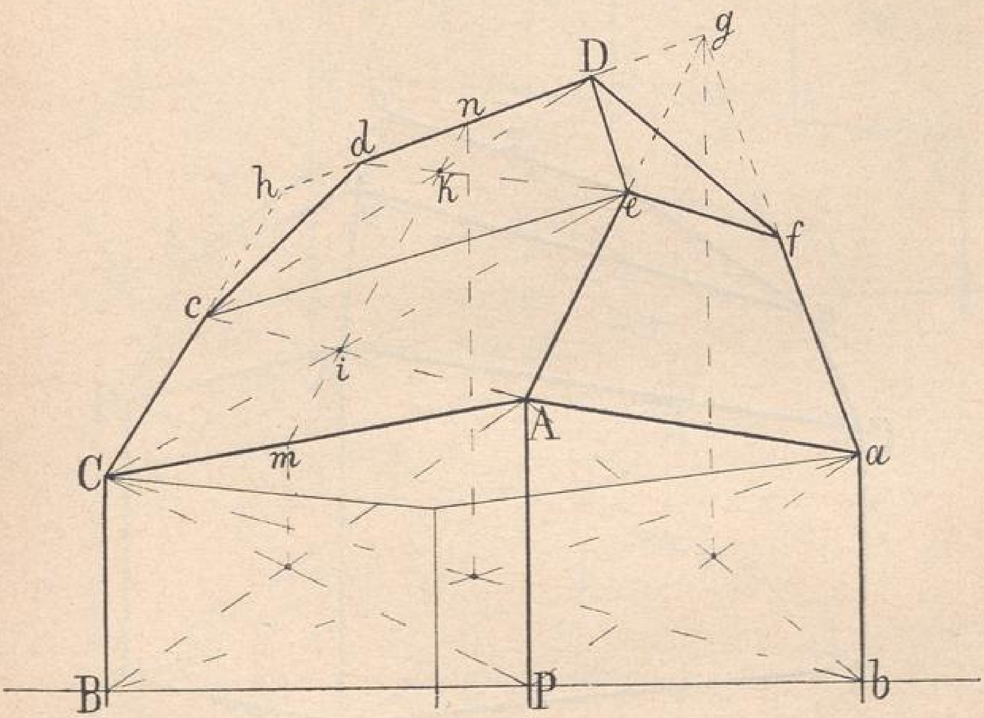



**Fig. 24.**

Fig. 25 ist ein Mansardendach. Die Form desselben unterscheidet sich von Fig. 24 dadurch, dass *A B b a* und derselbe Teil des Daches auf der gegenüberliegenden Seite gleichfalls schräge Flächen sind, jedoch weniger nach innen geneigt, als *a b d*.

Es sind zuerst *A k*, *B k*, *k i* und *C i* entsprechend Fig. 22 und 23 zu zeichnen, hierauf *a b* und *a g* parallel mit *A B* und

$AC$; das Übrige ergiebt sich gleichfalls aus Fig. 22 und 23. (Die schräge Mittellinie von $AagC$ geht von $f$, der Mitte von $AC$, nach der senkrecht über $z$ liegenden Mitte von $ik$.)

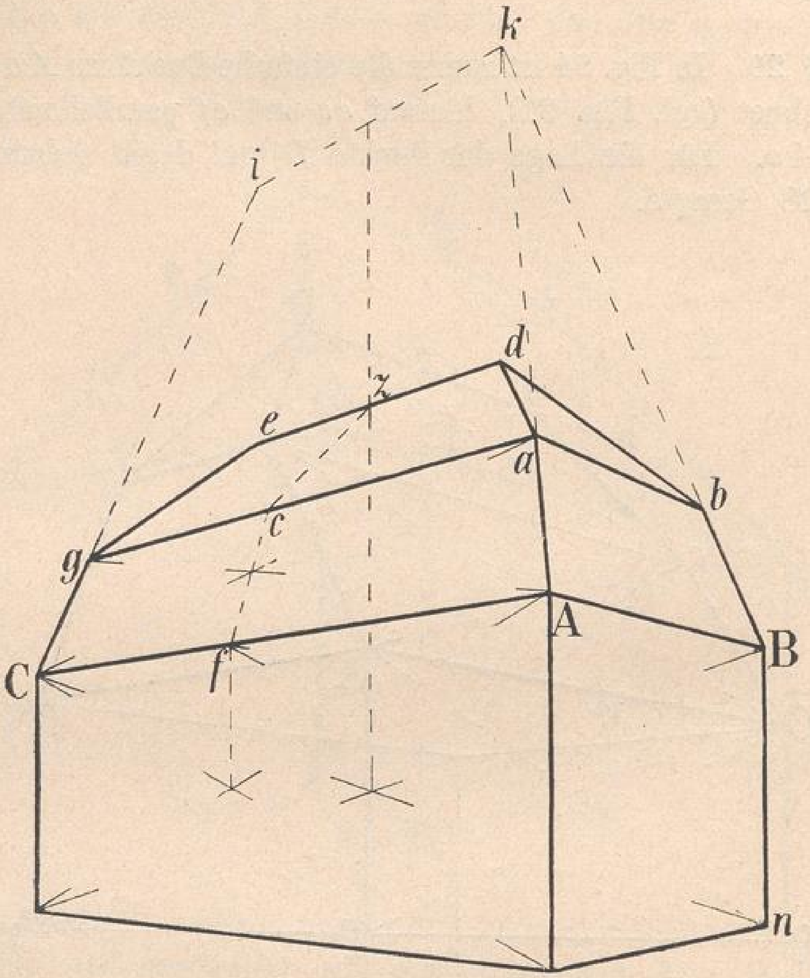



**Fig. 25.**

§ 30. Fig. 26 zeigt zwei häufige Formen von Dachfenstern. $my$, $nz$ und $df$ sind parallel mit $AD$, $yz$, $op$ und $mn$ mit $AC$; $ef$, $ik$ und $cb$ sind parallel mit $AB$.

Man achte auf die Lage der Punkte $k$ und $b$ und die Richtung der Linien $fk$ und $fb$: $k$ und $b$ liegen da, wo die mit $AD$ parallele Linie $ab$ ($a$ Mitte von $dh$) von den mit $AB$ parallelen Linien $ik$ und $cb$ geschnitten wird. Der Giebel

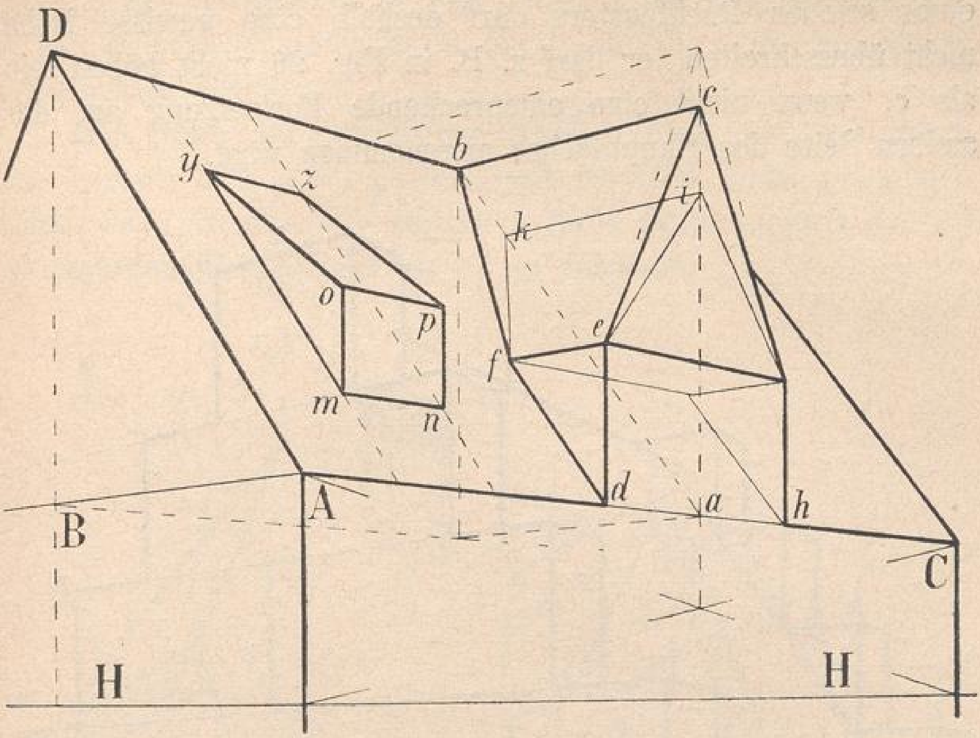



Fig. 26.

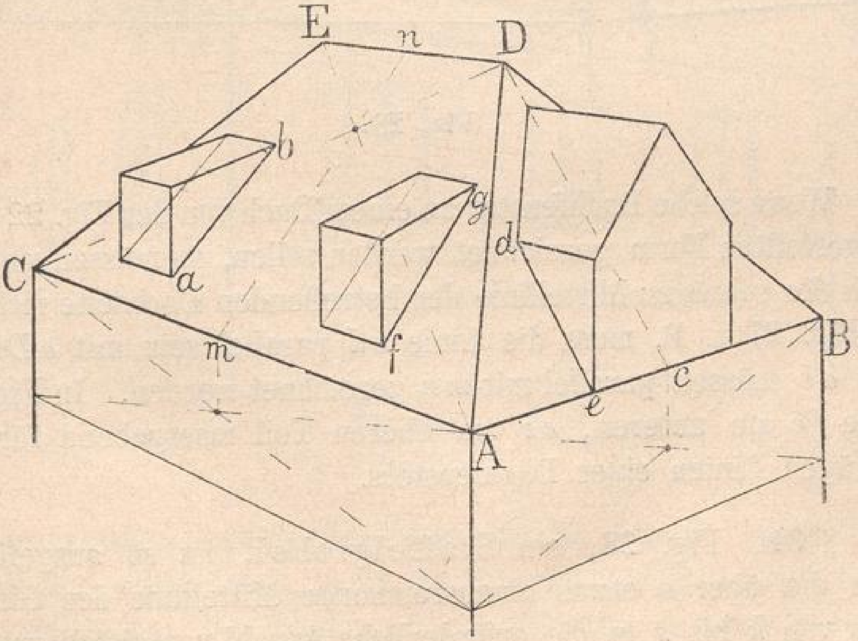



Fig. 27.

eines solchen Dachfensters darf deshalb eine gewisse Höhe nicht überschreiten, er darf z. B. in Fig. 26 nicht höher sein als *c*, wenn nicht eine entsprechende Fortsetzung auf der andern Seite des Hauptdaches angenommen wird.

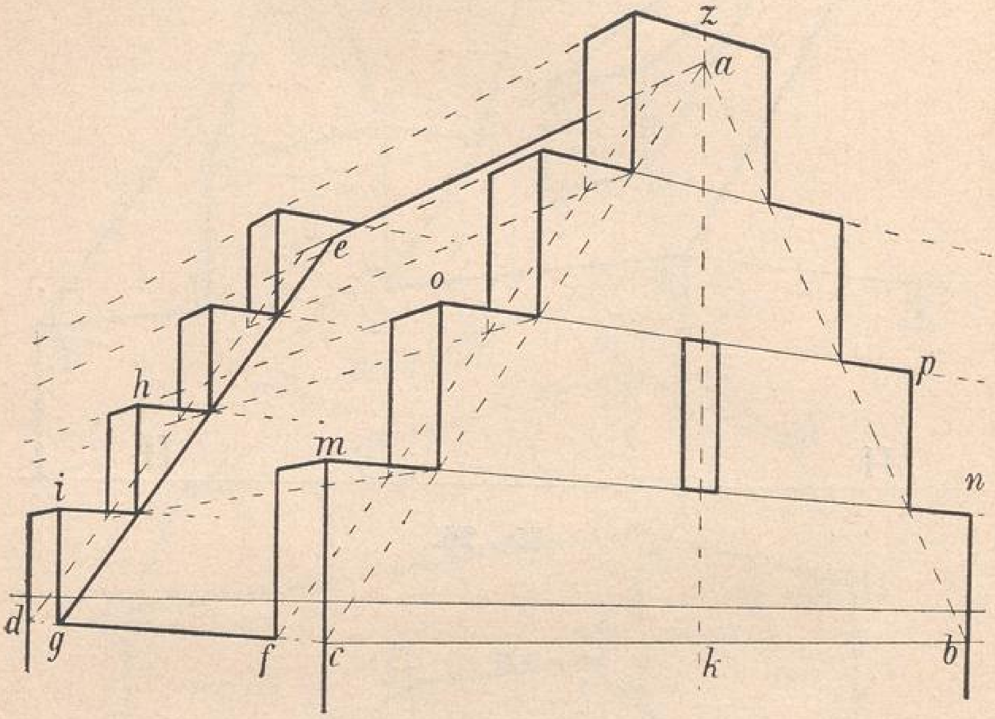



**Fig. 28.**

Wenn solche Dachfenster an einem Dach von der Fig. 22—25 dargestellten Form gezeichnet werden sollen, so müssen sie sich nach der schrägen Mittellinie der betreffenden Dachseite richten. In Fig. 27 z. B. muss die Linie *e d* parallel sein mit *c D*; *f g* und *a b* müssen parallel mit *m n* gezeichnet werden. In Fig. 25 wäre *f c* am unteren, *c z* am oberen Teil massgebend für die schrägen Linien eines Dachfensters.

§ 31. Fig. 28, ein Staffelgiebel, ist so ausgeführt, dass die über *a* etwas hinausreichende Mittellinie des Giebels *c b a* von *k* bis *z* in die erforderliche Anzahl von gleich grossen Teilen, hier in 4, geteilt und durch die Teilungspunkte Linien parallel mit *cb* gezogen wurden, worauf die Punkte *m* und *n*, *o* und *p* u. s. w. sich durch die in *c*, *b* u. s. w. errichteten Senkrechten ergeben.

Die Höhe der jenseitigen Absätze wird bestimmt durch die von *m*, *o* u. s. w. parallel mit *cd* nach links gezogenen Linien *mi*, *oh* u. s. w.; bezüglich ihrer Breite genügt es, *dg* als ferneren Teil kleiner als *cf* zu zeichnen.

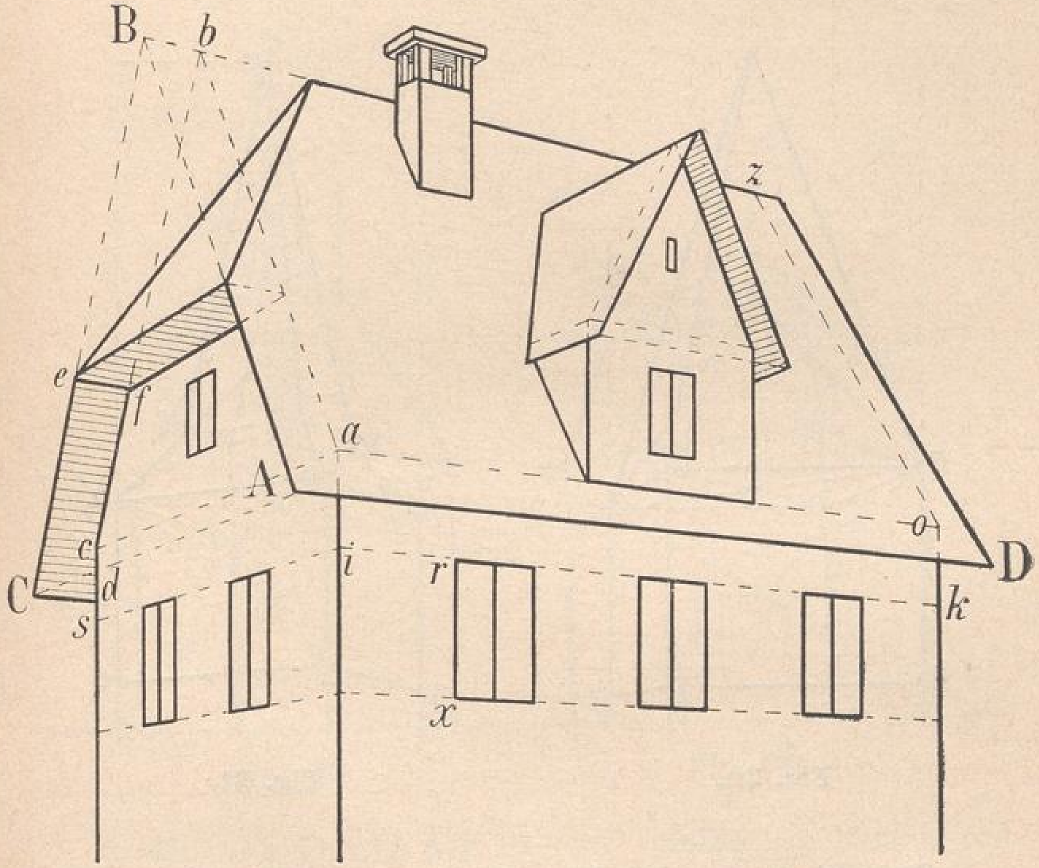



**Fig. 29.**

Bei stark vorspringenden Dächern ist ratsam, zuerst die Giebellinien ohne Dach, z. B. in Fig. 29 die Linien *ab*, *cb*, *oz* zu zeichnen. Die Punkte *A* und *C* liegen in einer mit *ac* parallelen Wagrechten; *Cd* und *ef* sind parallel mit *AD* und *ao*.

§ 32. Zu den nachfolgenden Beispielen verschiedener Formen von Turmhelmen ist zu bemerken, dass als Grundfläche überall ein Quadrat angenommen ist. Näheres über die Konstruktion verkürzter Quadrate ist in §§ 45—49 enthalten.

In Fig. 30—42 liegt die Turmspitze senkrecht über der Mitte der quadratischen Grundfläche, also in Fig. 30 und 31 in der senkrechten Linie, welche im Schnittpunkt der Diagonalen *a c* und *b d* oder *a g* und *c e* errichtet ist.

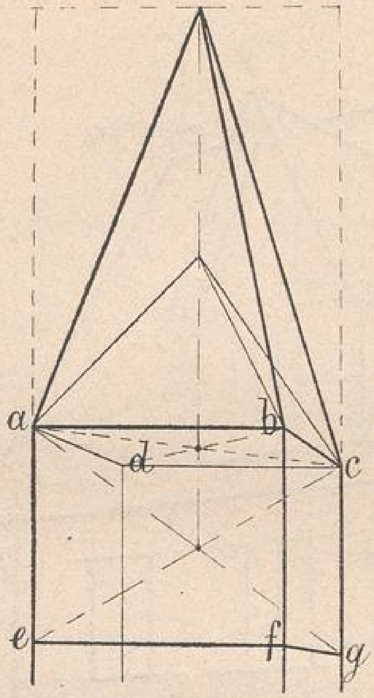



**Fig. 30.**

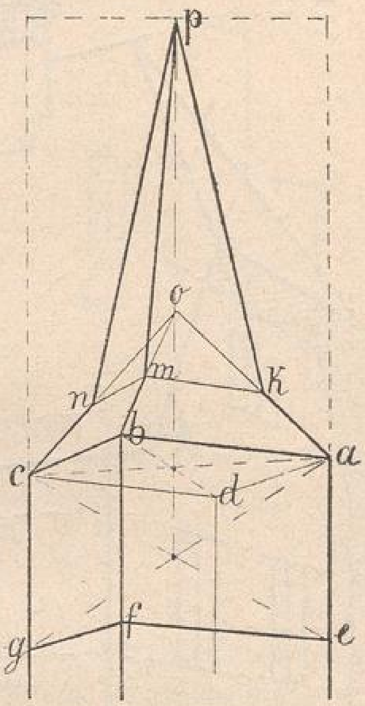



**Fig. 31.**

Statt die senkrechte Mittellinie zu benützen, könnte man auch die beiden äussersten Senkrechten, z. B. in Fig. 30 und 31 die Linien *e a* und *g c* nach oben verlängern und die Spitze in die Mitte dieser beiden verlegen. Das Ergebnis entspricht zwar, wie Fig. 30 zeigt, nicht immer dem einer genauen Berechnung, die Wirkung ist aber immerhin eine für das Auge richtige.

In Fig. 31 sind zuerst von *a*, *b* und *c* aus 3 Linien nach einem in der Mittellinie des Ganzen liegenden Punkte *o* gezogen, hierauf die mit *a b* und *b c* parallelen Linien *m k* und *m n* und von den Punkten *n*, *m* und *k* aus Linien nach der Spitze *p*.

Die Ausführung von Fig. 32 und 33 ist hienach aus den Linien der Zeichnung leicht zu ersehen.

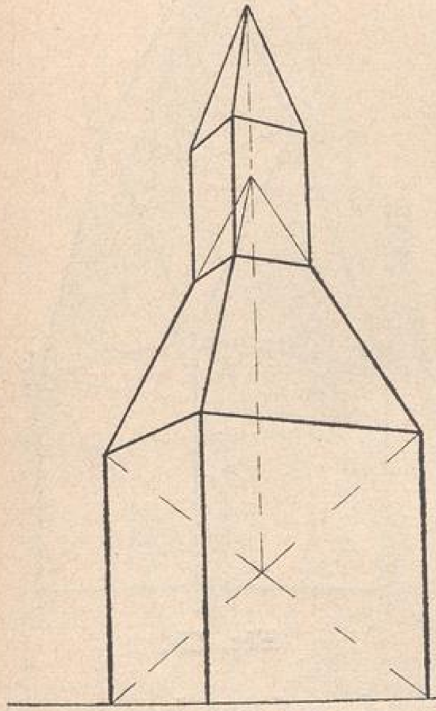


**Fig. 32.**

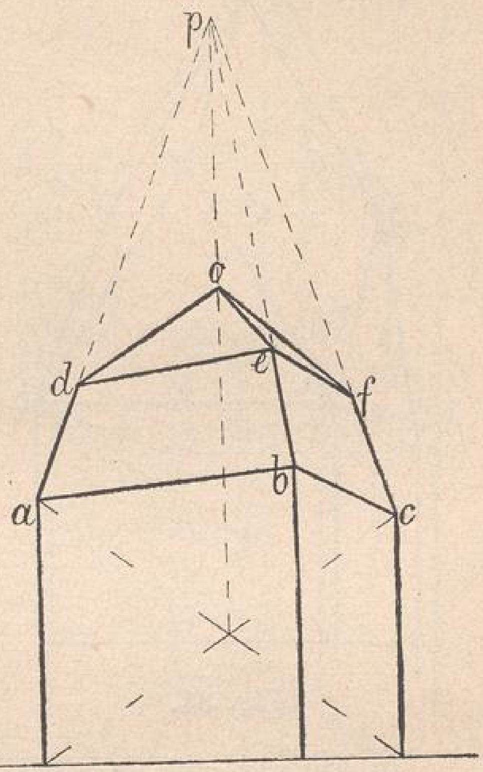



**Fig. 33.**

§ 33. Die Formen Fig. 34—36 kommen an Bauten des romanischen Styls häufig vor. Die 4 senkrechten Seiten des Turms schliessen mit 4 (gleich hohen) Giebeln ab; von diesen steigt der Helm bei Fig. 34 und 35 in 4, bei Fig. 36 in 8 schrägen Flächen zur Spitze auf.

Ist in Fig. 34 *a b d* und *a c* gezeichnet, so kann das Rechteck *a b h g* gebildet werden und ergiebt sich der Punkt *f* durch eine parallel mit *a c* von *g* aus gezeichnete Wagrechte und durch die senkrechte Mittellinie von $ac$, der Punkt $e$ durch die mit $ab$ und $ac$ parallelen Linien $fe$ und $he$.

Oder kann, wie in Fig. 35, von $d$ eine mit $ac$ parallele Linie bis zur senkrechten Mittellinie des Ganzen, also bis $o$, gezogen werden, hierauf parallel mit $ab$ eine Linie $of$ bis zur Mittellinie der linken Seite.

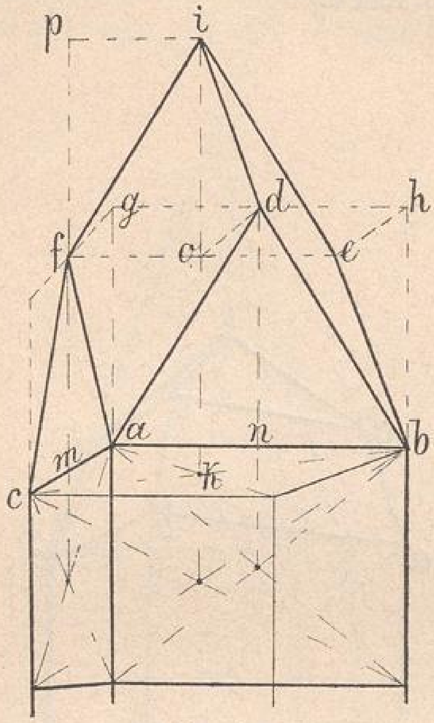



**Fig. 34.**

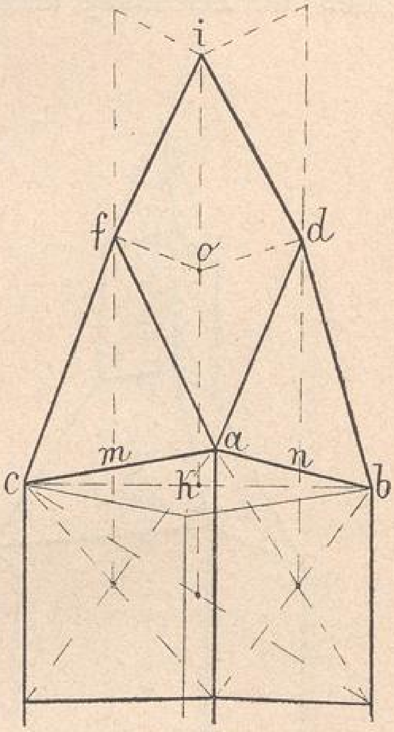



**Fig. 35.**

In Fig. 34 und 35 muss $oi = nd$, $mf$ und $ko$ sein, da sonst $adif$ keine ebene Fläche wäre. Es muss daher, wenn die Zeichnung genau sein soll, entweder $oi = kg$ gemacht oder die senkrechte Mittellinie eines Giebels, z. B. die Linie $mf$, um so viel verlängert werden, dass $fp = mf$ ist, worauf eine mit $ab$ parallele Linie von $p$ aus den Punkt $i$ ergiebt.*)

§ 34. Dagegen ist bei der achteckigen Form des Helms, welche Fig. 36 zeigt, die Höhe der Spitze beliebig und nicht abhängig von der Höhe der 4 Giebel.

*) Zu Fig. 32 und $ff$ s. die Anmerkung Seite 40.

Wie in Fig. 35 nur eine Seite des Helms sichtbar ist, so würde man bei anderer Stellung des Turms Fig. 36 nach Umständen nur 2 von den 8 schrägen Flächen sehen.

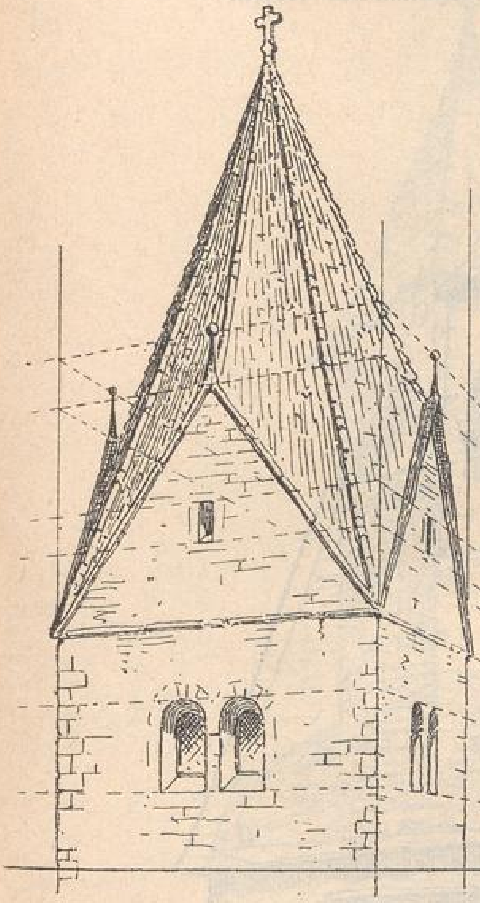


Fig. 36.

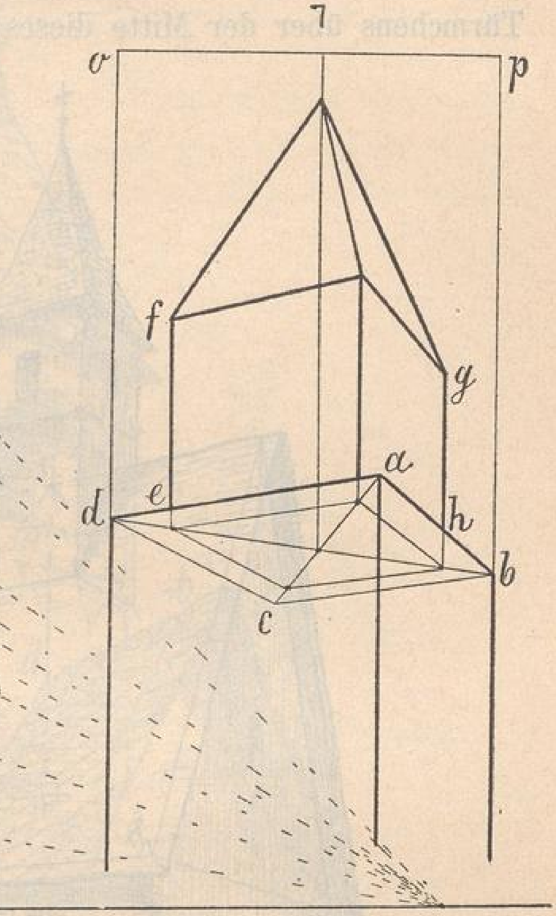



Fig. 37.

Um den Turmaufsatz Fig. 37 genau zu zeichnen, muss, nachdem *a b* und *a d* angegeben sind, das Quadrat *a b c d* und in diesem mit Hilfe seiner Diagonalen ein kleineres Quadrat gebildet werden, von dessen Ecken die Aussenlinien des oberen Teils aufsteigen.

Eine richtige Wirkung lässt sich jedoch auch dadurch erzielen, dass man die Linien *e f* und *g h* in gleiche Entfernung von $do$ und $bp$ und die Spitze in die Mitte zwischen diesen beiden verlegt.

§ 35. In Fig. 38 ist angenommen, dass $ab$ und $bc$ gleichfalls Seiten eines Quadrats seien und dass die Spitze des Türmchens über der Mitte dieses Quadrats liege.


**Fig. 38.**

Die perspektivische Mitte der Firstlinie ist $i$. Ziehen wir die Linien $ia$, $ib$ und $ic$, so ergiebt sich das Weitere aus Fig. 32. Der Punkt $e$ liegt in der senkrechten Mittellinie der linken Seite des Turmaufsatzes.

Ebenso muss in Fig. 39 der Punkt $d$ senkrecht unter der Mitte von $pf$ liegen, $dc$ muss parallel mit $ab$, $ec$ parallel mit der Firstlinie und mit $gp$ sein.


**Fig. 39.**

In Fig. 40 ist $abgh$ und der Turmaufsatz wie in Fig. 38 gezeichnet, worauf sich die perspektivische Form des vorderen Giebels durch eine mit $bc$ parallele Linie von $d$, der Mitte von $gh$, bis zu der in der Mitte von $ab$ errichteten Senkrechten ergiebt.

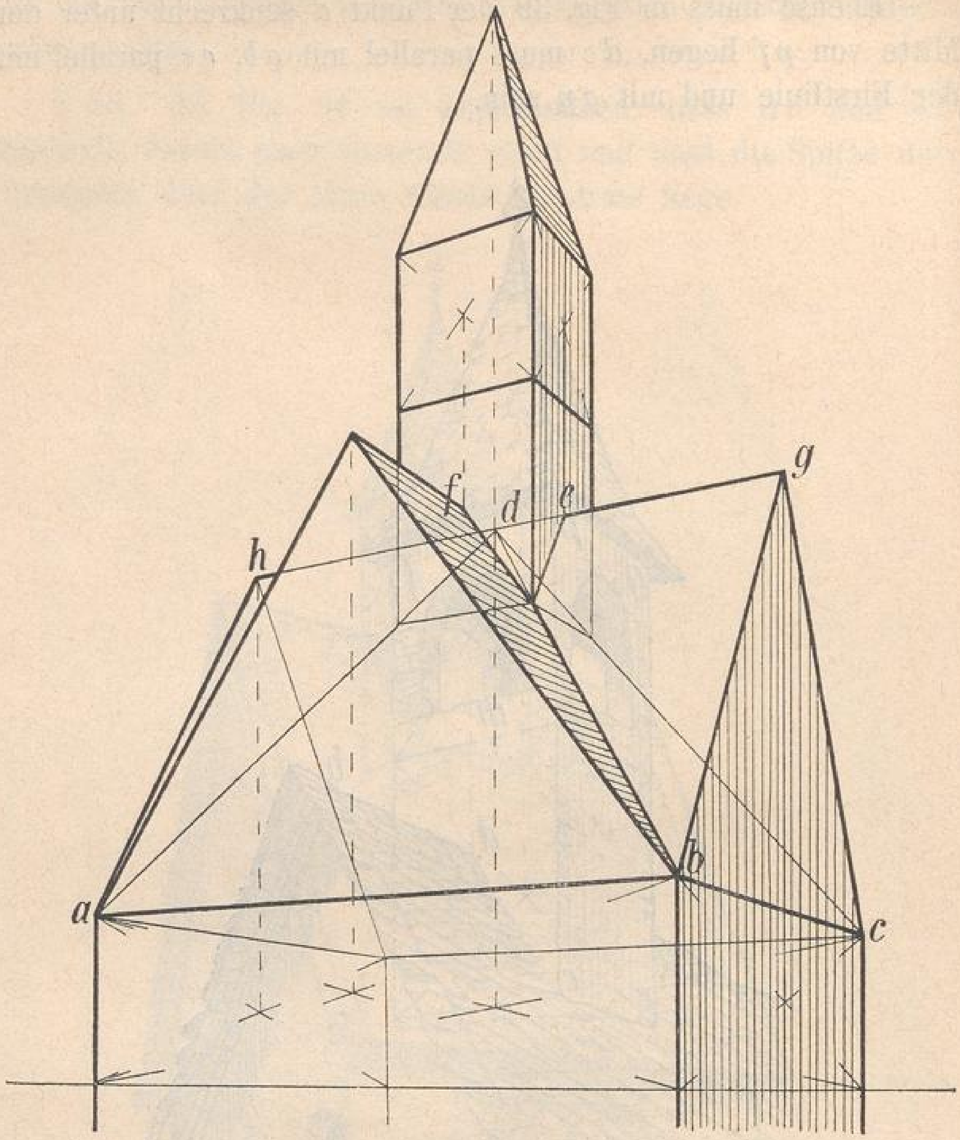



**Fig. 40.**

§ 36. In Fig. 41 und 42 kommt es hauptsächlich darauf an, dass die Punkte, an welchen die geschweiften Ecklinien ihre grösste Ausladung haben, also in Fig. 41 die Punkte $k\,m\,n$, in Fig. 42 $h$, $o$, $i$ oder $x$, $y$, $z$, in gleicher Höhe liegen, d. h. in Linien, welche parallel sind mit $a\,b$ und $b\,c$.

Fig. 41 ist zuerst geradlinig wie Fig. 33 gezeichnet; den Punkten $k\,m\,n$ entsprechen dort die Punkte $d\,e\,f$.

In Fig. 42 sind die Linien *en*, *fm* und *gk* ebenso zu zeichnen, wie in Fig. 31 *cn*, *bm* und *ak*: sie müssen die Richtung nach einem Punkte *d* der senkrechten Mittellinie haben. Die Ausladung der Ecklinien kann sehr verschieden sein. Wird beispielsweise bei *h* die stärkste Ausladung der linken Ecklinie angenommen, so ziehe man von da eine Senkrechte bis zu der Linie *de*, errichte zwei weitere Senkrechte in *f* und *g* und zeichne *ho* uud *oi* parallel mit *ef* und *fg*.

Wird die stärkste Ausladung bei *x* angenommen, so müssen *y* und *z* senkrecht über *b* und *c* liegen.

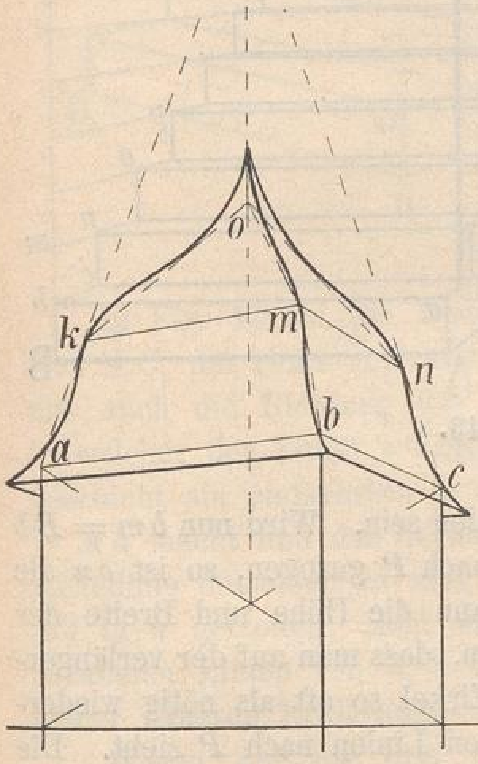



**Fig. 41.**

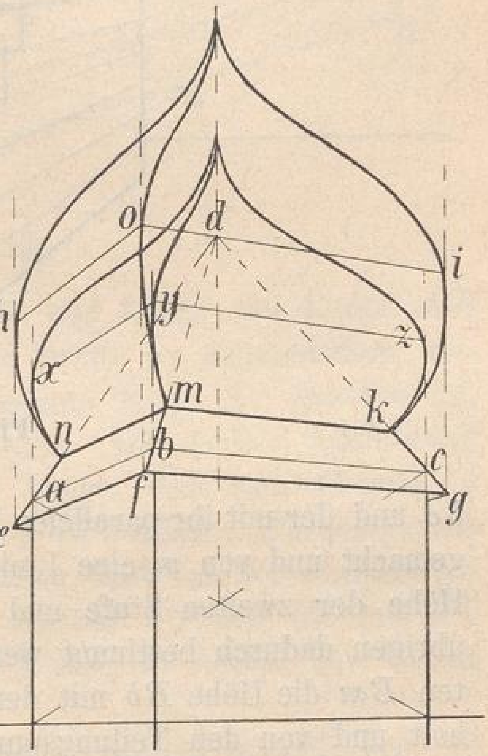



**Fig. 42.**

§ 37. Fig. 43 und 44 sind Beispiele von Treppenstufen.

In Fig. 43 sei *ABba* als Länge und Höhe, *bc* als Breite der untersten Stufe angenommen. Da *AB* eine unverkürzte Wagrechte ist, so muss der Augpunkt Fluchtpunkt der Linie

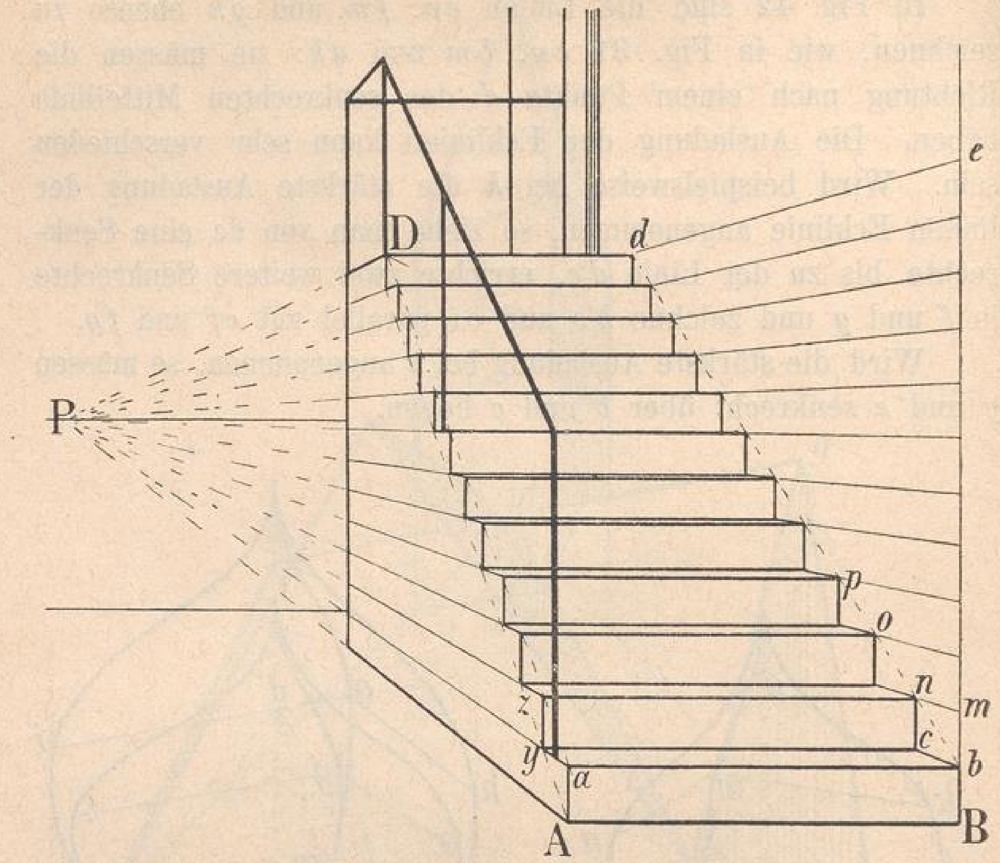



**Fig. 43.**

$bc$ und der mit ihr parallelen Linien sein. Wird nun $bm = Bb$ gemacht und von $m$ eine Linie nach $P$ gezogen, so ist $cn$ die Höhe der zweiten Stufe und kann die Höhe und Breite der übrigen dadurch bestimmt werden, dass man auf der verlängerten $Bm$ die Höhe $Bb$ mit dem Zirkel so oft als nötig wiederholt und von den Teilungspunkten Linien nach $P$ zieht. Die Punkte, in welchen dieselben die verlängerte schräge Linie $bn$ schneiden, sind die äusseren Ecken der folgenden Stufen, die inneren ergeben sich durch die von $o$, $p$ u. s. w. abwärts gezogenen Senkrechten.

Auf der andern Seite schneiden sich $aP$ und die von $c$ nach links gezogene Wagrechte in $y$, eine Wagrechte von $n$ und eine Senkrechte von $y$ schneiden sich in $z$ u. s. w.

Oder kann, nachdem die Höhe der zweiten Stufe wie oben bestimmt ist, die Verlängerung der schrägen Linien $Ay$ und $az$ benützt werden, um die übrigen Stufen zu zeichnen: man zieht von $z$ eine Linie nach $P$ bis zu der verlängerten $Ay$, hierauf eine Senkrechte bis $aD$ u. s. w.

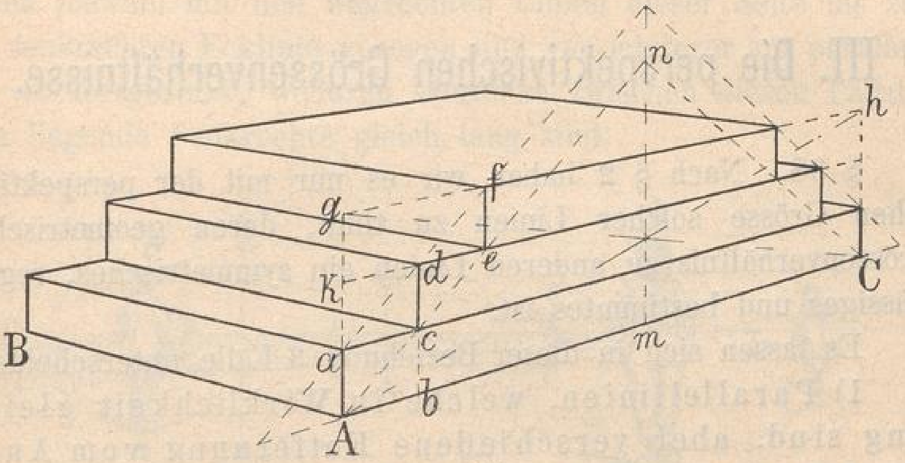



**Fig. 44.**

In Fig. 44 sei die Richtung und Länge der Linien $AB$ und $AC$, die Höhe $Aa$ und die Breite $ac$ angenommen, womit auch die Richtung der schrägen Linie $Ac$ gegeben ist, in welcher der Punkt $e$ liegen muss. Die weitere Ausführung geschieht am einfachsten in der Weise, dass man $ak$ und $kg$ $= Aa$ macht und das Rechteck $AghC$ bildet. Die senkrechte Mittellinie desselben ist $mn$. Diese wird von der verlängerten $Ac$ in $n$ getroffen; zieht man hierauf $nC$ und die mit $AC$ parallelen Linien von $a$, $k$ und $g$ aus, so bedarf das Übrige keiner näheren Erklärung.

Wären nur die drei vorderen Stufen zu zeichnen, so könnte man, nachdem $AB$ und $AC$, $Aa$ und $ac$ bestimmt sind, $cd = bc$ machen, $de$ parallel mit $AC$ ziehen und die Höhe $ef$ durch die verlängerte $ad$ erhalten, u. s. w.

## III. Die perspektivischen Grössenverhältnisse.

§ 38. Nach § 2 haben wir es nur mit der perspektivischen Grösse solcher Linien zu thun, deren geometrisches Grössenverhältnis zu anderen Linien ein symmetrisches, regelmässiges und bestimmtes ist.

Es lassen sich in dieser Beziehung 3 Fälle unterscheiden:

1) Parallellinien, welche in Wirklichkeit gleich lang sind, aber verschiedene Entfernung vom Auge haben (in verschiedener Tiefe sich befinden) wie z. B. in Fig. 29 die senkrechten Linien der Fenster;

2) verkürzte Linien, auf welchen sich gleich grosse Masse wiederholen oder welche nach bestimmten symmetrischen Verhältnissen geteilt sind, wie die Linie *ik* Fig. 29, wenn die Fenster gleiche Breite und gleiche Abstände haben;

3) verkürzte Linien, welche zu einer nicht parallelen Linie in einem bestimmten Grössenverhältnis stehen, wie die Seiten eines verkürzten Quadrats oder die Teile der Linien *is* und *ik* Fig. 29, wenn die Fenster und Zwischenräume auf beiden Seiten gleich breit sein sollen.

### Parallellinien von gleicher Länge in verschiedener Tiefe.

§ 39. Linien dieser Art kamen in vielen der bisherigen Beispiele vor. Das Gesetz, nach welchem ihr perspektivisches Grössenverhältnis sich richtet, ist das in § 14 erwähnte: dass parallele Linien, welche zwischen zwei gleichfalls parallelen Linien liegen, gleich gross sind, vgl. in Fig. 10 die Schwellen zwischen den Schienen oder die Telegrafenstangen.

Soll in Fig. 29 die Linie $rx$ massgebend sein für die Höhe der übrigen Fenster, so werden durch $r$ und $x$ zwei Linien parallel mit den wagrechten Linien dieser Seite bis zu der senkrechten Ecklinie gezogen und von letzterer aus parallel mit $ac$ fortgesetzt, wodurch sämtliche zwischen diesen Parallelen liegende Senkrechte gleich lang sind.

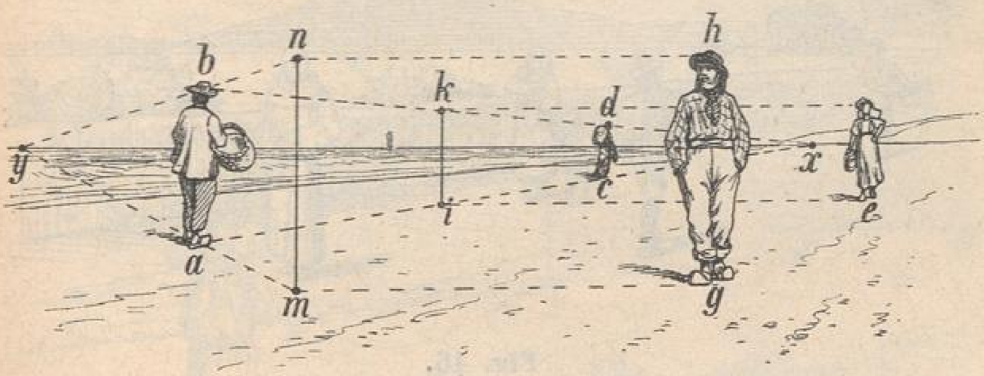



**Fig. 45.**

§ 40. In Fig. 45 soll die Höhe der Figur $ab$ auf die mit $a$ in derselben wagrechten Fläche liegenden Punkte $c$, $e$ und $g$ übertragen werden.

Ziehen wir von $a$ durch $c$ eine Linie nach dem Horizont und nach dem Punkte $x$, wo sie denselben trifft, eine zweite von $b$ aus, so sind alle senkrechten Linien, welche zwischen den beiden Parallellinien $ax$ und $bx$ liegen, perspektivisch gleich lang.

Eine Linie von $a$ durch $e$ oder von $g$ durch $a$ nach dem Horizont würde diesen in zwei ausserhalb der Zeichenfläche liegenden Punkten treffen. Man benützt daher zwei von $a$ und $b$ nach einem beliebigen Punkte des Horizonts gezogene Linien, z. B. $ax$ und $bx$, zieht von $e$ eine unverkürzte Wagrechte nach $i$, und bestimmt die Höhe einer in $e$ stehenden Figur durch eine unverkürzte Wagrechte von $k$ aus.

Um die Höhe $gh = ab$ zu erhalten, ist von einem beliebigen Punkte $y$ des Horizonts eine Linie durch $a$ und von $g$ aus eine unverkürzte Wagrechte nach links gezogen, welche sich in $m$ treffen. Eine Linie von $y$ durch $b$ macht $mn = ab$ und eine unverkürzte Wagrechte von $n$ aus ergiebt $gh = mn$.

**Fig. 46.**

Liegt der Horizont in gleicher Höhe mit dem oberen Ende einer senkrechten Linie, z. B. in der Scheitelhöhe einer menschlichen Figur, so ist die Höhe aller geometrisch gleich grossen senkrechten Linien oder Figuren, welche in derselben wagrechten Fläche stehen, durch die Horizontlinie gegeben, vgl. Fig. 46.

§ 41. In Fig. 47 ist die perspektivische Höhe einer in $c$ stehenden Figur berechnet, welche $= ab$ sein soll, indem zuerst eine mit $df$ und $hg$ parallele schräge Linie bis $i$, d. h. bis zu der wagrechten Fläche, in welcher $a$ liegt, gezogen, hierauf $ik = ab$ gemacht und durch eine mit $ic$ parallele schräge Linie nach $c$ übertragen wurde.

Voraussetzung einer solchen Berechnung ist, dass der Neigungsgrad der betreffenden schrägen Fläche durch vorhandene schräge Linien gegeben sei, wie in Fig. 47 durch $df$ und $gh$, in Fig. 19 durch $ab$ und $cd$.

Das perspektivische Grössenverhältnis von Figuren oder irgendwelchen Linien, welche sich auf unregelmässigem Terrain in verschiedener Tiefe befinden, kann nicht genau berechnet werden.

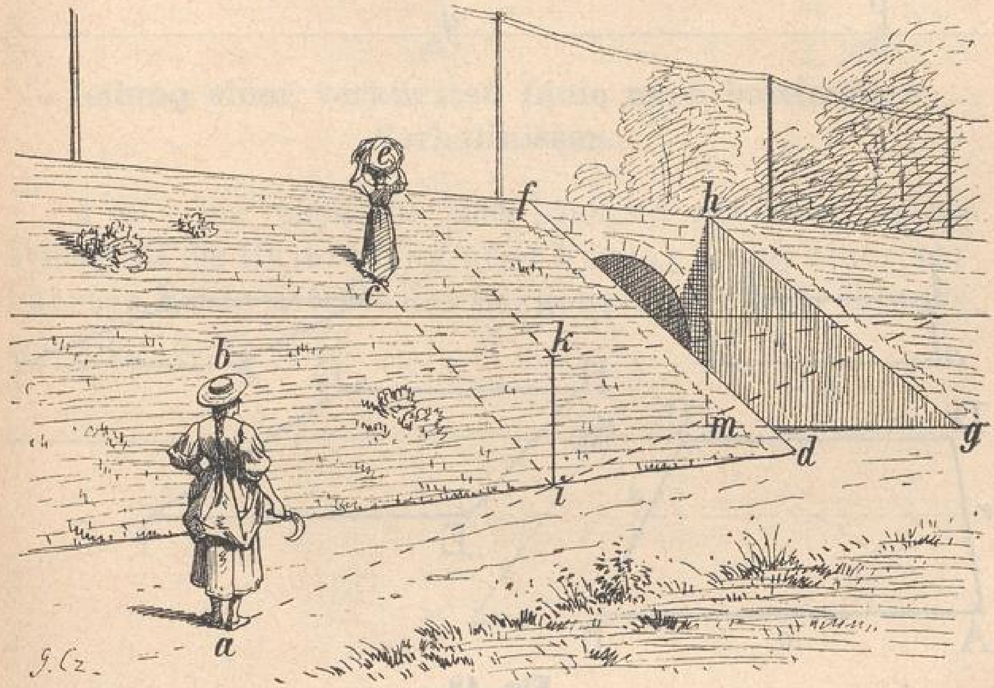



**Fig. 47.**

§ 42. Fig. 48 zeigt, wie auf ähnliche Weise w a g r e c h t e Parallellinien von gleicher Länge in verschiedener Tiefe zu zeichnen sind.

Es sollen innerhalb einer wagrechten Fläche 3 Rechtecke $= ABCD$ gezeichnet werden, so, dass die Punkte $a$, $E$ und $e$ dem Punkte $A$ entsprechen.

$a$ liegt in der Fortsetzung von $AD$, die Länge $ab$ und $dc$ ist somit durch $BP$ gegeben. Um $ad$ und $bc = AD$ und $BC$ zu erhalten, kann von $A$ durch $i$, den Schnittpunkt der Diagonalen $Db$ und $Ca$ eine Linie nach $c$ gezogen werden. Oder kann man nach $z$, dem Fluchtpunkt der Diagonale $AC$, die mit ihr parallele Diagonale $ac$ ziehen.

Eine Linie von $A$ durch $E$ oder durch $e$ würde den Horizont ausserhalb der Zeichenfläche treffen. Man zieht daher eine unverkürzte Wagrechte von $E$ und $e$ nach $r$ und $a$, um sodann $Ef$ und $ef = rs$ und $ab$ zu machen.

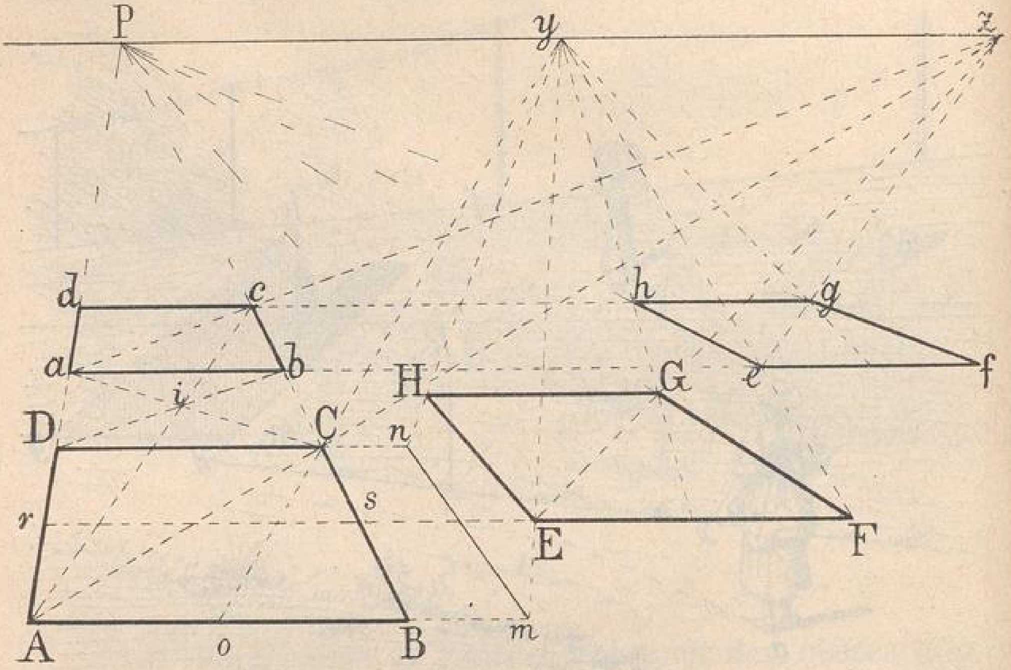



**Fig. 48.**

Auch die Länge der verkürzten, mit $AD$ und $BC$ parallelen Seiten $FG$ und $fg$ lässt sich am einfachsten durch die nach $z$ gezogenen Diagonalen $EG$ und $eg$ bestimmen. Würde der Fluchtpunkt der Diagonale $AC$ ausserhalb der Zeichenfläche liegen, so könnte man, um $FG$ und $fg = BC$ zu machen, eine Linie von $o$, der Mitte von $AB$ durch $C$ nach $y$ und von da zwei Linien nach der Mitte von $EF$ und $ef$ ziehen.

Ist die Länge von $FG$ bestimmt, so ergiebt sich $eh = FG$ mittels einer Linie von $F$ durch $e$ nach $y$ nnd von $y$ nach $G$. Soll auf diesem Wege von $E$ aus eine mit $BC$ parallele Linie $= BC$ gezeichnet werden, so kann man eine näher an $E$ liegende Parallellinie $mn$ innerhalb der verlängerten $AB$ und $DC$ zeichnen, um hierauf $mEy$ und $yn$ zu ziehen.

Es ist klar, dass mit §§ 39—42 zugleich der Weg gezeigt ist, wie das perspektivische Grössenverhältnis von zwei parallelen Linien in verschiedener Tiefe bestimmt werden kann, wenn die eine in Wirklichkeit doppelt, drei oder viermal so gross ist, als die andere.

## Teilung einer verkürzten Linie nach bestimmten Verhältnissen.

§ 43. Die einfachste und häufigste Art einer solchen Teilung ist die *Halbierung oder Verdopplung einer verkürzten Linie mittels der Diagonalen eines Rechtecks*, vgl. Fig. 13, 21 u. f.f.

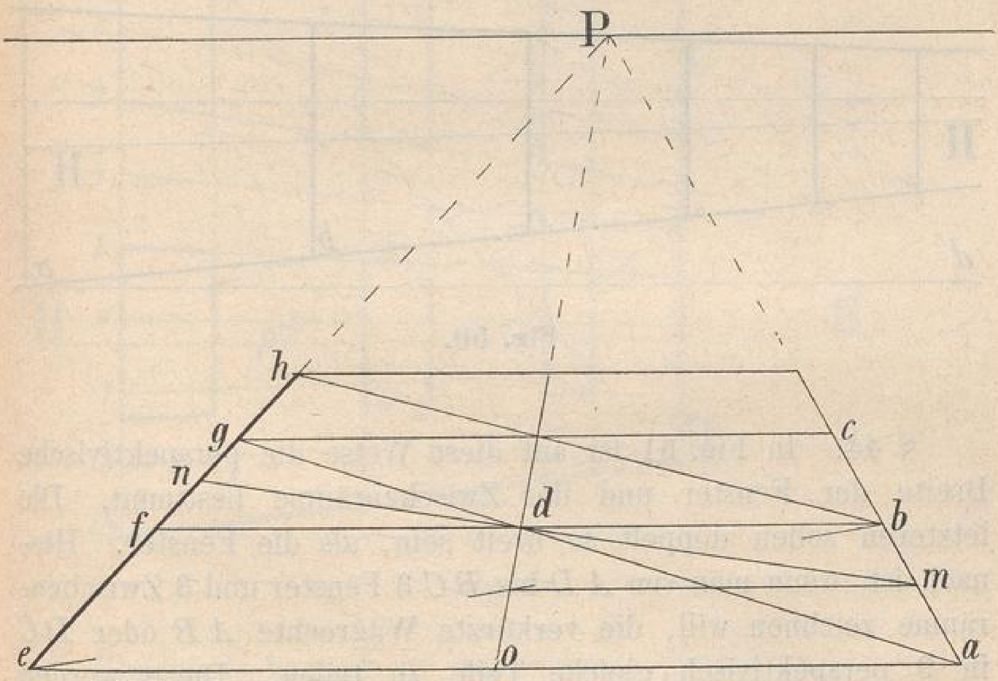



**Fig. 49.**

Soll in Fig. 49 auf der von $e$ nach $P$ gehenden Linie die Länge $ef$ mehrmals wiederholt werden, so bilde man mit $ef$ ein beliebiges Rechteck $efba$, ziehe von $a$ eine Linie durch die Mitte von *bf* nach *g*, eine zweite von *b* durch die Mitte von *cg* nach *h* u. s. w.

Auf dieselbe Weise ist in Fig. 50 die Länge *ab* nach *c* u. s. w. übertragen.

Oder kann man, um in Fig. 50 die Länge *ab* auf der Verlängerung dieser Linie öfters zu wiederholen, durch *a* eine verkürzte Wagrechte ziehen und auf dieser von *a* aus die gewünschte Zahl von gleich grossen Teilen mit dem Zirkel angeben. Zieht man hierauf von dem ersten zunächst bei *a* gelegenen Teilpunkt eine Linie durch *b* nach dem Horizont und nach dem Punkte, in welchem sie ihn trifft, Linien von den andern Teilpunkten aus, so erhält man wie Fig. 50 zeigt, dieselben perspektivischen Verhältnisse wie oben.

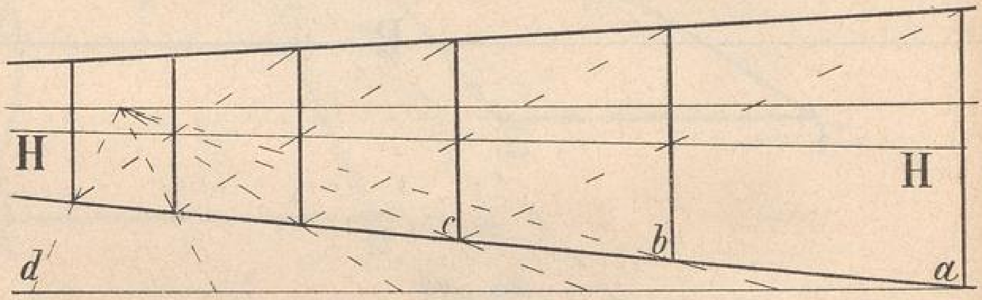



**Fig. 50.**

§ 44. In Fig. 51 ist auf diese Weise die perspektivische Breite der Fenster und der Zwischenräume bestimmt. Die letzteren sollen doppelt so breit sein, als die Fenster. Hienach ist, wenn man von *AD* bis *BC* 3 Fenster und 3 Zwischenräume zeichnen will, die verkürzte Wagrechte *AB* oder *DC* in 9 perspektivisch gleiche Teile zu teilen. Diese werden geometrisch von *A* oder *D* aus auf einer unverkürzten Wagrechten angetragen; eine Linie vom letzten Teilpunkt durch *B* oder *C* trifft den Horizont in *p*, worauf sich die Teilung von *AB* oder *DC* wie oben durch die von den übrigen Teilpunkten (*a*, *b*, *c* u. s. w.), nach *p* gezogenen Linien ergiebt.

Statt von *D* nach *f*, könnten die 9 Teile auch auf einer höher gelegenen unverkürzten Wagrechten, z. B. von *m* nach *n* in der Weise angetragen werden, dass eine Linie von *m* durch *D* nach dem Horizont, eine zweite von *p* durch *C* nach *n* gezogen und *m n* geometrisch in die erforderlichen Teile geteilt würde, vgl. in Fig. 43 die Teilung der schrägen Linie *b d* in eine Anzahl gleich grosser Teile. Statt einer unverkürzten Wagrechten ist dort eine Senkrechte auf dieselbe Weise verwendet.

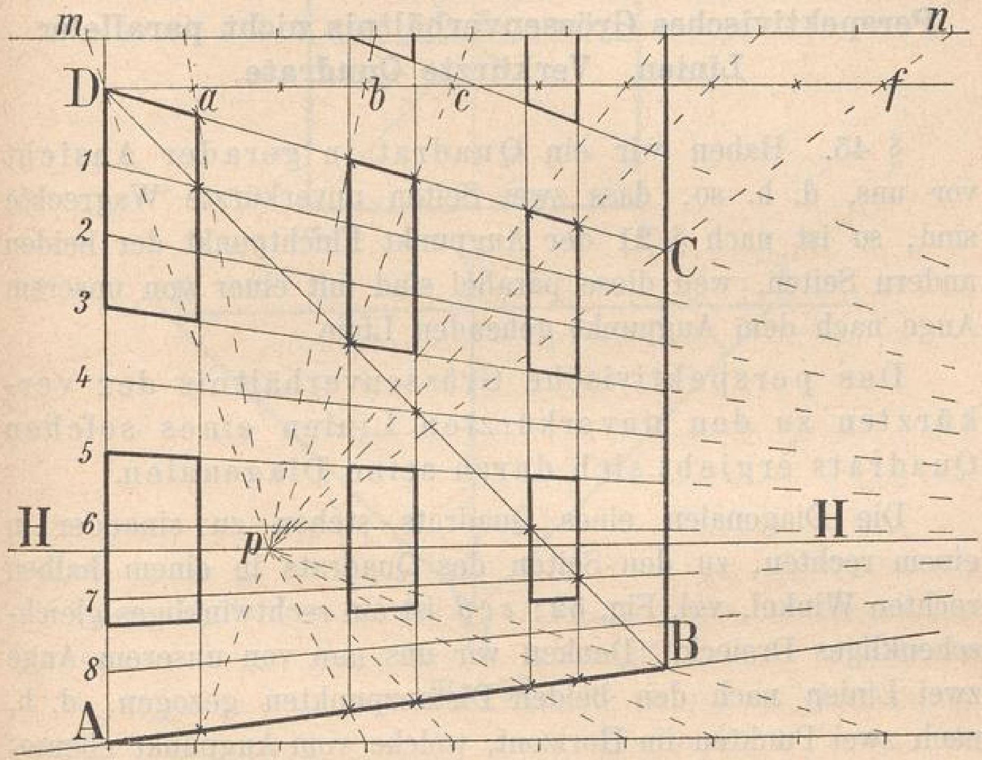



**Fig. 51.**

Gleichfalls bequem ist das folgende Verfahren.

Man bildet mit der zu teilenden verkürzten Linie ein senkrecht stehendes Rechteck, teilt die beiden Senkrechten geometrisch nach den gewünschten Verhältnissen und verbindet die gegenüberliegenden Teilpunkte. Soll z. B. *A B* Fig. 51 in 9 gleiche Teile geteilt werden, so bildet man ein Rechteck

$ABCD$ von beliebiger Höhe, teilt $AD$ und $BC$ in 9 gleiche Teile und zieht die mit $AB$ parallelen Verbindungslinien. Die Teilung ergiebt sich hierauf, wie Fig. 51 zeigt, durch die Punkte, in welchen eine Diagonale des Rechtecks die Verbindungslinien schneidet.

Selbstverständlich kann auf demselben Wege auch eine Teilung in ungleiche Verhältnisse von bestimmter Grösse ausgeführt werden.

## Perspektivisches Grössenverhältnis nicht paralleler Linien. Verkürzte Quadrate.

§ 45. Haben wir ein Quadrat in gerader Ansicht vor uns, d. h. so, dass zwei Seiten unverkürzte Wagrechte sind, so ist nach § 21 der Augpunkt Fluchtpunkt der beiden andern Seiten, weil diese parallel sind mit einer von unserem Auge nach dem Augpunkt gehenden Linie.

Das perspektivische Grössenverhältnis der verkürzten zu den unverkürzten Linien eines solchen Quadrats ergiebt sich durch seine Diagonalen.

Die Diagonalen eines Quadrats stehen zu einander in einem rechten, zu den Seiten des Quadrats in einem halben rechten Winkel, vgl. Fig. 52: $ecd$ ist ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck. Denken wir uns nun von unserem Auge zwei Linien nach den beiden Distanzpunkten gezogen, d. h. nach zwei Punkten im Horizont, welche vom Augpunkt ebensoweit entfernt sind als das Auge (§ 9), so bilden sie mit dem dazwischen liegenden Teil des Horizonts ebenfalls ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck: wenn $D$ unser Auge, $P$ unser Augpunkt ist, so sind $g$ und $p$ Distanzpunkte; $Dg$ und $Dp$ stehen zu einander in einem rechten, zu $pg$ in einem halben rechten Winkel, $Dgp$ ist $= ecd$.

Die unverkürzten Seiten eines Quadrats in gerader Ansicht sind parallel mit dem Horizont, seine Diagonalen stehen also auch zum Horizont in einem halben rechten Winkel, sie sind parallel mit zwei Linien von unserem Auge nach den beiden Distanzpunkten; *folglich sind die Distanzpunkte die Fluchtpunkte der Diagonalen eines Quadrats in gerader Ansicht.*

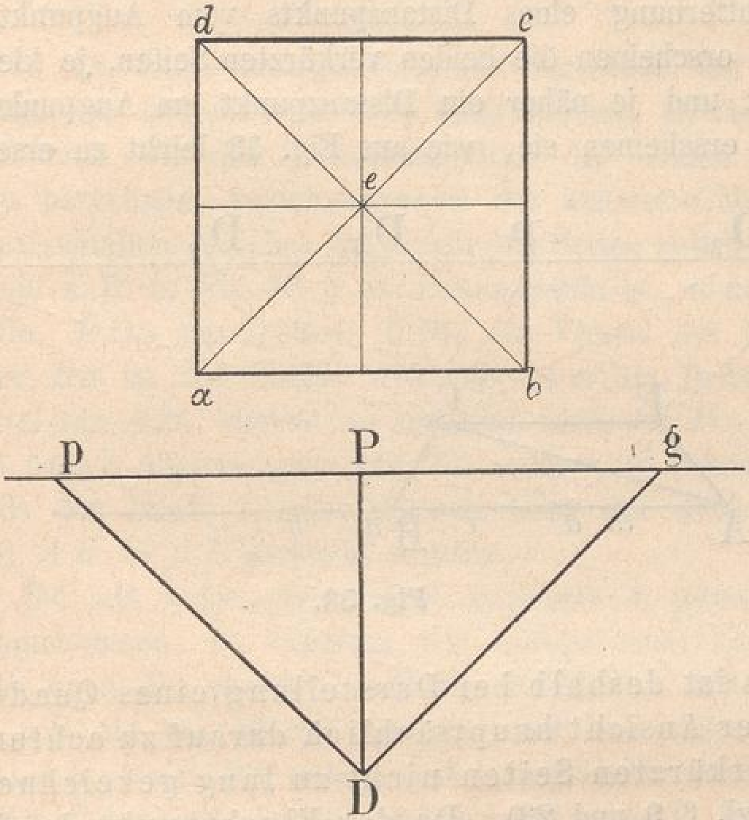



**Fig. 52.**

Ist in Fig. 53 $AB$ die vordere Seite eines solchen Quadrats und $g$ ein Distanzpunkt, so ist $g$ Fluchtpunkt der von $A$ ausgehenden Diagonale. Diese schneidet die von $B$ nach $P$ gehende Seite in $C$, also ist $BC$ die perspektivische Länge der verkürzten rechten Seite, $BC$ ist perspektivisch $= AB$.

Der Punkt $E$ ergiebt sich entweder durch die von $B$ nach dem linksseitigen Distanzpunkt gezogene Diagonale oder durch eine unverkürzte Wagrechte von $C$ aus.

Ist zuerst $BC$ gezeichnet, so wird mittels einer von $g$ durch $C$ gezogenen Linie $AB = BC$ gemacht u. s. w.

§ 46. Das perspektivische Grössenverhältnis der beiden Seitenpaare hängt also ab von der Entfernung unseres Standpunkts: je grösser unsere Distanz und je grösser demgemäss die Entfernung eines Distanzpunkts vom Augpunkt, desto kleiner erscheinen die beiden verkürzten Seiten, je kleiner die Distanz und je näher ein Distanzpunkt am Augpunkt, desto länger erscheinen sie, wie aus Fig. 53 leicht zu ersehen ist.

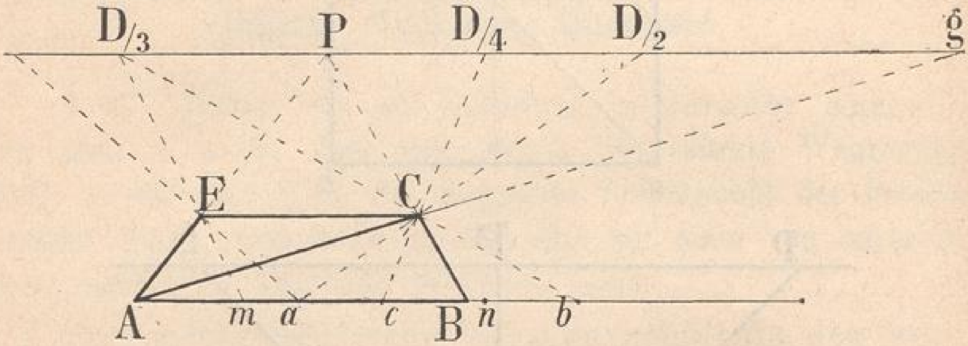



**Fig. 53.**

Es ist deshalb bei Darstellung eines Quadrats in gerader Ansicht hauptsächlich darauf zu achten, dass die verkürzten Seiten nicht zu lang gezeichnet werden (vgl. § 9 und 23). Da der Fluchtpunkt der Diagonale ein Distanzpunkt ist, so muss seine Entfernung vom Augpunkt wenigstens doppelt so gross sein, als eine Linie von diesem bis zu dem von ihm entferntesten Punkte des Bildes; $Pg$ Fig. 53 muss wenigstens $= 2$ mal $PA$ sein, vorausgesetzt, dass sich die Zeichnung auf keinen Punkt erstreckt, der von $P$ weiter entfernt ist als $A$.

In Fig. 54 ist der Fluchtpunkt der Diagonale $EG$ von $P$ doppelt so weit entfernt als $F$. Wenn daher $F$ der vom Augpunkt entfernteste Punkt der Zeichnung ist, so ist $FG$ das äusserste Mass der Länge, welche diese Linie haben darf, wenn sie eine rechtwinklig zu $EF$ stehende Linie von gleicher Grösse darstellen soll. $EFnm$ erscheint als ein Rechteck, dessen verkürzte Seiten länger sind, als die unverkürzten, nicht als Quadrat. Dagegen ist $EFBD$ ein perspektivisch ebenso richtiges Bild eines Quadrats, als $EFGH$, wenn eine grössere Entfernung des Standpunkts angenommen wird.

§ 47. Da ein Distanzpunkt immer ausserhalb der Zeichnung liegt, so bedient man sich einer halben, Drittel- oder Viertel-Distanz, um das Grössenverhältnis der beiden Seitenpaare zu berechnen, beziehungsweise das äusserste Mass der Länge festzustellen, welches die verkürzten Seiten haben dürfen.

Wenn z. B. in Fig. 53 $g$ ein Distanzpunkt ist, so ist $PD/_2$ die Hälfte, $PD/_3$ ein Drittel, $PD/_4$ ein Viertel der Distanz. $Aa$ oder $Ba$ ist die Hälfte, $Bb$ oder $Am$ ein Drittel, $Bc$ ein Viertel von $AB$. Ziehen wir nun eine Linie von $D/_2$ nach $a$, von $D/_3$ nach $b$ oder $m$, oder von $D/_4$ nach $c$, so erhalten wir gleichfalls den Punkt $C$ oder $E$, und kann auf diese Weise $BC$ und $AE = AB$ gemacht werden.

Ist $BC$ als rechte Seite eines Quadrats in gerader Ansicht angenommen, so erhalten wir mittels einer Linie aus $D/_2$, $D/_3$ oder $D/_4$ durch $C$ $aB$ als die Hälfte, $Bb$ als ein Drittel, $cB$ als ein Viertel von $BC$ und kann hierauf $AB = 2$mal $aB$, 3mal $Bb$ oder 4mal $cB$ gemacht werden.

Hiemit ist ein bequemes und vielfach anwendbares Mittel gegeben, um die Länge einer unverkürzten Wagrechten auf eine rechtwinklig zu ihr stehende, also nach dem Augpunkt gehende Wagrechte und umgekehrt zu übertragen oder wenigstens durch Annahme einer hinreichend grossen Distanz eine richtige Wirkung ihres Grössenverhältnisses zu erzielen.

Wie auf demselben Wege auch ein bestimmter Teil oder ein Mehrfaches z. B. die Hälfte oder das Doppelte der einen Linie auf die andere übertragen werden kann, ist nach dem Vorangegangenen (vgl. § 43) leicht zu verstehen.

§ 48. Haben wir ein Quadrat in solcher Stellung vor uns, dass die eine Diagonale eine unverkürzte Wagrechte ist, so hat die andere Diagonale ihren Fluchtpunkt im Augpunkt, d. h. die vordere und hintere Ecke liegen in einer vom Augpunkt durch die Mitte der unverkürzten Diagonale gezogenen Linie, vgl. Fig. 54.

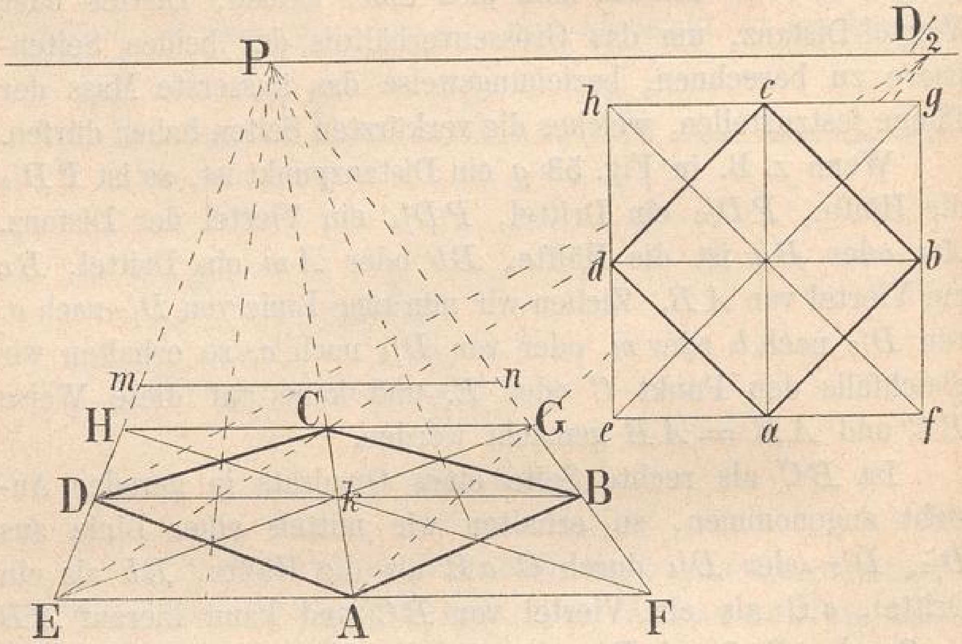



**Fig. 54.**

Wie Fig. 54 zeigt, sind die Diagonalen eines Quadrats in dieser Stellung parallel mit den Seiten, seine Seiten parallel mit den Diagonalen eines Quadrats in gerader Ansicht. Die Fluchtpunkte seiner Seiten sind demnach die beiden Distanzpunkte.

Wie bei einem Quadrat in gerader Ansicht auf die Länge der verkürzten Seiten, so ist hier auf die Länge der verkürzten Diagonale besonders zu achten. Wenn in Fig. 54 $DB$ die Länge der unverkürzten Diagonale und $F$ der vom

Augpunkt entfernteste Punkt der Zeichnung ist, so ergiebt sich das äusserste Mass der Länge, welche die verkürzte Diagonale haben darf, mittels einer von $D/2$ $(P—D/2 = PF)$ durch die Mitte von $kB$ und nach der Mitte von $kD$ gezogenen Linie.

Man erhält so das perspektivische Bild eines Quadrats in dieser Stellung, nachdem die Länge der unverkürzten Diagonale bestimmt ist, ohne Hilfe der ausserhalb der Zeichenfläche liegenden Fluchtpunkte.

Oder kann man zuerst ein Quadrat in gerader Ansicht zeichnen und die Halbierungspunkte seiner Seiten dadurch bestimmen, dass man durch den Schnittpunkt seiner Diagonalen, also in Fig. 54 durch $k$, eine unverkürzte Wagrechte und eine Linie vom Augpunkt aus zieht.

§ 49. Haben wir ein wagrecht liegendes Quadrat in beliebiger anderer Verkürzung vor uns, so gilt für die perspektivische Richtung seiner Seiten das in § 22 Gesagte.

Was ihr perspektivisches Grössenverhältnis betrifft, so kann ein erheblicher Irrtum ohne Anwendung einer Berechnung dadurch vermieden werden, dass sich der Zeichner von der rechten oder linken Ecke des vor ihm liegenden Quadrats eine unverkürzte Wagrechte, von der vorderen oder hinteren Ecke aus eine Senkrechte durch dasselbe gezogen denkt und auf die Stellen achtet, an welchen die Seiten von diesen Linien durchschnitten werden, vgl. Fig. 55.

Die einfachste und verständlichste Art, wie das Grössenverhältnis der Seiten solcher Quadrate und gleichzeitig auch ihre perspektivische Richtung berechnet werden kann, ist die folgende:

In Fig. 56 ist jede Seite des Quadrats $efgh$ in zwei ungleiche Teile geteilt, so zwar, dass $ea = fb = gc = hd$ und folglich $af = bg = ch = de$ ist. In einem so geteilten Quadrat entsteht durch Verbindung der Teilpunkte, ebenso wie durch Verbindung der Halbierungspunkte, ein zweites Quadrat, hier $abcd$.

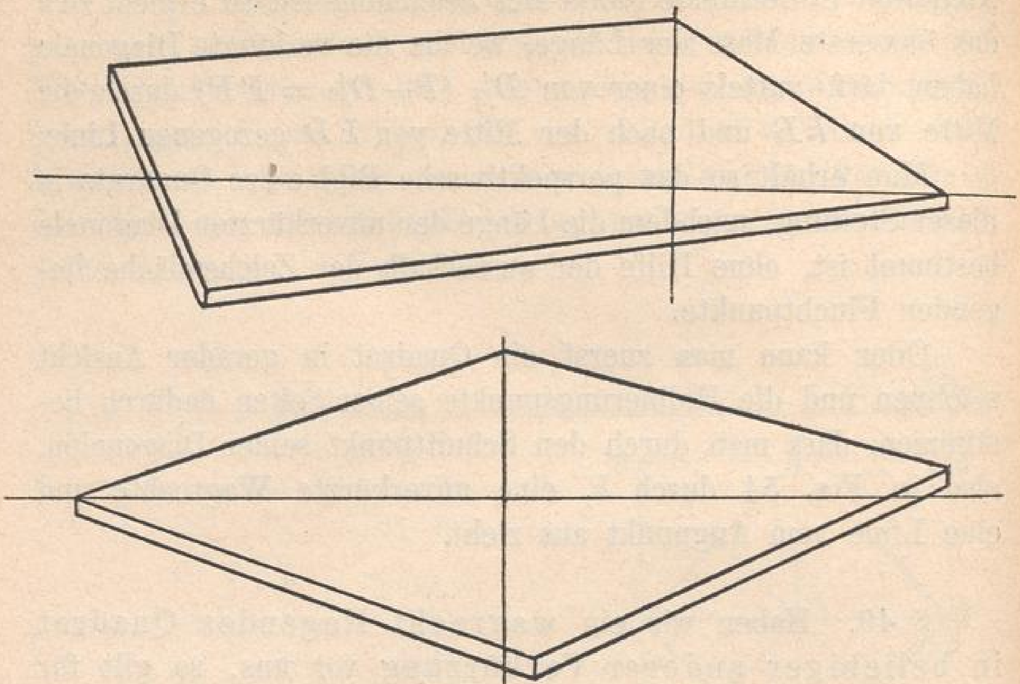


**Fig. 55.**

Ist nun $AB$ als Richtung und Länge einer Seite angenommen, so ziehe man durch $A$ eine unverkürzte Wagrechte, durch $B$ eine Linie vom Augpunkt und bilde mit $BF$ gemäss § 47 ein Quadrat $BFMz$. Wird hierauf $AE = MF$ gemacht, so ist durch $EP$ und die verlängerte Diagonale $Fz$ das äussere Quadrat $EFGH$ und der Punkt $C$, durch $AP$ und eine unverkürzte Wagrechte von $y$ aus (oder durch $EG$ und eine Wagrechte von $k$ aus) der Punkt $D$ gegeben.

Wäre $AD$ die zuerst gezeichnete Seite, so würde mit $ED$ ein Quadrat $DEMk$ gebildet, $MF = AE$ gemacht u. s. w.

Nach Umständen kann auch zuerst ein Quadrat in gerader Ansicht von entsprechender Grösse gezeichnet und von einem beliebigen Punkt seiner Seiten aus das gewünschte Quadrat in schräger Ansicht gebildet werden.

Ist z. B. $EFGH$ Fig. 56 und $A$ als vordere Ecke des inneren Quadrats gegeben, so wird $FM = AE$ gemacht und durch $MP$ der Punkt $C$ als jenseitige Ecke bestimmt. Zieht man hierauf $AP$ und die Diagonale $FH$, so ergeben sich $B$ und $D$ durch zwei unverkürzte Wagrechte von $z$ und $y$ aus. Wie zu verfahren wäre, wenn man von einem andern Punkt des äusseren Quadrats ausginge, ist hieraus leicht zu ersehen.

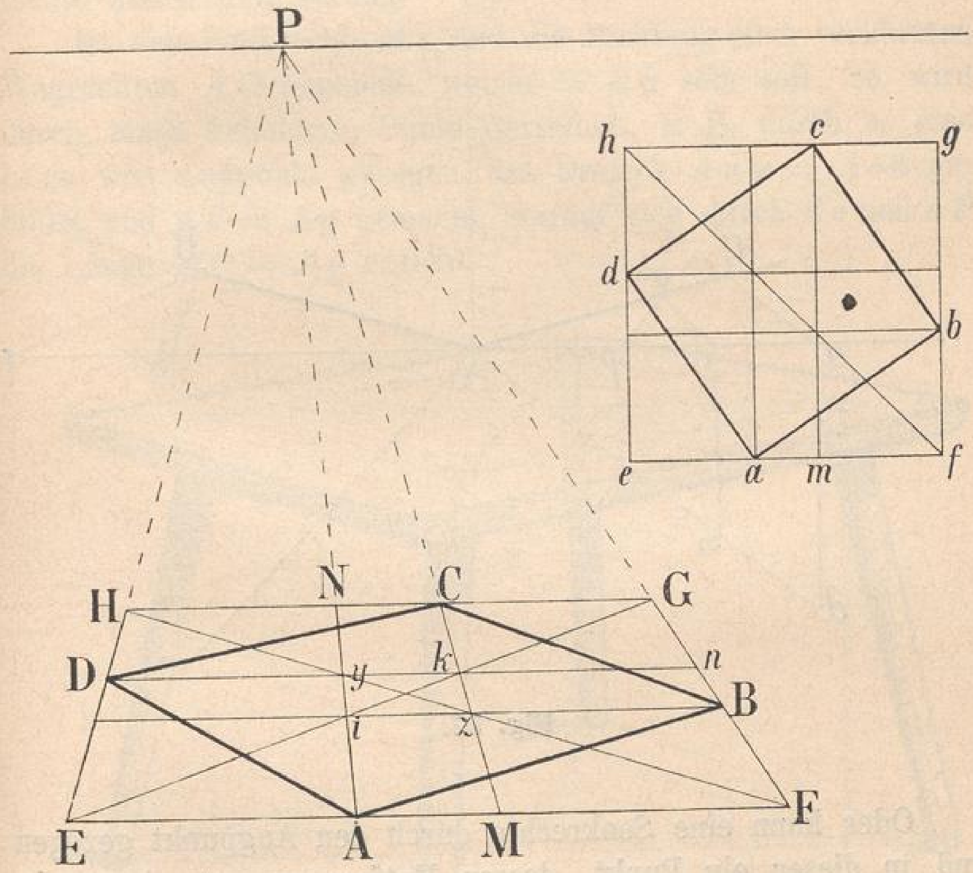



**Fig. 56.**

§ 50. Ein senkrecht stehendes Quadrat, dessen wagrechte Seiten die Richtung nach dem Augpunkt haben, kann entweder im Anschluss an ein wagrecht liegendes Quadrat in gerader Ansicht gezeichnet werden: ist z. B.

$BC$ Fig. 53 als untere Seite angenommen, so wird mit dieser Linie das Quadrat $ABCE$ gebildet und die vordere Senkrechte $= AB$, die jenseitige $= EC$ gemacht. Ist die senkrechte Vorderseite gegeben, so wird ein wagrechtes Quadrat gebildet, dessen unverkürzte Vorderseite dieselbe Länge hat u. s. w.

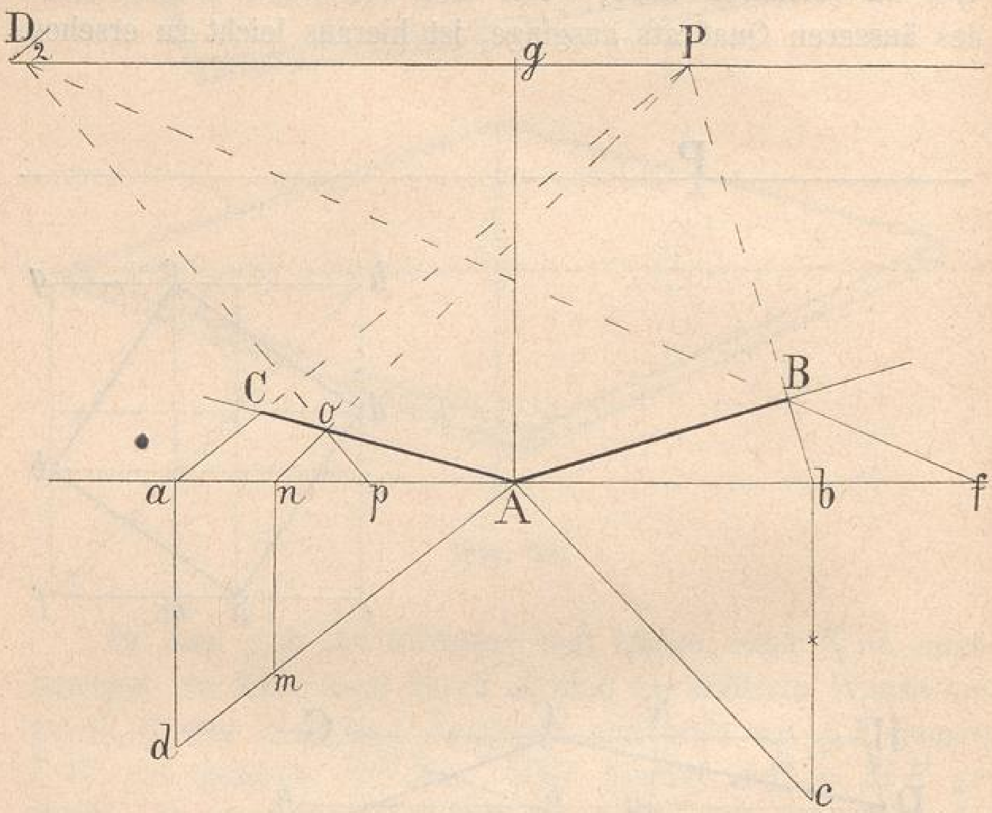



**Fig. 57.**

Oder kann eine Senkrechte durch den Augpunkt gezogen und in dieser ein Punkt, dessen Entfernung vom Augpunkt einer halben, Drittel- oder Vierteldistanz entspricht, ebenso benützt werden, wie in § 47 die im Horizont liegenden Teildistanzpunkte. Man drehe z. B. die Fig. 53 so, dass $AB$ und $EC$ senkrechte Linien sind und denke sich eine durch $P$ gezogene Wagrechte als Horizont.

§ 51. Ist als erste Seite eines senkrecht stehenden Quadrats eine verkürzte Wagrechte angenommen, deren Fluchtpunkt nicht der Augpunkt ist, z. B. $AB$ Fig. 57, so bilde man mit einer unverkürzten Wagrechten und einer Linie vom Augpunkt aus das verkürzte Dreieck $AbB$, mache $bc = bB$ ($= 2\,\text{mal}\, bf$) und ziehe $Ac$. Das unverkürzte Dreieck $Abc$ ist hienach $= AbB$, $AB$ ist $= Ac$ und es kann die Länge der letzteren Linie auf eine in $A$ stehende Senkrechte übertragen werden.

Ist eine Senkrechte $Ag$ und die Richtung einer verkürzten Wagrechten $AC$ gegeben, welche $= Ag$ sein soll, so wird durch einen beliebigen Punkt derselben, z. B. durch $o$, eine Linie vom Augpunkt gezogen, das Dreieck $Anm = Aon$ gebildet und $Ad = Ag$ gemacht, worauf sich durch $da$ und $aP$ die Länge $AC = Ag$ ergiebt.

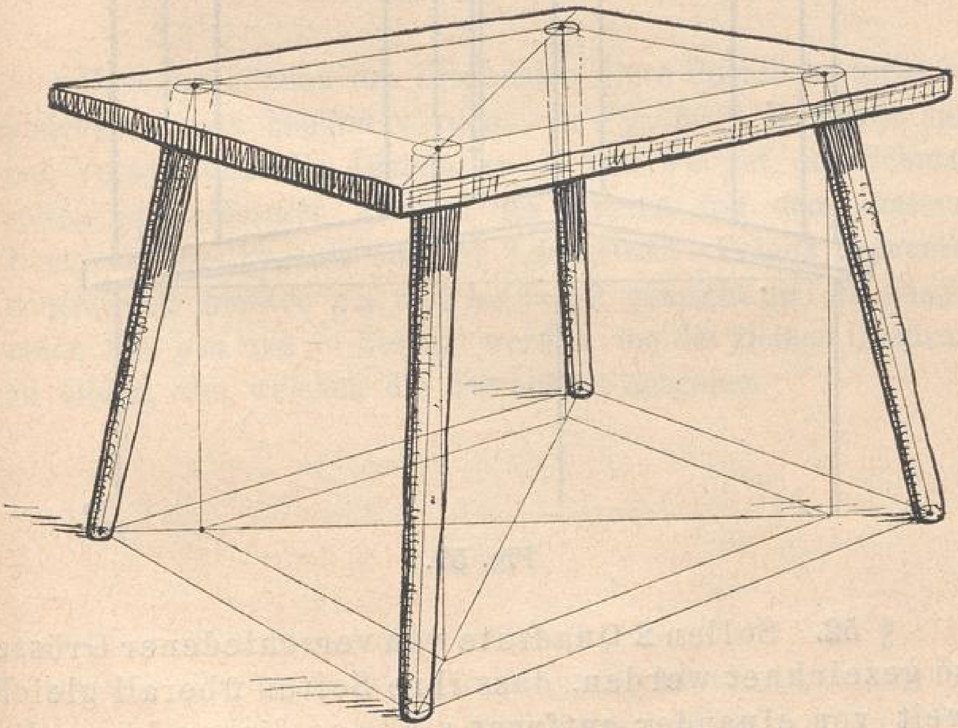


**Fig. 58.**

Mit der Bildung verkürzter Quadrate in wagrechter und senkrechter Stellung ist der Weg gezeigt, wie jedes Grössenverhältnis nicht paralleler Linien berechnet werden kann. Gelegenheit zur Anwendung von § 51 böten z. B. in Fig. 3 die Linien *g* und *h*, deren perspektivische Länge gleich dem oberen und unteren Rande der Thüröffnung sein muss.

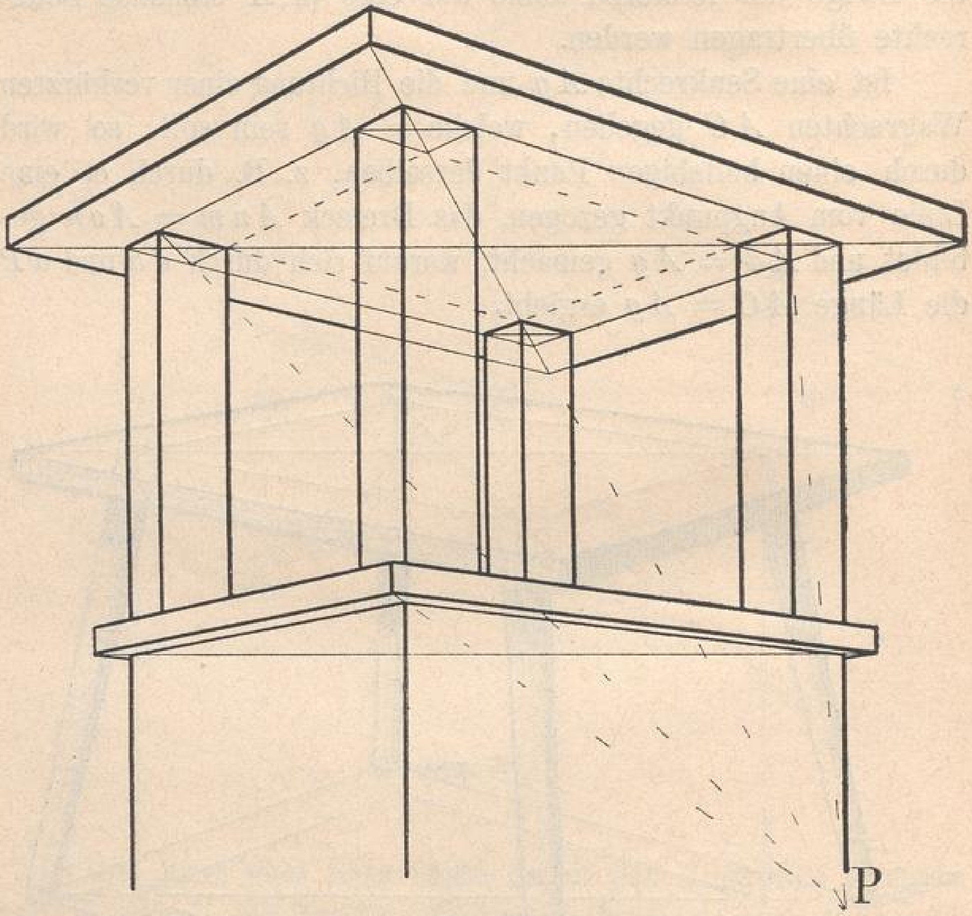



**Fig. 59.**

§ 52. Sollen 2 Quadrate von verschiedener Grösse so gezeichnet werden, dass ihre Seiten überall gleich weit von einander entfernt sind, so dienen hiezu die Diagonalen des zuerst gezeichneten Quadrats, wie Fig. 37, 58 und 59 zeigen.

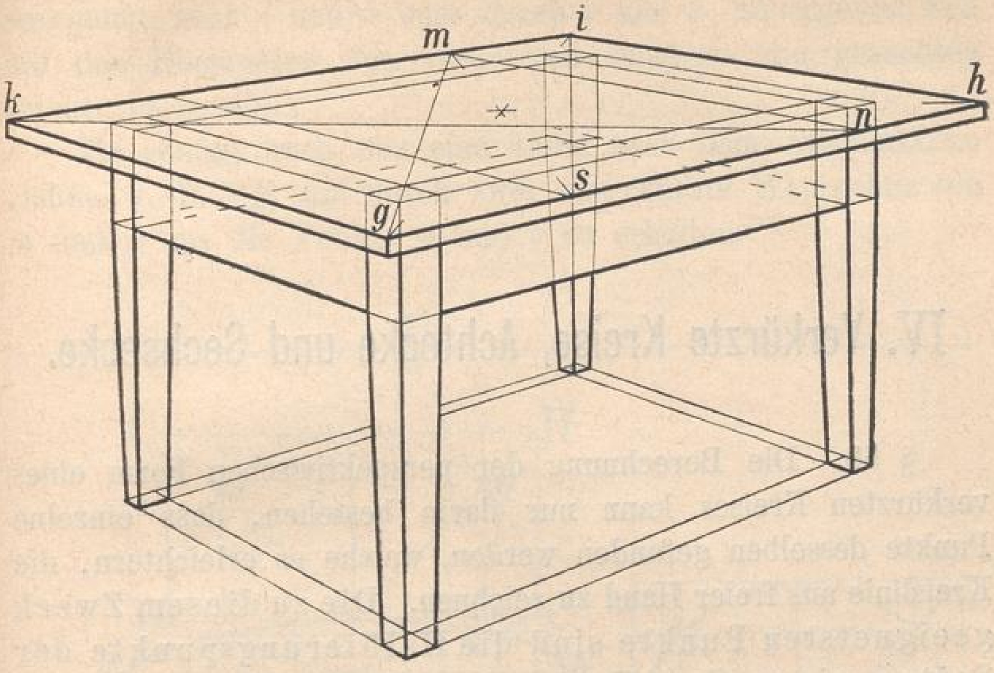



**Fig. 60.**

Dagegen können die Diagonalen eines Rechtecks nicht zu gleichem Zweck benützt werden. In Fig. 60 z. B. würde sich bei Verwendung der Diagonalen $gi$ und $hk$ auf den Schmalseiten ein grösserer Abstand des inneren von dem äusseren Rechteck ergeben, als auf den Langseiten. Behufs genauerer Ausführung müssten $gn$ und $hs = gk$ gemacht und die Diagonalen $kn$, $gm$ und $is$ benützt werden, um die kleinen Quadrate zu bilden, von welchen die Tischbeine ausgehen.

# IV. Verkürzte Kreise, Achtecke und Sechsecke.

§ 53. Die Berechnung der perspektivischen Form eines verkürzten Kreises kann nur darin bestehen, dass einzelne Punkte desselben gefunden werden, welche es erleichtern, die Kreislinie aus freier Hand zu zeichnen. Die zu diesem Zweck geeignetsten Punkte sind die Halbierungspunkte der Seiten eines den Kreis einschliessenden Quadrats und ferner die Punkte der Diagonalen dieses Quadrats, welche von dem Kreis durchschnitten werden, vgl. die geometrische Zeichnung von Quadrat und Kreis in Fig. 61.

Gewöhnlich kann man sich eines Quadrats in gerader Ansicht bedienen. Die Halbierungspunkte der Seiten, $a$, $b$, $c$ und $d$ Fig. 61 erhält man, wie in Fig. 54, mittels einer unverkürzten Wagrechten und einer vom Augpunkt ausgehenden Linie, welche durch den Schnittpunkt der Diagonalen gezogen werden.

Um die Punkte der Diagonalen, welche der Kreis durchschneiden muss, $m$, $n$, $o$, $p$ Fig. 61, zu erhalten, kann entweder mit einer der unverkürzten Seiten des Quadrats, also mit $AB$ oder $CD$ ein senkrecht stehendes Rechteck halb so hoch als breit z. B. $ABFE$ oder $CDGH$ gebildet und in diesem ein Halbkreis, wie Fig. 61 zeigt, beschrieben werden. Diese Halbkreise werden von den Diagonalen $aE$ und $aF$ oder $cG$ und $cH$ in $g$ und $h$, $y$ und $x$ durchschnitten. Zieht man nun die Senkrechten $gi$ und $hk$ oder $yz$ und $xs$ und zwei Linien vom

Augpunkt nach $i$ und $k$ oder durch $s$ und $z$, so ergeben sich auf den Diagonalen des verkürzten Quadrats die gesuchten Punkte $m, n, o, p$.

Es genügt auch nur eine Linie nach dem Augpunkt zu ziehen, z. B. $iP$, um durch zwei unverkürzte Wagrechte von $m$ und $p$ aus die Punkte $n$ und $o$ zu erhalten.

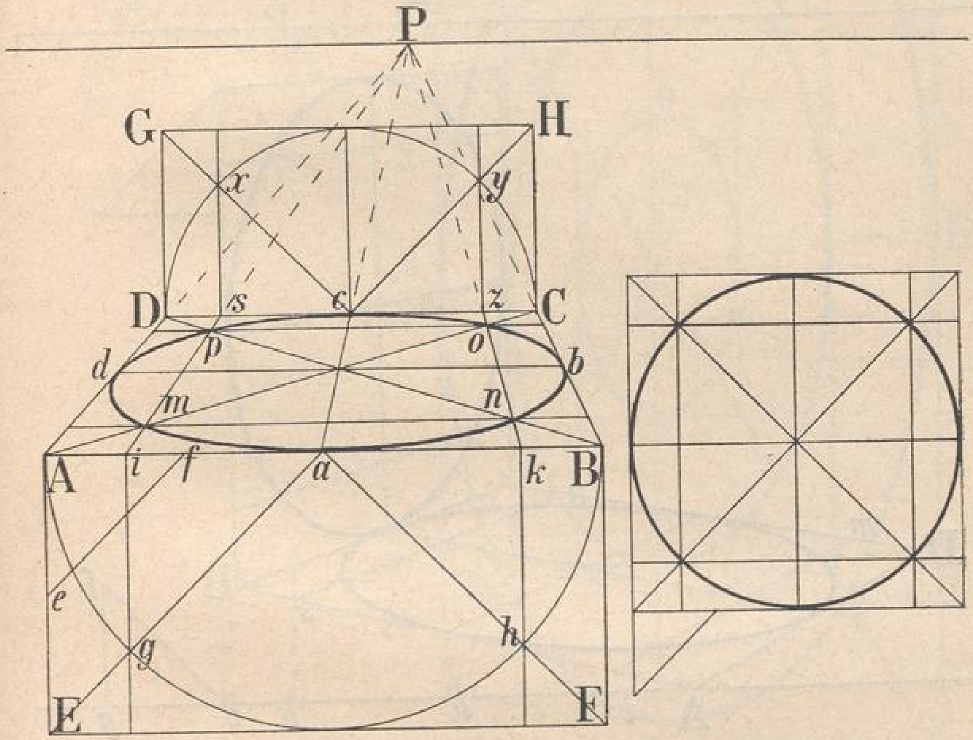



**Fig. 61.**

§ 54. Oder kann man ein rechtwinkliges Dreieck $Aef$ bilden, in welchem $Ae$ und $Af$ je = einem Viertel von $AB$ ist, worauf $ai$ und $ak$ je = $ef$ gemacht wird u. s. w.

Das letztere Verfahren ist besonders dann das bequemere, wenn ein Kreis innerhalb eines Quadrats in schräger Ansicht gezeichnet werden soll.

In diesem Fall wird durch eine Ecke des Quadrats, z. B. durch $A$ Fig. 62 eine unverkürzte Wagrechte von beliebiger Länge z. B. $Ab$ gezogen und auf derselben die Lage der

Punkte *a*, *i* und *k* auf die zuletzt angegebene Weise ($bg$ und $gf$ = einem Viertel von $Ab$, $ai$ und $ak = bf$) bestimmt. Die Übertragung dieser Teile auf die verkürzte Linie $AB$ geschieht sodann wie in Fig. 51, indem man eine Linie von *b* durch *B* nach dem Horizont und nach dem Punkte, in welchem sie ihn trifft, Linien aus *a*, *i* und *k* zieht.

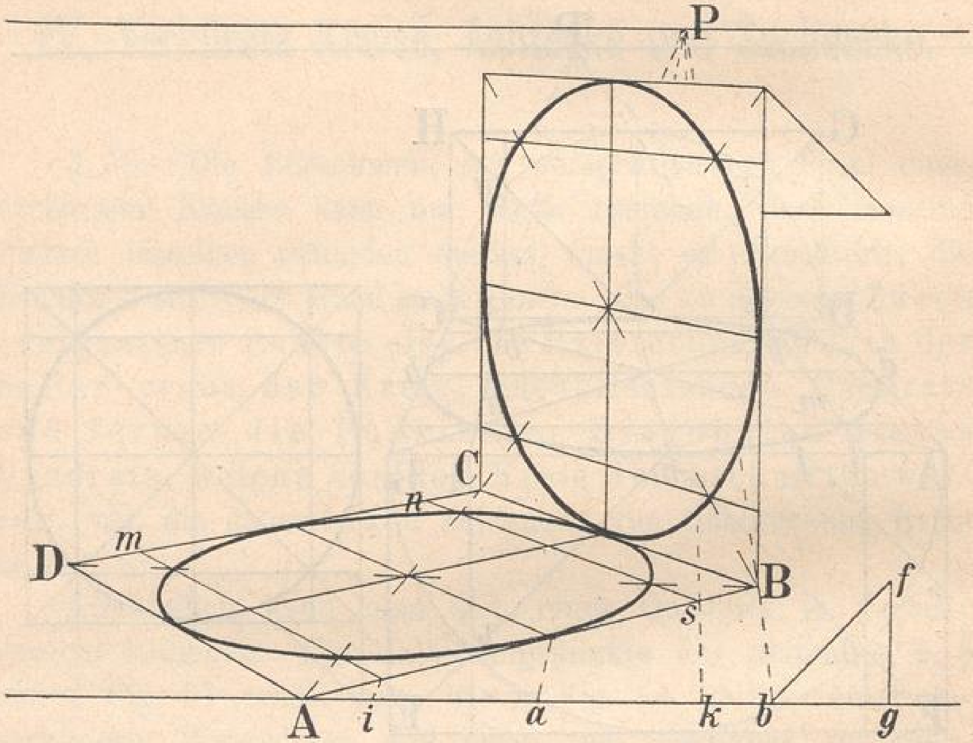



**Fig. 62.**

Auch senkrecht stehende Kreise können auf diese oder die in § 53 angegebene Weise gezeichnet werden. Man vergleiche Fig. 62 und 63 oder drehe Fig. 61 so, dass $AB$ und $CD$ als senkrechte Linien erscheinen.

§ 55. In Fig. 63 ist die Aufgabe gestellt, innerhalb eines verkürzten Quadrats drei konzentrische gleich weit von einander entfernte Kreise zu zeichnen.

Der äusserste Kreis ist entsprechend § 53 so gebildet, dass $mn = Dm$ gemacht, $Dn$ mit der Zirkelweite $Dm$ in *o*

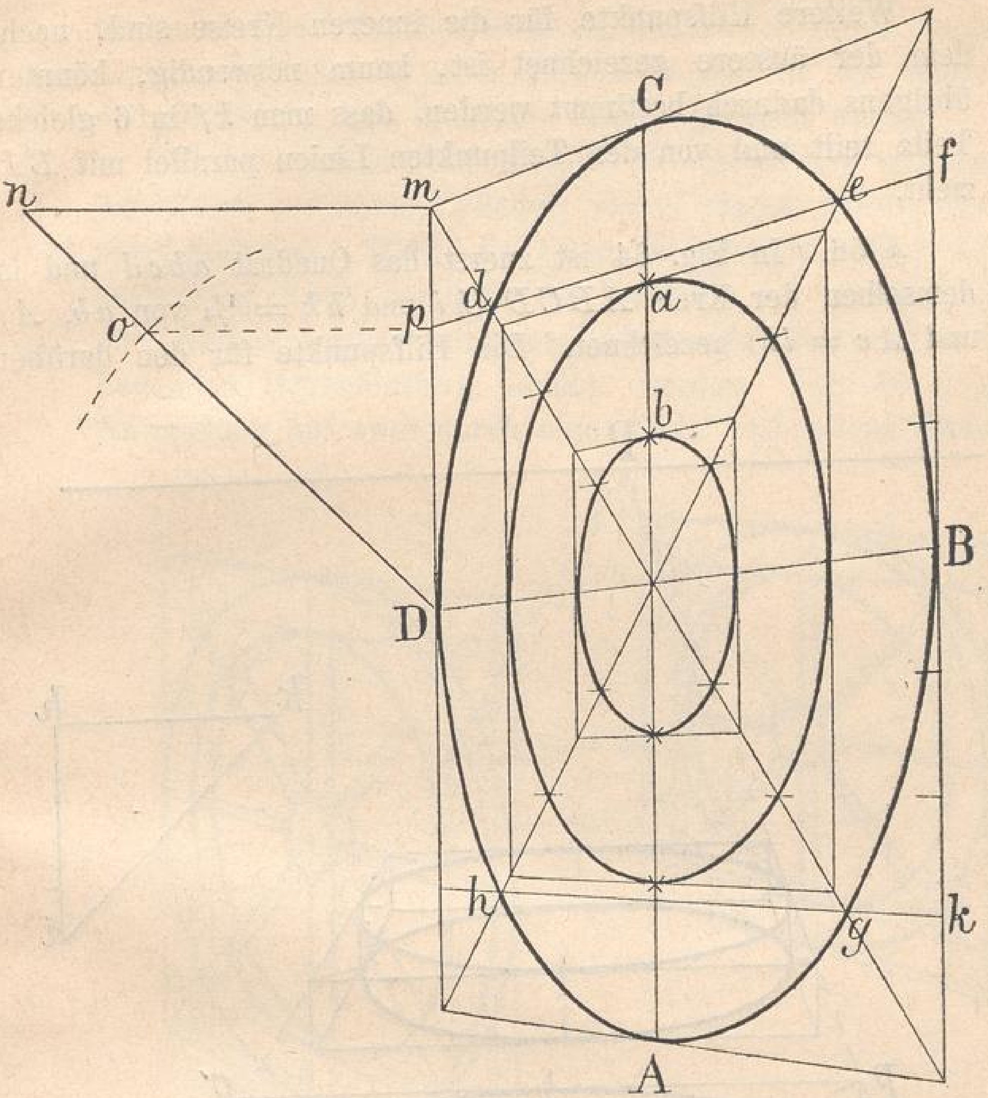



**Fig. 63.**

geschnitten und von $o$ eine unverkürzte Wagrechte nach $p$ gezogen wurde. Mittels einer Linie vom Fluchtpunkt der wagrechten Quadratseiten durch $p$ erhält man die Hilfspunkte $d$ und $e$, durch zwei Senkrechte von diesen aus die Punkte $g$ und $h$. Hierauf ist $AC$ in 6 gleiche Teile geteilt und ergeben sich die Punkte, in welchen die Linie $BD$ von den beiden inneren Kreisen durchschnitten wird, mittels ihrer gemäss § 52 von $a$ und $b$ aus gebildeten Quadrate.

Weitere Hilfspunkte für die inneren Kreise sind, nachdem der äussere gezeichnet ist, kaum notwendig, könnten übrigens dadurch bestimmt werden, dass man $kf$ in 6 gleiche Teile teilt und von den Teilpunkten Linien parallel mit $BD$ zieht.

§ 56. In Fig. 64 ist zuerst das Quadrat $abcd$ und in demselben der Kreis $ABCD$ ($hi$ und $hk = \frac{1}{4}$ von $ab$, $Af$ und $Ae = ik$) gezeichnet. Die Hilfspunkte für den darüber

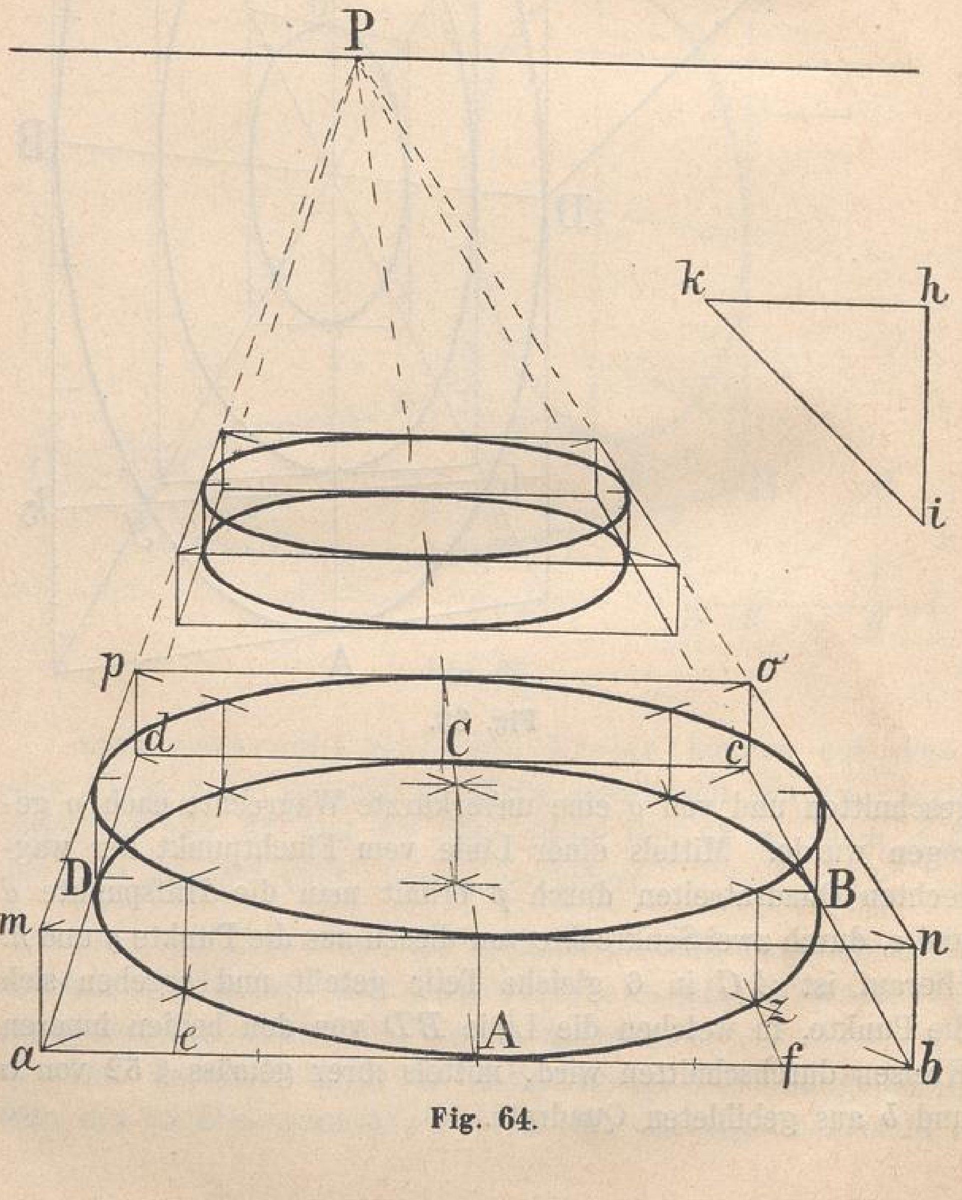



**Fig. 64.**

liegenden Kreis ergeben sich am einfachsten durch senkrechte Linien, welche von $A$, $z$, $B$ u. s. w. bis zu den Seitenlinien und Diagonalen des Quadrats $mnop$ gezogen werden.

Es ist hieraus beispielsweise die Ausführung verschiedener Kreislinien an einem Cylinder, einem runden Turme oder dgl. zu entnehmen. Wird die Figur so gedreht, dass $ab$ eine senkrechte Linie darstellt, so kann sie zur Ausführung von zwei hintereinander stehenden Rädern oder von in einer Flucht liegenden Bogenfenstern benützt werden. Fig. 65 zeigt die Anwendung auf zwei durch eine Achse verbundene Räder.

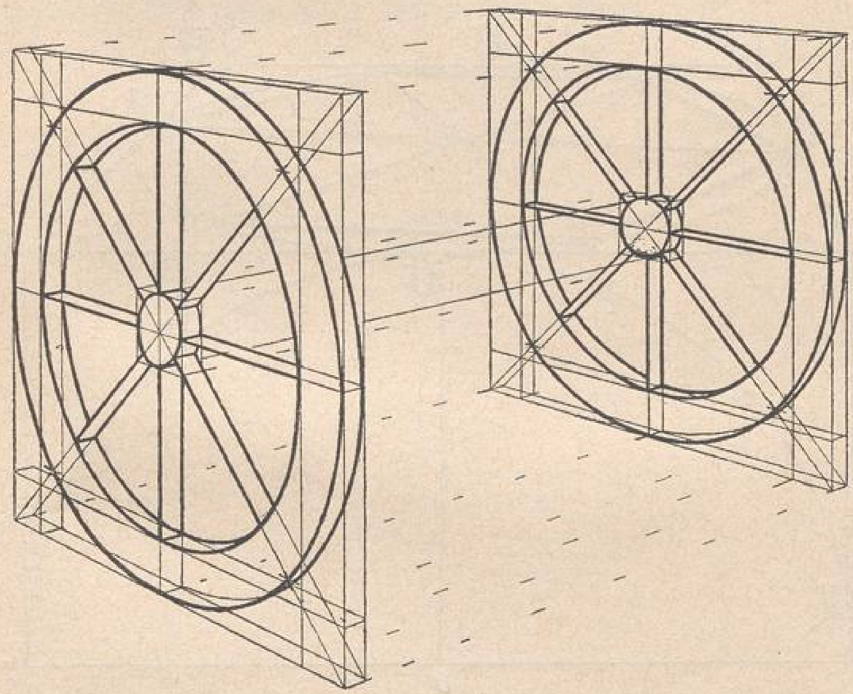


**Fig. 65.**

§ 57. Regelmässige Achtecke, Sechsecke u. s. w. entstehen, wenn man eine Kreislinie in die erforderliche Zahl von gleichen Teilen teilt und die Teilpunkte durch gerade Linien verbindet.

Die Teilung eines Kreises in 8 gleiche Teile ergiebt sich, wie Fig. 61 zeigt, durch die Halbierungslinien und die Diagonalen des den Kreis einschliessenden Quadrats: verbindet man die Punkte *a, n, b, o, c, p, d, m* Fig. 61 durch gerade Linien, so erhalten wir die perspektivische Form eines verkürzten Achtecks.

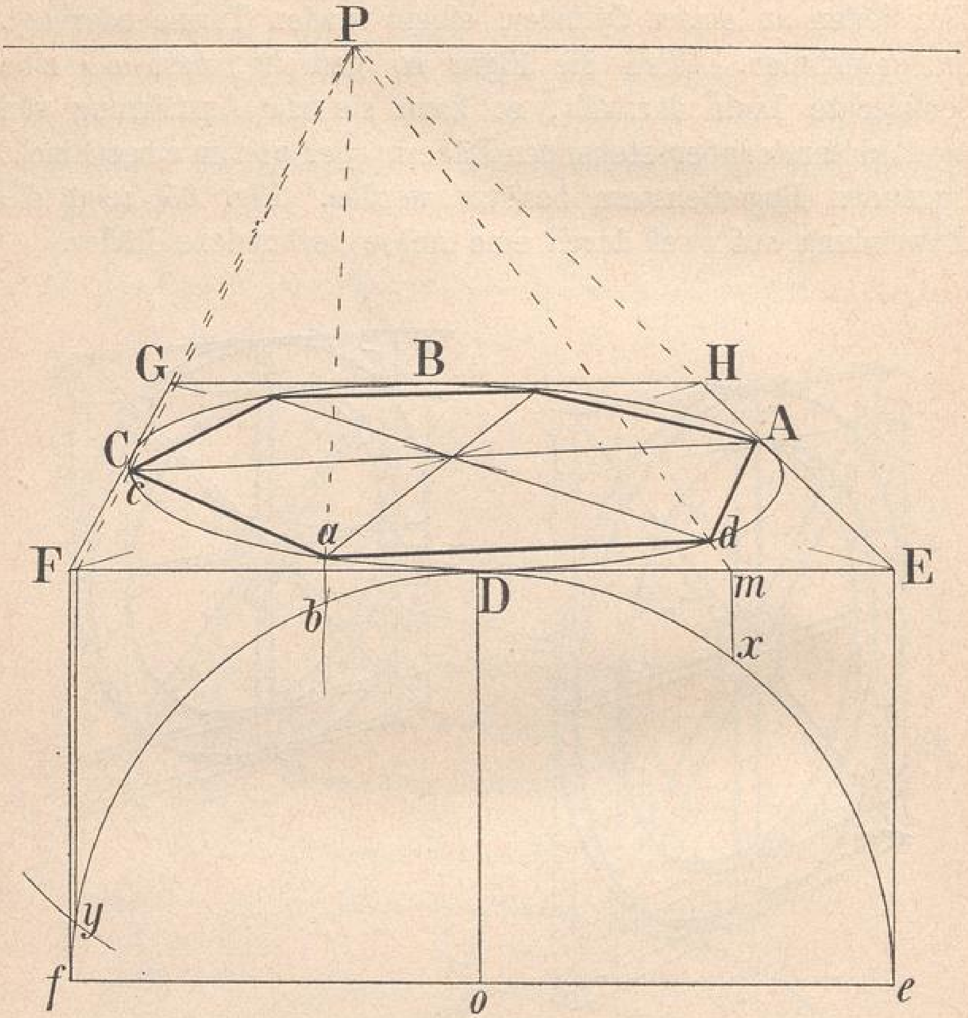



**Fig. 66.**

Der sechste Teil eines Kreises ergiebt sich, wenn man von einem beliebigen Punkt der Kreislinie aus dieselbe mit der Zirkelweite eines Halbmessers schneidet. Wird z. B. der Halbkreis *f D e* Fig. 66 mit der Zirkelweite *D o* von *x* in *b*, von *b* in *y* geschnitten, so sind *x b* und *b.y* Sechstel des ganzen Kreises.

Um demgemäss von einem bestimmten Punkte des verkürzten Kreises Fig. 66, z. B. von $a$ aus ein verkürztes Sechseck zu zeichnen, wird $EF$ halbiert, $Do =$ einer Hälfte von $EF$ gemacht und mit der Zirkelweite $oD$ der Halbkreis $fDe$ gebildet. Hierauf überträgt man den Punkt $a$ durch eine von $P$ durch $a$ gezogene Linie nach $EF$ und von da durch eine Senkrechte nach $b$. Von $b$ wird der Kreis mit derselben Zirkelweite $oD$ in $x$ und $y$ geschnitten, der Punkt $x$ nach $m$ und von da nach $d$, ebenso $y$ nach $c$ übertragen; die drei anderen Ecken ergeben sich durch die von $a$, $d$ und $c$ durch den Mittelpunkt des Kreises, d. h. durch den Schnittpunkt der Diagonalen $EG$ und $FH$ gezogenen Linien.

Der Verfasser hat s. Z. eine Anzahl von Modellen aus Pappe hergestellt, welche sich in Verbindung mit der perspektivischen Belehrung als sehr praktisches Unterrichtsmittel erwiesen haben und in vielen Schulen des In- und Auslands eingeführt sind. Von den mannigfachen Formen ihrer Zusammenstellung geben die Abbildungen auf den nächsten Seiten einige Beispiele. Die genauen Masse der einzelnen Stücke sind im Katalog der Wittwer'schen Buchhandlung angegeben.

Die Modelle eignen sich besonders zur Übung des Auges in der richtigen Auffassung der Grössenverhältnisse sowie der Licht- und Schattenwirkung. Damit die perspektivische Richtung der verkürzten Linien, z. B. das Fallen und Steigen verkürzter wagrechter Linien, sich dem Schüler deutlich bemerkbar mache, darf sein Standpunkt nicht weit vom Modell entfernt sein.

---