Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Ansatz für die angenäherte Berechnung nach Coulomb und Poncelet

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

äußeren Kräfte, welche im Grenzzustand zwischen Ruhe und Bewegung an einem durch Gleitflächen begrenzten Erdkörper angreifen. In diesem Falle ist $\tau = \tau^* = \sigma \operatorname{tg} \varphi$. Die inneren Kräfte werden in Normalkräfte σdF und Schubkräfte $\tau^* dF$ zerlegt und im Bereich der einzelnen Abschnitte der Begrenzung zu Mittelkräften zusammengefaßt, um damit die statischen Bedingungen für das Gleichgewicht eines freien, vom Erdkörper losgetrennten Erdprismas zu untersuchen. Auf diese Weise kann die Standsicherheit von Böschungen, Spundwänden, Pfahlrosten und die Stabilität von Gründungen geprüft werden. Bei zahlreichen anderen Aufgaben wird der angreifende Teil der Randkräfte $(\sigma \hat{+} \tau^*) dF$ von dem widerstehenden Teil getrennt und einzeln als aktiver und passiver Erddruck nach Größe, Richtung und Lage bestimmt, um aus dem Vergleich der Kräfte auf die Standsicherheit des Bauwerks zu schließen.

Der Grenzzustand der Bewegung hängt vom Gewicht und von der Schubfestigkeit des abgestützten Mittels ab. Diese wird in der Regel auf den Winkel der inneren Reibung φ (S. 5) bezogen, den die Richtung der resultierenden Spannung $\sigma \hat{+} \tau^*$ im Grenzzustand zwischen Ruhe und Bewegung mit der Normalen zur Gleitfläche einschließt. Die Schubfestigkeit von Kiesen und Sanden beruht fast allein auf dem Strukturwiderstand, bei bindigen Böden außerdem noch auf der Kohäsion des Mittels. Hierbei spielen neben der Lagerung, Verdichtung und dem Porengehalt des Mittels vor allem die Molekularkräfte eine Rolle, die von dem Porenwasser hervorgerufen werden. Daher hängt die Schubfestigkeit auch von der Wasserdurchlässigkeit, der Wasseraufnahme und Wassersättigung ab. Sie ist eine Funktion der Normalspannung und sinkt mit zunehmendem σ. In jedem Falle sind die ungünstigsten Verhältnisse maßgebend, um einer Gleichgewichtsstörung mit Sicherheit durch ausreichende Standfestigkeit des Bauwerks zu begegnen. Die Bodenkonstanten werden daher bei unklaren Verhältnissen stets durch Versuche geprüft.

Im Grenzzustand zwischen Ruhe und Bewegung bilden die differentialen Kräfte $(\sigma \hat{+} \tau) dF$ längs der Stützwand mit der Normalen einen Winkel δ', dessen Grenzwert durch Versuche bestimmt werden kann, jedoch stets auch von den Bewegungen der Wand, von der Erschütterung und Wassersättigung des Erdkörpers und von der Grundwasserbewegung abhängig ist. Er ist kleiner als der Winkel der inneren Reibung φ und kann ohne nähere Angaben bei günstigen örtlichen Verhältnissen mit $0{,}6\,\varphi$ geschätzt werden. In anderen Fällen wird $\delta' = 0{,}5\,\varphi$, $\delta' = 0{,}3\,\varphi$ oder auch $\delta' = 0$ angenommen. Er ist für den Betrag des Erddrucks ohne große Bedeutung, dagegen für die Beurteilung der Stabilität der Stützmauer wichtig.

Ansatz für die angenäherte Berechnung nach Coulomb und Poncelet. Die Stützmauer gilt in der statischen Untersuchung als unendlich lang, so daß sich die Kräfte in Schnitten senkrecht zur Längsachse nicht ändern. Die ebene Gleitfläche der Anfangsbewegung schneidet die Bildebene in einer geraden Gleitlinie. Sie schließt mit der Wand und der Geländeoberfläche ein Erdprisma ein, dessen Elemente im Grenzzustand ein ruhendes Massensystem bilden. Die äußeren Kräfte an dem Erdprisma sind daher ebenso wie am starren Körper im Gleichgewicht. Zu ihnen zählen das Eigengewicht des Erdprismas, die Auflasten und die Mittelkräfte von $(\sigma \hat{+} \tau) dF$ an den Gleitflächen im Erdkörper und längs der Wand.

Die resultierende Flächenkraft E bildet im Grenzzustand an jedem geraden Abschnitt der Wandlinie mit der Normalen den Winkel δ' (Abb. 1) der ruhenden Reibung zwischen Erde und Mauerwerk. Sie ist eine Funktion physikalischer Konstanten. Die Richtung der Mittelkraft $Q = \int (\sigma \hat{+} \tau) dF$ an der Gleitfläche ist durch das Verhältnis zwischen Schubspannung und Normalspannung $\tau/\sigma = \operatorname{tg}(\pm\,\delta)$, im Grenzfall $\tau^*/\sigma = \operatorname{tg}(\pm\,\varphi)$ bestimmt. Das Vorzeichen ergibt sich aus dem Richtungssinn der Schubspannungen, also aus der Richtung der im Grenzfall eintretenden Bewegung. Das positive Vorzeichen $(+\,\varphi)$ wird dem aktiven Erddruck E_a in

Richtung auf den stützenden Wandteil, das negative Vorzeichen ($-\varphi$) dem passiven Erddruck E_p zugeordnet, welcher bei einer Bewegung der Stützmauer gegen den Erdkörper von diesem aufgenommen wird.

Die Ebene AC mit dem beliebigen Winkel λ begrenzt nach Abb. 1 ein Erdprisma von der Tiefe 1 m und dem Gewicht $G(\lambda)$. Der Erddruck $E(\lambda)$ wird nach Größe und Richtung aus der Zerlegung von G nach E und Q gefunden. Im Grenzzustand zwischen Ruhe und Bewegung ist mit $\delta = \varphi$

$$E_{\substack{a\\p}} = G \frac{\sin(\lambda \mp \varphi)}{\sin(\lambda + \psi \mp \varphi)}. \tag{6}$$

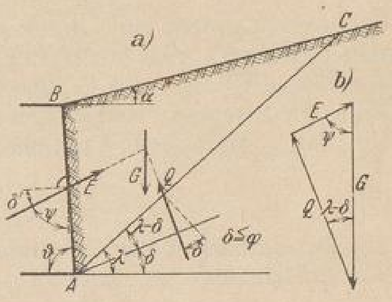

Abb. 1.

Der Betrag der Kraft E kann bei Annahme eines beliebigen Querschnittes AC_k als Gleitfläche durch Drehung der Abb. 1b ($\delta = \varphi$) um $(90 - \varphi)^0$ zeichnerisch im Lageplan angegeben werden (Abb. 2). Das Gewicht G des Erdprismas ABC_k und seiner Auflast erscheint dann auf dem freien Schenkel des von der Horizontalen aus aufgetragenen Winkels φ, der Böschungslinie. Die Kraft Q bildet mit G den Winkel $(\lambda - \varphi)$, liegt also auf AC_k, während die Kraft E mit der Böschungslinie den Winkel ψ einschließt. Diese Richtung wird als Stellungslinie bezeichnet. Sie wird als freier Schenkel eines Winkels $(\varphi + \delta')$ erhalten, den diese Richtung mit der Wandlinie BA einschließt $(\psi = \vartheta - \delta')$. Der Schnittpunkt der Kraftrichtungen von E und Q beschreibt bei veränderlichem Winkel λ eine stetige oder unstetige Linie, die als Culmannsche Erddrucklinie bezeichnet wird. Die zur Böschungslinie parallele Berührende an die Erddrucklinie liefert den Grenzwert der Kraft E und die Gleitlinie AC_0 $(\lambda = \lambda_0)$. Diese begrenzt je nach Verwendung von $+\varphi$, $+\delta'$ oder $-\varphi$, $-\delta'$ das Prisma des größten aktiven Erddrucks E_a oder das Prisma des kleinsten passiven Erddrucks E_p, welcher zum Gleichgewicht der Kräfte nötig ist.

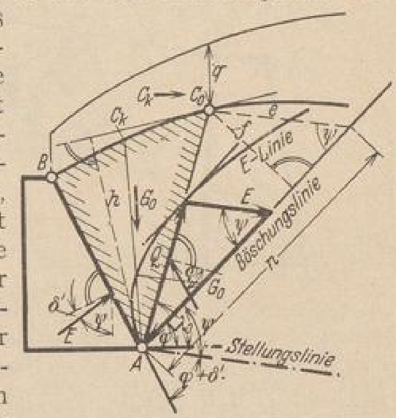

Abb. 2.

Das mathematische Kriterium ist bei einer stetigen Funktion $G(\lambda)$

$$E_{extrem}: \qquad \frac{dE}{d\lambda} = 0 \quad \text{und} \quad \varphi = \text{const}, \quad \text{also} \quad \frac{d\varphi}{d\lambda} = 0. \tag{7}$$

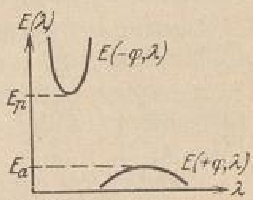

Abb. 3. Die Funktion des Erddrucks $E(\lambda)$ bei vorgeschriebenem inneren Reibungswiderstand $\pm\varphi$.

E_a wird hiernach als unterer, E_p als oberer Grenzwert der Funktion $E(\lambda)$ gefunden (Abb. 3). Die Kraft E_a oder E_p kann auch als konstanter, für die Stabilität der Stützmauer charakteristischer Wert angesehen werden, der mit dem Gewicht $G(\lambda)$ und der Mittelkraft $Q(\lambda)$ an dem beliebigen Erdprisma ABC im Gleichgewicht steht (Abb. 1). Die Mittelkraft $Q(\lambda)$ bildet dann mit der Normalen zu AC einen mit λ veränderlichen Winkel δ, der für $\lambda = \lambda_0$ und $AC = AC_0$ zum Grenzwert $\delta_{extrem} = \pm\varphi$ wird (Abb. 2). Der Querschnitt AC_0 ist daher Gleitfläche. Dies bedeutet in Übereinstimmung mit (7) mathematisch:

$$\delta_{extrem}: \qquad \frac{d\delta}{d\lambda} = 0 \quad \text{und} \quad E = \text{const}, \quad \text{also} \quad \frac{dE}{d\lambda} = 0. \tag{8}$$

Nach (6) und Abb. 2 ist für den aktiven Erddruck:

$$\frac{dE}{d\lambda} = G_0 \sin\psi + \frac{dG_0}{d\lambda} \sin(\lambda - \varphi) \sin(\lambda - \varphi + \psi) = 0;$$

$$G_0 = \frac{1}{2}\left(\gamma + \frac{2q}{h}\right) f n = \frac{1}{2} \gamma' f n \quad \text{(Rebhannscher Satz).} \tag{9}$$

G_0 ist das Gewicht eines durch AC_0 abgetrennten Erdkeils mit allen darauf ruhenden Lasten. Es wird in der Regel auf 1 m Tiefe bezogen. γ in t/m³ bezeichnet das spezifische Gewicht der Erdmassen, q in t/m² die Auflast im Punkt C_0 der Geländelinie. Die Strecken f und n ergeben sich in Abb. 2 mit der Parallelen zur Stellungslinie in C_0, die Strecke h mit der Tangente zur Geländelinie in C_0. Nach (6) ist dann

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma' f n \frac{\sin(\lambda - \varphi)}{\sin(\lambda - \varphi + \psi)} = \frac{1}{2} \gamma' f e. \tag{10}$$

Die Brauchbarkeit der Coulombschen Annahme ebener Gleitflächen bei Erddruck auf Stützmauern ist durch Th. von Kármán nach der strengen Theorie (S. 5)

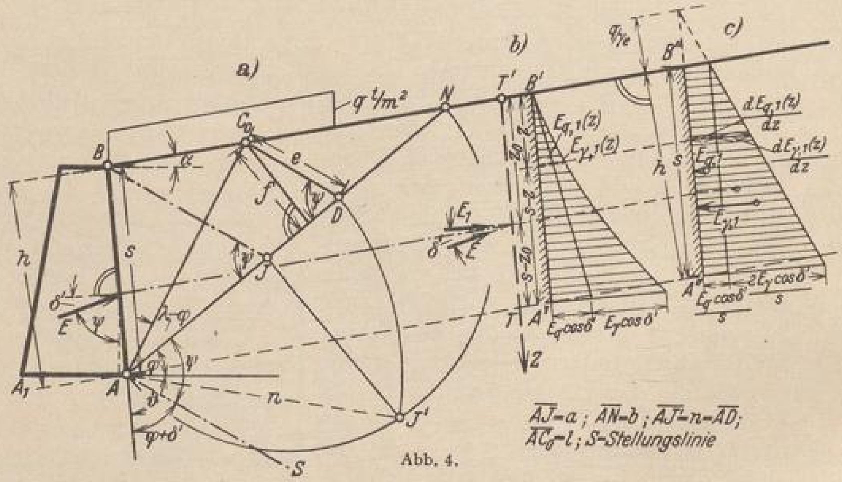

Abb. 4.

Beispiel:	$\alpha = 10°$,	$q = 3{,}0$ t/m²,	$h = 6{,}0$ m,	Kraft bezogen auf 1 m Tiefe:
	$\vartheta = 85°$,	$\gamma = 1{,}9$ t/m³,	$s = 6{,}21$ m,	$E_a = \frac{1}{2} \gamma' f e = 13{,}66$ t,
	$\varphi = 40°$,	$\gamma' = 2{,}9$ t/m³,	$e = 3{,}17$ m,	$E_\gamma = \frac{1}{2} \gamma f e = 8{,}95$ t,
	$\delta' = 15°$,	$q/\gamma = 1{,}58$ m,	$f = 2{,}97$ m,	$E_q = q f e/h = 4{,}71$ t.

geprüft worden. Das Gleitlinienfeld ist dabei zunächst für eine rauhe lotrechte Wand und waagerechtes oder abfallendes Gelände und für die Fließbedingung (S. 5) berechnet worden. Das Ergebnis rechtfertigt die Annahmen der elementaren Theorie.

Lösung bei gerader Wand- und Erdlinie. Die Gleitlinie AC_0 kann bei gerader Geländelinie und gleichförmig verteilter Nutzlast geometrisch bestimmt werden, da nach dem Rebhannschen Satze die Strecke $\overline{AD} = n = \sqrt{ab}$ und DC_0 zur Stellungslinie parallel ist. Die Aufgabe wird dann zeichnerisch folgendermaßen gelöst (Abb. 4).

Waagerechte Gerade durch den unteren Endpunkt A der Wandlinie AB, für welche der Erddruck angegeben werden soll. Auf dem freien Schenkel des Winkels φ, der Böschungslinie, wird die Strecke $b = \overline{AN}$ durch die Geländelinie abgeschnitten. Die Parallele durch B zur Stellungslinie, die mit der Wandlinie den Winkel $(\varphi + \delta')$ einschließt, schneidet AN im Punkte J $(\overline{AJ} = a)$. Die Strecke $\overline{AD} = n$ wird als mittlere Proportionale zu den Strecken a und b konstruiert, so daß auch die Strecken e und f bekannt sind und E_a nach (10) angegeben werden kann. Um den passiven Erddruck E_p zeichnerisch zu bestimmen, werden die Winkel φ, $(\varphi + \delta')$, δ' mit