



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

5. Erddruck

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

oder spaltenreichem Gebirge wird der hydrostatische Druck auf der ganzen Grenzfläche übertragen. Bei Felsuntergrund hängt der auf eine Fläche  $F$  bezogene mittlere Sohldruck, abgesehen von allgemeinen geologischen Verhältnissen, von der Zerklüftung des Untergrundes und von der Wirkung einer Sohlenentwässerung ab. Er wird als Produkt aus der Druckintensität und dem belasteten Flächenteil  $\alpha F$  bestimmt.

Der Druckabfall quer zur Achse wird bei Talsperren linear angenommen. Man setzt den Sohldruck an der Wasserseite gleich dem hydrostatischen Druck und an der Luftseite Null. Der Beiwert  $\alpha$  hängt ab von dem Spaltenreichtum des Gebirges und von der Güte des Anschlusses zwischen Felsen und aufgehendem Mauerwerk, also vom Druckabfall durch die Reibung des Wassers in den Poren. Er ist für die Abmessungen des Mauerquerschnittes von großer Bedeutung und muß durch Vorarbeiten sorgfältig bestimmt werden. In den Vorschlägen des Talsperrenausschusses des Deutschen Wasserwirtschafts- und Wasserkraftverbandes und in behördlichen Bestimmungen ist bei guten, mittleren oder weniger guten, natürlichen Verhältnissen  $\alpha = 0,2$  oder  $0,3$  oder  $0,4$  vorgesehen.

Lickfeld: Zbl. Bauverw. 1898. — Fillunger: Der Auftrieb in Talsperren. Öst. Wochenschrift f. d. öffentl. Baudienst 1913. — Kammüller, K.: Die Theorie der Staumauern. Berlin 1929. — Mitteilungen des Deutschen Wasserwirtschafts- und Wasserkraftverbandes Nr. 28 (1930).

### 5. Erddruck.

Die Theorie des Erddrucks behandelt das Gleichgewicht lockerer Erdmassen mit idealisierten physikalischen Eigenschaften im Grenzzustand zwischen Ruhe und Bewegung. Der Widerstand  $\tau^*$  gegen die relative Bewegung der Bestandteile aus der Kohäsion und der inneren Reibung der Schüttung wird längs eines Gleitlinienfeldes erschöpft. Gleichgewicht ist so lange vorhanden, als die Schubspannung längs einer Gleitfläche

$$\tau < \tau^* = \mu_0 \sigma + \tau_0 = \sigma \mu = \sigma \operatorname{tg} \varphi. \quad (5)$$

$\tau = \tau^*$  heißt Fließbedingung.  $\tau_0$  ist der Anteil des Schubwiderstandes aus der Kohäsion,  $\mu_0$  der Beiwert der Coulombschen Reibung. Er hängt von der Oberflächenbeschaffenheit und von dem Strukturwiderstand der Bestandteile ab. Der Winkel  $\varphi$  wird als Winkel der inneren Reibung bezeichnet.

Die Fließbedingung bestimmt mit den statischen Gleichgewichtsbedingungen und den geometrischen Verträglichkeitsbedingungen (Abschnitt 8) die Form der Gleitflächen und den Spannungszustand an der Fließgrenze. Die Randwerte  $(\sigma \mp \tau) dF$  längs des stützenden Körpers werden bei der Untersuchung der Stabilität der Stützmauer als äußere Kräfte verwendet. Leider gelingt die Integration des Ansatzes nur in einfachen Fällen. Man ist daher im Bauwesen durch die mannigfache Art der Aufgaben und durch die physikalischen Eigenschaften des gewachsenen oder angeschütteten Erdbodens zur Vereinfachung der Theorie gezwungen. Sie stützt sich auf unmittelbare Beobachtung und Annahmen über den Bewegungsvorgang. Diese sind hier ebenso zulässig wie bei anderen technischen Aufgaben, deren Lösung durch Versuche als qualitativ richtige und quantitativ brauchbare Näherung bestätigt wird. Dabei tritt das statische Problem zurück. Die Gleitflächen werden nicht wie in der strengen Theorie berechnet, sondern als ebene oder gekrümmte Flächen mit Kreis oder logarithmischer Spirale als Leitkurve angenommen. Nebenher sind auch Methoden zur Beschreibung des Spannungszustandes im unbegrenzten Erdkörper angegeben worden, von denen diejenigen von W. I. M. Rankine und O. Mohr am meisten Beachtung gefunden haben. Die Beziehungen zwischen den physikalischen Eigenschaften des Erdbodens und dessen innerem Widerstand sind namentlich in der jüngsten Zeit geklärt worden.

**Physikalische Voraussetzungen.** Die Standsicherheit einer Stützmauer oder eines Bauwerks mit gleicher Zweckbestimmung beruht auf dem Gleichgewicht der

*verbal. addiert*



äußeren Kräfte, welche im Grenzzustand zwischen Ruhe und Bewegung an einem durch Gleitflächen begrenzten Erdkörper angreifen. In diesem Falle ist  $\tau = \tau^* = \sigma \operatorname{tg} \varphi$ . Die inneren Kräfte werden in Normalkräfte  $\sigma dF$  und Schubkräfte  $\tau^* dF$  zerlegt und im Bereich der einzelnen Abschnitte der Begrenzung zu Mittelkräften zusammengefaßt, um damit die statischen Bedingungen für das Gleichgewicht eines freien, vom Erdkörper losgetrennten Erdprismas zu untersuchen. Auf diese Weise kann die Standsicherheit von Böschungen, Spundwänden, Pfahlrosten und die Stabilität von Gründungen geprüft werden. Bei zahlreichen anderen Aufgaben wird der angreifende Teil der Randkräfte  $(\sigma \hat{+} \tau^*) dF$  von dem widerstehenden Teil getrennt und einzeln als aktiver und passiver Erddruck nach Größe, Richtung und Lage bestimmt, um aus dem Vergleich der Kräfte auf die Standsicherheit des Bauwerks zu schließen.

Der Grenzzustand der Bewegung hängt vom Gewicht und von der Schubfestigkeit des abgestützten Mittels ab. Diese wird in der Regel auf den Winkel der inneren Reibung  $\varphi$  (S. 5) bezogen, den die Richtung der resultierenden Spannung  $\sigma \hat{+} \tau^*$  im Grenzzustand zwischen Ruhe und Bewegung mit der Normalen zur Gleitfläche einschließt. Die Schubfestigkeit von Kiesen und Sanden beruht fast allein auf dem Strukturwiderstand, bei bindigen Böden außerdem noch auf der Kohäsion des Mittels. Hierbei spielen neben der Lagerung, Verdichtung und dem Porengehalt des Mittels vor allem die Molekularkräfte eine Rolle, die von dem Porenwasser hervorgerufen werden. Daher hängt die Schubfestigkeit auch von der Wasserdurchlässigkeit, der Wasseraufnahme und Wassersättigung ab. Sie ist eine Funktion der Normalspannung und sinkt mit zunehmendem  $\sigma$ . In jedem Falle sind die ungünstigsten Verhältnisse maßgebend, um einer Gleichgewichtsstörung mit Sicherheit durch ausreichende Standfestigkeit des Bauwerks zu begegnen. Die Bodenkonstanten werden daher bei unklaren Verhältnissen stets durch Versuche geprüft.

Im Grenzzustand zwischen Ruhe und Bewegung bilden die differentialen Kräfte  $(\sigma \hat{+} \tau) dF$  längs der Stützwand mit der Normalen einen Winkel  $\delta'$ , dessen Grenzwert durch Versuche bestimmt werden kann, jedoch stets auch von den Bewegungen der Wand, von der Erschütterung und Wassersättigung des Erdkörpers und von der Grundwasserbewegung abhängig ist. Er ist kleiner als der Winkel der inneren Reibung  $\varphi$  und kann ohne nähere Angaben bei günstigen örtlichen Verhältnissen mit  $0,6 \varphi$  geschätzt werden. In anderen Fällen wird  $\delta' = 0,5 \varphi$ ,  $\delta' = 0,3 \varphi$  oder auch  $\delta' = 0$  angenommen. Er ist für den Betrag des Erddrucks ohne große Bedeutung, dagegen für die Beurteilung der Stabilität der Stützwand wichtig.

**Ansatz für die angenäherte Berechnung nach Coulomb und Poncelet.** Die Stützwand gilt in der statischen Untersuchung als unendlich lang, so daß sich die Kräfte in Schnitten senkrecht zur Längsachse nicht ändern. Die ebene Gleitfläche der Anfangsbewegung schneidet die Bildebene in einer geraden Gleitlinie. Sie schließt mit der Wand und der Geländeoberfläche ein Erdprisma ein, dessen Elemente im Grenzzustand ein ruhendes Massensystem bilden. Die äußeren Kräfte an dem Erdprisma sind daher ebenso wie am starren Körper im Gleichgewicht. Zu ihnen zählen das Eigengewicht des Erdprismas, die Auflasten und die Mittelkräfte von  $(\sigma \hat{+} \tau) dF$  an den Gleitflächen im Erdkörper und längs der Wand.

Die resultierende Flächenkraft  $E$  bildet im Grenzzustand an jedem geraden Abschnitt der Wandlinie mit der Normalen den Winkel  $\delta'$  (Abb. 1) der ruhenden Reibung zwischen Erde und Mauerwerk. Sie ist eine Funktion physikalischer Konstanten. Die Richtung der Mittelkraft  $Q = \int (\sigma \hat{+} \tau) dF$  an der Gleitfläche ist durch das Verhältnis zwischen Schubspannung und Normalspannung  $\tau/\sigma = \operatorname{tg} (\pm \delta)$ , im Grenzfall  $\tau^*/\sigma = \operatorname{tg} (\pm \varphi)$  bestimmt. Das Vorzeichen ergibt sich aus dem Richtungssinn der Schubspannungen, also aus der Richtung der im Grenzfall eintretenden Bewegung. Das positive Vorzeichen ( $+ \varphi$ ) wird dem aktiven Erddruck  $E_a$  in



Richtung auf den stützenden Wandteil, das negative Vorzeichen ( $-\varphi$ ) dem passiven Erddruck  $E_p$  zugeordnet, welcher bei einer Bewegung der Stützmauer gegen den Erdkörper von diesem aufgenommen wird.

Die Ebene  $AC$  mit dem beliebigen Winkel  $\lambda$  begrenzt nach Abb. 1 ein Erdprisma von der Tiefe 1 m und dem Gewicht  $G(\lambda)$ . Der Erddruck  $E(\lambda)$  wird nach Größe und Richtung aus der Zerlegung von  $G$  nach  $E$  und  $Q$  gefunden. Im Grenzzustand zwischen Ruhe und Bewegung ist mit  $\delta = \varphi$

$$E_p = G \frac{\sin(\lambda \mp \varphi)}{\sin(\lambda + \varphi \mp \varphi)} \quad (6)$$

Der Betrag der Kraft  $E$  kann bei Annahme eines beliebigen Querschnittes  $AC_k$  als Gleitfläche durch Drehung der Abb. 1b ( $\delta = \varphi$ ) um  $(90 - \varphi)^0$  zeichnerisch im Lageplan angegeben werden (Abb. 2). Das Gewicht  $G$  des Erdprismas  $ABC_k$  und seiner Auflast erscheint dann auf dem freien Schenkel des von der Horizontalen aus aufgetragenen Winkels  $\varphi$ , der Böschungslinie. Die Kraft  $Q$  bildet mit  $G$  den Winkel  $(\lambda - \varphi)$ , liegt also auf  $AC_k$ , während die Kraft  $E$  mit der Böschungslinie den Winkel  $\varphi$  einschließt. Diese Richtung wird als Stellungslinie bezeichnet. Sie wird als freier Schenkel eines Winkels  $(\varphi + \delta')$  erhalten, den diese Richtung mit der Wandlinie  $BA$  einschließt ( $\varphi = \vartheta - \delta'$ ). Der Schnittpunkt der Krafrichtungen von  $E$  und  $Q$  beschreibt bei veränderlichem Winkel  $\lambda$  eine stetige oder unstetige Linie, die als Culmannsche Erddrucklinie bezeichnet wird. Die zur Böschungslinie parallele Berührende an die Erddrucklinie liefert den Grenzwert der Kraft  $E$  und die Gleitlinie  $AC_0$  ( $\lambda = \lambda_0$ ). Diese begrenzt je nach Verwendung von  $+\varphi, +\delta'$  oder  $-\varphi, -\delta'$  das Prisma des größten aktiven Erddrucks  $E_a$  oder das Prisma des kleinsten passiven Erddrucks  $E_p$ , welcher zum Gleichgewicht der Kräfte nötig ist.

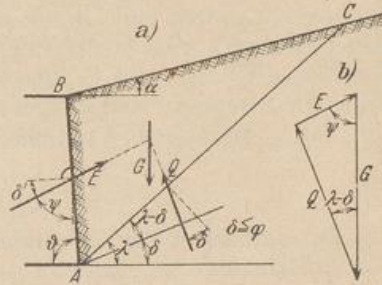


Abb. 1.

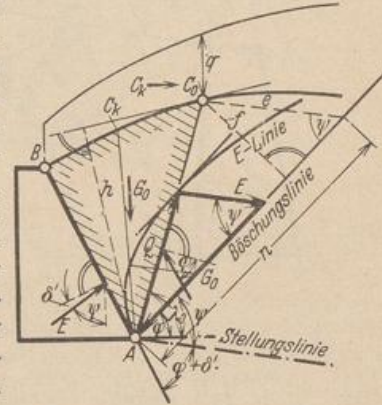


Abb. 2.

Das mathematische Kriterium ist bei einer stetigen Funktion  $G(\lambda)$

$$E_{\text{extrem}}: \quad \frac{\partial E}{\partial \lambda} = 0 \quad \text{und} \quad \varphi = \text{const}, \quad \text{also} \quad \frac{d\varphi}{d\lambda} = 0. \quad (7)$$

$E_a$  wird hiernach als unterer,  $E_p$  als oberer Grenzwert der Funktion  $E(\lambda)$  gefunden (Abb. 3). Die Kraft  $E_a$  oder  $E_p$  kann auch als konstanter, für die Stabilität der Stützmauer charakteristischer Wert angesehen werden, der mit dem Gewicht  $G(\lambda)$  und der Mittelkraft  $Q(\lambda)$  an dem beliebigen Erdprisma  $ABC$  im Gleichgewicht steht (Abb. 1). Die Mittelkraft  $Q(\lambda)$  bildet dann mit der Normalen zu  $AC$  einen mit  $\lambda$  veränderlichen Winkel  $\delta$ , der für  $\lambda = \lambda_0$  und  $AC \equiv AC_0$  zum Grenzwert  $\delta_{\text{extrem}} = \pm \varphi$  wird (Abb. 2). Der Querschnitt  $AC_0$  ist daher Gleitfläche. Dies bedeutet in Übereinstimmung mit (7) mathematisch:

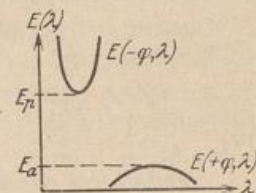


Abb. 3. Die Funktion des Erddrucks  $E(\lambda)$  bei vorgeschriebenem inneren Reibungswiderstand  $\pm \varphi$ .

$$\delta_{\text{extrem}}: \quad \frac{\partial \delta}{\partial \lambda} = 0 \quad \text{und} \quad E = \text{const}, \quad \text{also} \quad \frac{dE}{d\lambda} = 0. \quad (8)$$



Nach (6) und Abb. 2 ist für den aktiven Erddruck:

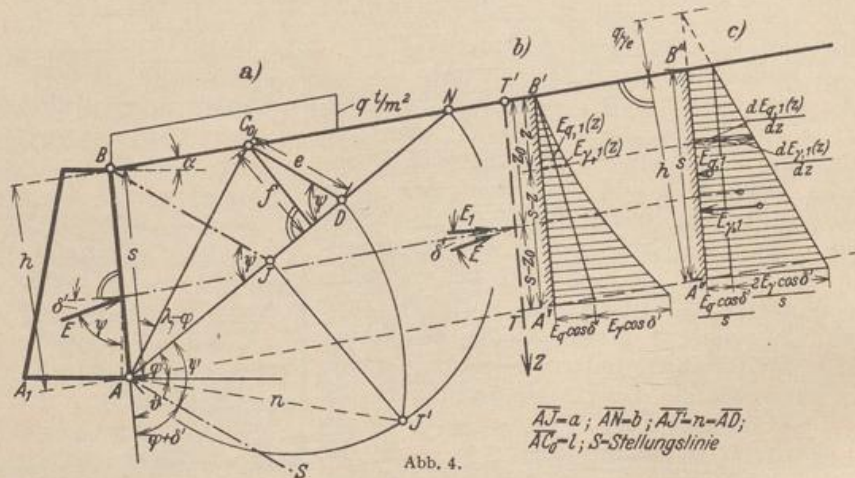
$$\frac{dE}{d\lambda} = G_0 \sin \psi + \frac{dG_0}{d\lambda} \sin(\lambda - \varphi) \sin(\lambda - \varphi + \psi) = 0;$$

$$G_0 = \frac{1}{2} \left( \gamma + \frac{2q}{h} \right) f n = \frac{1}{2} \gamma' f n \quad (\text{Rebhanscher Satz}). \quad (9)$$

$G_0$  ist das Gewicht eines durch  $AC_0$  abgetrennten Erdkeils mit allen darauf ruhenden Lasten. Es wird in der Regel auf 1 m Tiefe bezogen.  $\gamma$  in  $t/m^3$  bezeichnet das spezifische Gewicht der Erdmassen,  $q$  in  $t/m^2$  die Auflast im Punkt  $C_0$  der Geländelinie. Die Strecken  $f$  und  $n$  ergeben sich in Abb. 2 mit der Parallelen zur Stellungslinie in  $C_0$ , die Strecke  $h$  mit der Tangente zur Geländelinie in  $C_0$ . Nach (6) ist dann

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma' f n \frac{\sin(\lambda - \varphi)}{\sin(\lambda - \varphi + \psi)} = \frac{1}{2} \gamma' f e. \quad (10)$$

Die Brauchbarkeit der Coulombschen Annahme ebener Gleitflächen bei Erddruck auf Stützmauern ist durch Th. von Kármán nach der strengen Theorie (S. 5)



Beispiel:

$\alpha = 10^\circ$ ,	$q = 3,0 \text{ t/m}^2$ ,	$h = 6,0 \text{ m}$ ,	Kraft bezogen auf 1 m Tiefe:
$\vartheta = 85^\circ$ ,	$\gamma = 1,9 \text{ t/m}^3$ ,	$s = 6,21 \text{ m}$ ,	$E_a = \frac{1}{2} \gamma' f e = 13,66 \text{ t}$ ,
$\varphi = 40^\circ$ ,	$\gamma' = 2,9 \text{ t/m}^3$ ,	$e = 3,17 \text{ m}$ ,	$E_y = \frac{1}{2} \gamma' f e = 8,95 \text{ t}$ ,
$\delta' = 15^\circ$ ,	$q/\gamma = 1,58 \text{ m}$ ,	$f = 2,97 \text{ m}$ ,	$E_x = q f e / h = 4,71 \text{ t}$ .

geprüft worden. Das Gleitlinienfeld ist dabei zunächst für eine raue lotrechte Wand und waagerechtes oder abfallendes Gelände und für die Fließbedingung (S. 5) berechnet worden. Das Ergebnis rechtfertigt die Annahmen der elementaren Theorie.

**Lösung bei gerader Wand- und Erdlinie.** Die Gleitlinie  $AC_0$  kann bei gerader Geländelinie und gleichförmig verteilter Nutzlast geometrisch bestimmt werden, da nach dem Rebhanschen Satze die Strecke  $\overline{AD} = n = \sqrt{ab}$  und  $DC_0$  zur Stellungslinie parallel ist. Die Aufgabe wird dann zeichnerisch folgendermaßen gelöst (Abb. 4).

Waagerechte Gerade durch den unteren Endpunkt  $A$  der Wandlinie  $AB$ , für welche der Erddruck angegeben werden soll. Auf dem freien Schenkel des Winkels  $\varphi$ , der Böschungslinie, wird die Strecke  $b = \overline{AN}$  durch die Geländelinie abgeschnitten. Die Parallele durch  $B$  zur Stellungslinie, die mit der Wandlinie den Winkel  $(\varphi - \delta')$  einschließt, schneidet  $AN$  im Punkte  $J$  ( $\overline{AJ} = a$ ). Die Strecke  $\overline{AD} = n$  wird als mittlere Proportionale zu den Strecken  $a$  und  $b$  konstruiert, so daß auch die Strecken  $e$  und  $f$  bekannt sind und  $E_a$  nach (10) angegeben werden kann. Um den passiven Erddruck  $E_p$  zeichnerisch zu bestimmen, werden die Winkel  $\varphi$ ,  $(\varphi + \delta')$ ,  $\delta'$  mit



negativem Vorzeichen verwendet, also in Abb. 4 nach der anderen Seite von  $AA_1$ ,  $AB$  und der Normalen zu  $AB$  angetragen.

Um den Betrag der Kraft  $E_a$  analytisch zu berechnen, werden die Strecken  $f$  und  $e$  durch  $h$  und die Funktionen der bekannten Winkel  $\vartheta$ ,  $\alpha$ ,  $\varphi$  und  $\delta'$  ausgedrückt. Das Ergebnis wird entweder auf  $\gamma'$  bezogen oder in die Anteile  $E_\gamma$  und  $E_q$ , dem Erddruck aus der Hinterfüllung ( $\gamma$ ) und der Auflast ( $q$ ), zerlegt.

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma' h^2 k_1 = E_\gamma + E_q = \frac{1}{2} \gamma h^2 k_1 + q h k_1; \quad (11)$$

$$\gamma' = \gamma + \frac{2q}{h}; \quad k_1 = \frac{fe}{h^2}. \quad (12)$$

Schräge Wandlinie ( $\vartheta$ ), geneigtes Gelände ( $\pm \alpha$ ) Abb. 4:

$$k_1 = \frac{\sin^2(\varphi + \vartheta)}{\sin^2(\vartheta + \alpha) \cdot \sin(\vartheta - \delta') \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta') \cdot \sin(\varphi - \alpha)}{\sin(\vartheta - \delta') \cdot \sin(\vartheta + \alpha)}} \right]^2}. \quad (13)$$

Lotrechte Wandlinie ( $\vartheta = 90^\circ$ ) und geneigtes Gelände ( $\pm \alpha$ ):

$$k_1 = \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \alpha \cdot \cos \delta' \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta') \sin(\varphi - \alpha)}{\cos \delta' \cos \alpha}} \right]^2}. \quad (14)$$

Lotrechte Wandlinie ( $\vartheta = 90^\circ$ ), waagerechtes Gelände ( $\alpha = 0$ ) und  $\delta' \neq 0$ :

$$k_1 = \frac{\cos^2 \varphi}{\cos \delta' \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta') \sin \varphi}{\cos \delta'}} \right]^2}. \quad (15)$$

Lotrechte Wandlinie ( $\vartheta = 90^\circ$ ), waagerechtes Gelände ( $\alpha = 0$ ) und  $\delta' = 0$ :

$$k_1 = \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (16)$$

Bei Auswertung des passiven Erddrucks  $E_p$  werden  $\varphi$ ,  $\delta'$  und die Wurzel mit dem negativen Vorzeichen verwendet.

Während das Gewicht des Erdbodens nach den Angaben auf S. 12 durch kapillar gebundenes Porenwasser erhöht wird, ergibt sich in einem zusammenhängenden Grundwasserkörper durch den Druckunterschied an der Oberfläche der undurchlässigen Bestandteile eine Gewichtsverminderung (Auftrieb). Dafür wird der Druck auf die stützende Wand um den Wasserdruck vermehrt, der sich in durchlässigen Bodenarten allseitig ausbreitet. Die äußeren Kräfte setzen sich daher aus dem Erddruck auf die Wand ohne die Mitwirkung des Grundwassers, aus dem Wasserdruck und aus der Abminderung des Erddrucks durch Auftrieb zusammen. Dieser ist als Massenkraft  $\gamma_a$  auf das Kornvolumen  $\varepsilon = (1 - \bar{\varepsilon})$  des Erdbodens beschränkt.  $\bar{\varepsilon}$  bezeichnet den leicht meßbaren Porengehalt, der bei Sanden je nach der Lagerung mit 40% (locker), 30% (dicht), 25% (sehr dicht), bei locker gelagerten Kiesen mit 28%, bei dicht gelagerten Kiesen mit 20% eingeschätzt werden kann. Der Porengehalt eines sandigen Lehms beträgt im Durchschnitt 30%. Nach Abb. 5 ist daher bei gerader Wandlinie ( $s, s_w$ )

$$E \hat{=} W = E_q \hat{=} E_\gamma \hat{=} \gamma_w \frac{s_w t_w}{2} \hat{=} E_\gamma \frac{\gamma_w}{\gamma_s} \frac{s_w^2}{s^2} (1 - \bar{\varepsilon}). \quad (17)$$

**Lösung bei gerader Wand- und gebrochener Geländelinie.** Da Ableitung und Ergebnis nach (9) auch gültig bleiben, solange  $G(\lambda)$  im Bereiche von  $C_0$  stetig ist,

Tabelle 1 (vgl. auch S. 12).

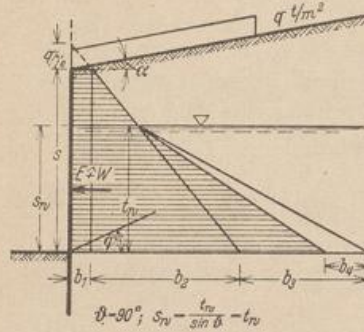
$$k_1 = \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2)$$

$$k_2 = \operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2)$$

$\varphi^\circ$	$\mu = \operatorname{tg} \varphi$	$k_1$	$k_2$
45 <sup>0</sup>	1,000	0,172	5,828
40 <sup>0</sup>	0,839	0,217	4,599
35 <sup>0</sup>	0,700	0,271	3,690
30 <sup>0</sup>	0,577	0,333	3,000
27,5 <sup>0</sup>	0,521	0,368	2,716
25 <sup>0</sup>	0,466	0,406	2,464
22,5 <sup>0</sup>	0,414	0,446	2,240
20 <sup>0</sup>	0,364	0,490	2,040



kann das Dreieck  $ABC_0$  aus einer anderen mit ihr inhaltgleichen Fläche  $AB_1B_2 \dots C_0$  entstanden sein. Dabei muß der Punkt  $C_0$  zunächst auf einem Abschnitt  $B_3B_4$  der gebrochenen Geländelinie (Abb. 6) angenommen werden, dessen Verlängerung auf diese Weise zur Bezugsgeraden der Konstruktion S. 8 für gerade Geländelinie wird. Die Untersuchung muß unter Umständen mit einem benachbarten Abschnitt



Beispiel:

$\alpha = 10^\circ,$	$\gamma_w = 1,0 \text{ t/m}^3,$	$k_1 = 0,462,$
$\gamma = 25^\circ,$	$\gamma_e = 1,8 \text{ t/m}^3,$	$s = 8,0 \text{ m},$
$\delta' = 0^\circ,$	$q = 2,0 \text{ t/m}^2,$	$s_w = 5,5 \text{ m},$
$\phi = 90^\circ,$	$\tau = 0,3,$	$h = s \sin(\phi + \alpha) = s \cos \alpha = 7,87,$

$$E_\gamma = \frac{1}{2} \gamma h^2 k_1 = 26,6 \text{ t}, \quad E_q = q h k_1 = 7,4 \text{ t auf 1 m Tiefe},$$

$$\frac{s_w^2}{2} - E_\gamma \frac{s_w^2 (1 - \tau)}{s^2 \gamma_e} = 10,2 \text{ t}, \quad E \uparrow W = 44,2 \text{ t auf 1 m Tiefe},$$

$$b_1 = \frac{E_q}{s} = 0,93 \text{ t/m}, \quad b_2 = \frac{2 E_\gamma}{s} = 6,65 \text{ t/m auf 1 m Tiefe},$$

$$b_3 = t_w = s_w = 5,50 \text{ t/m}, \quad b_4 = \frac{2 E_\gamma}{s_w} \frac{s_w^2 (1 - \tau)}{s^2 \gamma_e} = 1,78 \text{ t/m auf 1 m Tiefe}.$$

Abb. 5.

wiederholt werden. Auflasten werden ebenso wie fehlende Anteile der Nutzlast  $q$  auf Teildreiecke des Erdprismas  $ABC_0$  durch Division mit  $\gamma_e$  oder  $\gamma'_e$  umgerechnet, diesem zugefügt oder von diesem abgezogen. Die Stellungslinie wird nach wie vor auf die vorgeschriebene Wandlinie bezogen.

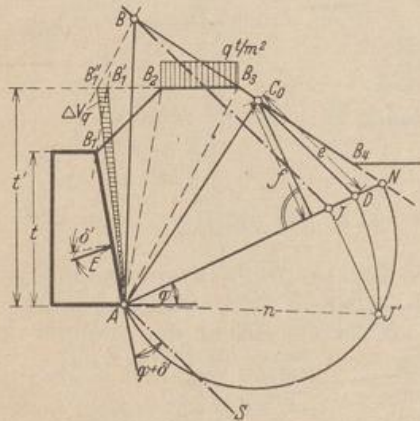


Abb. 6.

Beispiel:  $\gamma = 25^\circ,$   $t' = 8,5 \text{ m},$   
 $\delta' = 10^\circ,$   $B_2 B_3 = 3,0 \text{ m},$   
 $\gamma_e = 1,9 \text{ t/m}^3,$   $e = 5,36 \text{ m},$   
 $q = 1,0 \text{ t/m}^2,$   $f = 5,0 \text{ m}.$

Auflast  $P$  ersetzt durch das Gewicht des Erdprismas  $AB_1B_1''$ ,

$$P = \Delta V_q \gamma_e,$$

$$P = B_2 B_3 q = \frac{B_1' B_1''}{2} \gamma_e; \quad B_1' B_1'' = 0,37 \text{ m},$$

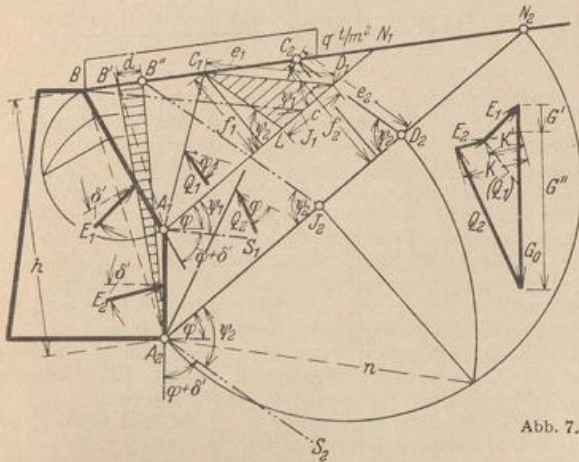
$$E = \frac{1}{2} f e \gamma_e = 25,46 \text{ t auf 1 m Tiefe}.$$

verwandelt und damit die Grundlage der Untersuchung für die gerade Wandlinie gefunden worden ist.

**Lage der Mittelkraft  $E$  des Erddrucks.** Das Gewicht  $G$  eines Erdprismas steht mit den Kräften  $(\sigma \uparrow \tau) dF$  längs der Begrenzung im Gleichgewicht. Die statischen Bedingungen bestimmen mit der Fließbedingung (S. 5) in dem Grenzzustand zwischen Ruhe und Bewegung eindeutig die Form der Gleitflächen. Die Gleichgewichtsbedingungen der äußeren Kräfte sind daher bei Annahmen über die Form der Gleitflächen nicht mehr erfüllt. Wenn daher auch nach (6) die geometrische Summe von  $E, Q, G$  Null ist, so ist in der Regel noch ein Kräftepaar vorhanden. Die Wirkungslinien  $E,$



$Q, G$  werden sich daher bei Annahme von ebenen Gleitflächen nicht in einem Punkte des Lageplanes schneiden. Dies trifft nur dann zu, wenn der Erddruck auf eine senkrechte Wandlinie nach Rankine parallel zur Geländelinie angenommen wird. Die Ergebnisse der folgenden Rechnung sind jedoch trotz dieses Vorbehaltes für die Anwendung im Bauwesen brauchbar.



Beispiel:

$\varphi = 40^\circ, \quad q = 3,0 \text{ t/m}^2,$   
 $\delta' = 15^\circ, \quad \gamma' = 1,8 \text{ t/m}^3,$   
 $f_1 = 3,00 \text{ m}, \quad f_2 = 4,05 \text{ m},$   
 $e_1 = 4,20 \text{ m}, \quad e_2 = 4,16 \text{ m},$   
 Aus  $C_1 L \parallel S_2, \quad C_1 L = 3,10 \text{ m},$   
 $h = 8,32 \text{ m}, \quad c = 2,15 \text{ m},$

$$G' = \Delta(C_1 D_1 L) \gamma'_e = \frac{1}{2} f_1 c \gamma'_e = 8,12 \text{ t}$$

$$= \Delta(A_2 B' B''') \gamma'_e = \frac{1}{2} d h \gamma'_e,$$

$$d = f_1 \frac{c}{h} = 0,77 \text{ m},$$

Kraft auf 1 m Tiefe:

$$E_1 = \frac{1}{2} e_1 f_1 \gamma'_e = 15,88 \text{ t}; \quad K = \frac{1}{2} e_2 f_2 \gamma'_e = 21,23 \text{ t},$$

$$K' : E_1 = C_1 L : C_1 D_1; \quad K' = 11,72 \text{ t},$$

$$E_2 = K - K' = 9,51 \text{ t}.$$

Abb. 7.

Die Kraft  $E$  ist die Resultierende einer Flächenkraft  $dE(z)/dz$ , der Zunahme des Erddrucks  $E(z)$  bezogen auf die veränderliche Wandhöhe  $z$ . Bezeichnet  $dE_1$  die Zunahme der zur Wandlinie senkrechten Komponente im Bereich von  $dz$  und  $\int dE_1 = E_1$ , so ergibt sich aus der Äquivalenz der Kraftwirkung für den Endpunkt  $T$  der Wandlinie (Abb. 4 S. 8)

$$E_1 (s - z_0) = \int_{z=0}^{z=s} (s - z) dE_1 = \int_{z=0}^{z=s} (s - z) \frac{dE_1}{dz} dz. \quad (18)$$

Die Ordinate  $(s - z_0)$  bestimmt die Lage der resultierenden Flächenkraft  $E_1$ . Der Ansatz bedeutet geometrisch die Umwandlung der von der Funktion  $dE_1/dz$  gebildeten Fläche in ein inhaltgleiches Rechteck.

Der Erddruck  $E$  ist bei gerader Wand- und Erdlinie in  $E_y$  und  $E_q$  zerlegt worden (11). Die Funktion  $E_q$  ist linear in  $h$  ( $\equiv z$ ),  $dE_q/dh$  also konstant, so daß der Angriffspunkt von  $E_q$  die Ordinate  $(s - z_0) = s/2$  erhält. Die Funktion  $E_y$  ist quadratisch in  $h$ ,  $dE_y/dh$  also linear. Der Angriffspunkt der Kraft  $E_y$  an der Wandlinie erhält daher die Ordinate  $2/3 \cdot h$  (Abb. 4). Bei gebrochener Wandlinie wird der Angriffspunkt der zugeordneten Teilkräfte geschätzt. Man wählt in der Regel die Mitte der Abschnitte.

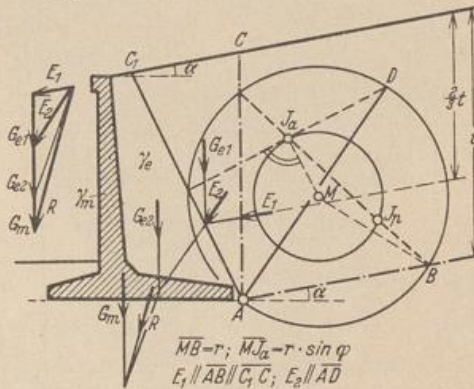


Abb. 8. Untersuchung der Standsicherheit einer Stützmauer.

$\alpha = 10^\circ; \quad \gamma_e = 2,0 \text{ t/m}^3; \quad r = 2,5 \text{ m};$   
 $\varphi = \varphi_{\max} = 30^\circ; \quad \gamma_m = 2,4 \text{ t/m}^3; \quad t = 4,8 \text{ m};$   
 $G_{e1} = 10,15 \text{ t}; \quad G_{e2} = 10,07 \text{ t}; \quad G_m = 6,74 \text{ t}.$

$E_1$  zeichnerisch durch Zerlegen von  $G_{e1}$  nach  $E_1$  und  $E_2$ .  
 $E_1$  rechnerisch aus (14) mit  $\delta' = \alpha, \quad k_1 = 0,360.$   
 $h = t \cdot \cos \alpha = 4,73 \text{ m}; \quad E_1 = \frac{1}{2} \gamma_e h^2 k_1 = 8,04 \text{ t}$  auf 1 m Tiefe.  
 Resultierende für die Bodenfuge  $R = 29,5 \text{ t}$  auf 1 m Tiefe.

### Erddruck im unbegrenzten Erd-

**körper.** In einzelnen Fällen werden die äußeren Kräfte an einem Stützkörper aus der Größe und Richtung des Erddrucks  $E_1$  im unbegrenzten Erdkörper angegeben.



Tabelle 2. Mittelwerte für die Raumgewichte  $\gamma$  und die Schubfestigkeit  $\tau^* = \mu \cdot \sigma$  der wichtigsten Erdarten.

$$\mu = \operatorname{tg} \varphi; \quad k_1 = \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right); \quad k_2 = \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right).$$

	Bodenart	$\gamma$ [t/m <sup>3</sup> ]	$\mu$	$\varphi^0 = \xi$	$k_1$	$k_2$
1	locker gelagerter Sand:					
	trocken . . . . .	1,4—1,7	0,60	31	0,320	3,124
	natürlich feucht . . . . .	1,6—1,9				
gesättigt naß . . . . .	1,9—2,1					
2	dicht gelagerter Sand:					
	trocken . . . . .	1,8—1,9	0,64	32½	0,307	3,255
	natürlich feucht . . . . .	2,0				
gesättigt naß . . . . .	2,1—2,2					
3	sehr dicht gelagerter Sand:					
	trocken . . . . .	1,9—2,0	0,66	33½	0,283	3,537
	natürlich feucht . . . . .	2,0—2,2				
gesättigt naß . . . . .	2,2—2,3					
4	locker gelagerter Kies:					
	trocken . . . . .	1,8—1,9	0,58	30	0,333	3,000
	natürlich feucht . . . . .	1,9—2,0				
gesättigt naß . . . . .	2,2—2,3					
5	dicht gelagerter Kies:					
	trocken . . . . .	2,2	0,66	33½	0,283	3,537
	natürlich feucht . . . . .	2,3				
gesättigt naß . . . . .	2,4					
6	nasser Steinschotter . . . . .	1,8	0,70	35	0,271	3,690
7	sandiger Lehm, Schlick, Geschiebe, Mergel . . . . .	2,1—2,3	0,45	22—26	0,422	2,371
8	fetter Lehm und sandiger Ton .	1,8—2,2	0,35	16½—22	0,509	1,965
9	fetter Ton . . . . .	1,5—2,0	0,25	11½—16½	0,610	1,638
10	locker gelagerte Dammerde:					
	trocken . . . . .	1,4	0,77	35—40	0,238	4,204
	natürlich feucht . . . . .	1,6	1,00	45	0,172	5,828
	gesättigt naß . . . . .	1,8	0,53	28	0,361	2,770
11	gestampfte Dammerde:					
	trocken . . . . .	1,7	0,92	40—45	0,198	5,045
	natürlich feucht . . . . .	1,9	0,77	35—40	0,238	4,204



Dieser ist nach der Ableitung von Rankine für einen senkrechten Schnitt  $AC$  von der Länge  $t$  ebenso groß wie nach der Theorie Coulombs mit  $\delta' = \alpha$  (Abb. 8). Er wirkt im Abstand  $2/3 \cdot t$  von der Geländelinie parallel zu dieser. Die Größe und Richtung des Erddrucks auf eine beliebig unter einem Winkel ( $CAC_1$ ) geneigte Ebene  $AC_1$ , welche ein Prisma mit dem Gewicht  $G_{e1}$  bildet, kann durch Addition ( $E_1 \hat{+} G_{e1}$ ) oder auf Grund einer geometrischen Involution zwischen den Richtungen  $E_1, AC$  und  $E_2, AC_1$  angegeben werden. Diese Beziehungen vereinfachen die Ermittlung des Erddrucks auf Winkelstützmauern und Gewölbe.

Müller-Breslau, H.: Erddruck auf Stützmauern. Stuttgart 1906. — Krey, H.: Erddruck. Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes in größerer Tiefe, 3. Aufl. Berlin 1932. — Derselbe: Betrachtungen über die Größe und Richtung des Erddrucks. Bautechn. 1923 Heft 24 u. 27. — Freund, A.: Neue Ergebnisse in der Erddrucktheorie. Zbl. Bauverw. 1920 S. 625. — Derselbe: Neue Untersuchungen zur Erddrucktheorie. Z. Bauw. 1921 S. 48. — Derselbe: Der Spannungszustand in loser Erde. Zbl. Bauverw. 1921 S. 589 u. 601; 1922 S. 599. — Derselbe: Untersuchung der Erddrucktheorie von Coulomb. Bautechn. 1924 Heft 12. — Petersen, R.: Erddruck auf Stützmauern. Berlin 1924. — Terzaghi, K.: Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig u. Wien 1925. — Franzius, O.: Versuche mit passivem Erddruck. Bauing. 1924. — Mörsch, E.: Die Berechnung von Winkelstützmauern, Wayss und Freytag-Festschrift Stuttgart 1925 und Beton und Eisen 1925. — Mohr, O.: Abhandlungen. 3. Aufl., 6. Abschn.: Die Lehre vom Erddruck. Berlin 1928. — Nádai, A.: Plastizität und Erddruck, VI. Abschn. im Handbuch der Physik, Band VI: Mechanik der elast. Körper. Berlin 1928. — v. Kármán, Th.: Verhandlung des 2. Intern. Kongr. für technische Mechanik. Zürich 1927. — v. Terzaghi, K.: Festigkeitseigenschaften der Schüttungen, Sedimente und Gele. Leipzig 1931. — Derselbe: Old earth pressure theories and new test results. Engng. News Rec. 1930. — Hülsenkamp, F.: Klassische Theorie des Erddrucks. Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik Band IV 2. Hälfte. Leipzig 1931. — Fulton, R.: Earth pressures. Abhandlg. der Internat. Vereinigung für Brücken- und Hochbau Bd. I (1932) S. 205.

## 6. Boden- und Seitendruck in Silozellen.

Der Seitendruck in Großraumbunkern wird in der Regel nach der Erddrucktheorie Coulombs berechnet. Unter Umständen wird auch das Gleichgewicht der Schüttung bei der Annahme von Gleitflächen untersucht, welche sich durch die Form der Bunkertaschen ausbilden können. Das spezifische Gewicht und die innere Reibung  $\varphi$  sind stets nach Prüfung der ungünstigsten Verhältnisse festzusetzen.

Die Wirkung des Füllguts in Silotaschen und Behältern mit verhältnismäßig kleinem Querschnitt  $F$  wird unter der Annahme eines in jedem waagerechten Schnitt unveränderlichen Boden- und Seitendrucks  $p_b, p_s$  bestimmt. Aus dem Gleichgewicht der senkrechten Kräfte an einer durch zwei benachbarte Querschnitte (Abb. 10) gebildeten Scheibe entsteht folgende Differentialgleichung:

$$F dp_b - \gamma F dz + \mu' p_s U dz = 0. \quad (19)$$

Hierin bedeutet  $dp_b$  die Zunahme des Bodendrucks beim Fortschreiten um  $dz$ ,  $p_s$  den

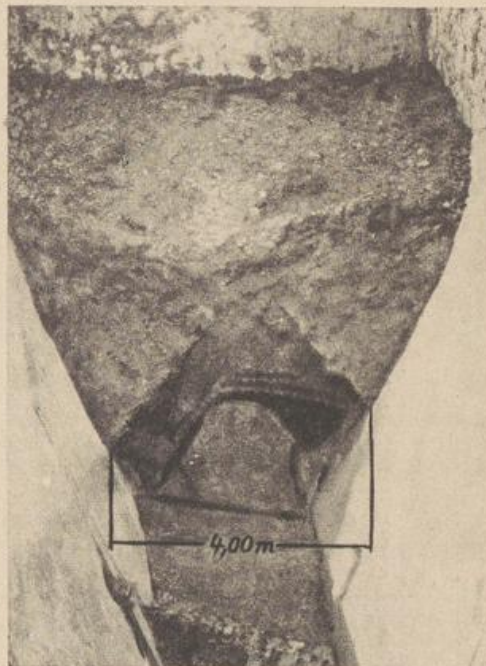


Abb. 9. Brückenbildung in einem Braunkohlenbunker als Beispiel für die Unsicherheit der Kraftwirkung in Silos.