UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Flächenstützung

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Visual Library

7. Die Stützung des Tragwerks.

Ein Tragwerk wird auf den gewachsenen Erdboden oder vorbereitete Baukörper gestellt. Sie berühren sich dabei unmittelbar oder in besonderen Auflagern, die eine relative Bewegung der beiden Teile zulassen.

Lager und Gelenke. Für die Kennzeichnung der Lager und Gelenke sind die geometrischen Eigenschaften der Bewegung bei der Anordnung eines Lagers maßgebend. Es beschränkt den Freiheitsgrad des abzustützenden Körpers durch Führung oder Festlegung einzelner Punkte, Linien oder Flächen und durch die starre oder bewegliche Einspannung. Hierbei werden Reibungswiderstände vernachlässigt. Die Bezeichnung Auflager bleibt in der Regel denjenigen Stützkörpern vorbehalten, deren Verschiebungen gegen diejenigen des Tragwerks klein sind und vernachlässigt werden. Sonst erhalten die verbindenden Bauteile meist die Bezeichnung Gelenk oder Führung. Die kinematischen Eigenschaften der Auflager und Gelenke werden durch den Freiheitsgrad der Bewegung oder mit geometrischen Stützenbedingungen beschrieben und durch Stützen- und Verbindungsstäbe (Anzahl t, v) erläutert. Dabei wird dann oft nicht der allgemeine Fall der räumlichen Bewegung, sondern die ebene Bewegung betrachtet. Hier wird die Stützung mit 2, 1 oder 0 Freiheitsgraden durch 1, 2 oder 3 Stützenstäbe in verschiedener Anordnung beschrieben. Die räumliche Stützung mit 0 bis zu 5 Freiheitsgraden verlangt 6 oder weniger bis zu einem Stützenstab. Zur kinematisch bestimmten Stützung und Verbindung von n Bauteilen sind $3n$ oder $6n$ Stützenbedingungen notwendig, je nachdem die Bewegung auf die Ebene beschränkt bleibt oder räumlich ist.

Jede Stützenbedingung (Stützenstab) kann durch eine kinematisch äquivalente Stützkraft (Kräftepaar) ersetzt werden. Richtung und Lage sind durch die kinematischen Eigenschaften der einzelnen Stützung bestimmt. Das Tragwerk erhält mit Einführung der Stützkräfte die kinematischen Eigenschaften des frei beweglichen Körpers. Er bleibt in Ruhe, wenn die Stützkräfte mit der Belastung im Gleichgewicht sind. Die Stützung heißt statisch bestimmt, wenn die Gleichgewichtsbedingungen der Kräfte in der Ebene oder im Raum zur Berechnung ausreichen. Mit $t + v > 3n$ oder $t + v > 6n$ ist die Stützung statisch unbestimmt.

Die Bedeutung der Lager und Gelenke beruht in der Klärung der geometrischen Randbedingungen bei der Stützung und Verbindung der Bauteile und damit in der zuverlässigen Beschreibung der inneren Kräfte.

Flächenstützung. Der Spannungszustand einer Flächenstützung hängt von den elastischen Eigenschaften des Tragwerks und von den physikalischen Eigenschaften des stützenden Mittels ab. Die Problemstellung ist daher sehr allgemein und zwingt zur Vereinfachung durch Idealisierung der Aufgabe.

Diese besteht in zahlreichen Fällen in der summarischen Beschreibung der Sicherheit der Stützung durch Annahmen über die Normalspannungen. Sie werden als lineare Funktion der Flächenkoordinaten eingeführt und können dann statisch bestimmt aus den äußeren Kräften berechnet werden. Der Ansatz genügt bei geringer Verformung und Ausnutzung der Festigkeit der sich berührenden Mittel.

Die Grenzfläche zahlreicher Baukörper erfährt durch die Belastung nur unwesentliche Formänderungen, die vernachlässigt werden. Der Spannungszustand hängt dann allein von der Größe und Umrißform der Grenzfläche und von den physikalischen Eigenschaften des stützenden Mittels ab. Sind die elastischen Verschiebungen des abgestützten Bauteils von Bedeutung, so besteht außerdem noch eine Beziehung zwischen diesen und den Spannungen an der Grenzschicht.

Das stützende Mittel besitzt bei der einen Gruppe von Bauaufgaben Zug- und Scherfestigkeit und isotrope, elastische Eigenschaften. Der Spannungs- und Formänderungszustand kann dann nach den Ansätzen beschrieben werden, welche in der Elastizitätstheorie für den elastischen Halbraum abgeleitet sind. Die Rand-

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

spannungen werden dabei unendlich groß (I), führen also zu einer plastischen Deformation und damit zu einer Angleichung des Spannungsverlaufes (II) an die bekannten linearen Spannungsbilder (Abb. 12).

Sie erfahren bei sandigen und bindigen Bodenarten eine grundsätzliche Änderung, da deren Tragfähigkeit im wesentlichen auf dem Widerstand gegen die senkrechte Verschiebung der einzelnen Bestandteile beruht. Die Schubfestigkeit aus Kohäsion und Strukturwiderstand besitzt nur untergeordnete Bedeutung. Daher ist die plastische Verformung des stützenden Mittels am Rande der belasteten Fläche groß und die Lastaufnahme in diesem Bereiche gering. Hieraus erklären sich die Spannungsbilder Abb. 13, deren Verlauf bei demselben stützenden Mittel von der Form und Größe der Grenzfläche abhängt. Die Versuchsergebnisse berechtigen in diesem Falle zur Annahme einer parabolischen Verteilung der Spannungen. Die Randstörungen vermögen außerdem die von F. Kögler bemerkte Erscheinung zu begründen, daß der Baukörper sich in natürlicher Größe mehr verschiebt als im Modellmaßstab bei äquivalenter Belastung der Grenzfläche. Der Unterschied wächst bei zunehmender Belastungsintensität.

Diese Untersuchungen bilden einen Teil der Bodenmechanik und werden hier nur wegen ihrer grundsätzlichen Bedeutung für die Stützung von Bauwerken erwähnt, da die Spannungsverteilung in der Grenzschicht für die Festigkeit steifer Baukörper, homogene Beschaffenheit des stützenden Mittels vorausgesetzt, in der Regel unwesentlich ist. Sie kann dagegen bei der elastischen Verformung durchgehend gestützter Träger und Platten unter Einzellasten nicht vernachlässigt werden. Die Spannungen σ in der Grenzschicht sind hier eine Funktion der elastischen Verformung des Bauteils und des Verschiebungszustandes, also der physikalischen Eigenschaften des stützenden Mittels. Die Verknüpfung ist unbekannt. Daher wird der Anteil der Funktion aus den Abmessungen der Grenzfläche und aus den physikalischen Eigenschaften des stützenden Mittels durch eine für den Einzelfall charakteristische konstante Größe c ausgedrückt und die Spannung in erster Annäherung proportional zur Einsenkung w angenommen ($\sigma = cw$). Dabei ist bekannt, daß diese auch von dem benachbarten Spannungsbereich abhängt. Der Ansatz ist hierfür durch K. Wieghardt erweitert worden, ohne dabei allerdings den Verschiebungszustand der Unterlage zu berücksichtigen.

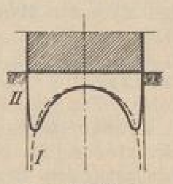

Abb. 12.

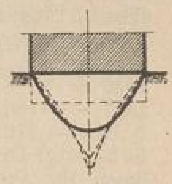
Abb. 13.

Man begnügt sich daher bei Bauaufgaben ebenso wie in anderen Teilgebieten der Mechanik mit der linearen Abhängigkeit zwischen σ und w. Der Ansatz kann so lange als brauchbar angesehen werden, als die Ergebnisse der Rechnung, abgesehen von Randstörungen, mit den Beobachtungen nicht im Widerspruch stehen und die Sicherheit des Bauwerks verbürgen.

Der Buchstabe c bedeutet nach der Erläuterung einen für jede Aufgabe charakteristischen Leitwert, mit welchem der Ansatz $w = \sigma/c$ qualitativ richtige und quantitativ brauchbare Ergebnisse liefert. c kann nach der mittleren Senkung w_m eines Fundaments auf elastisch isotropen Halbraum abgeschätzt werden.

Die Elastizitätstheorie liefert hierfür folgende Zahlen:

$$w_m = p_m \frac{\sqrt{F}}{\varkappa C}; \qquad C = \frac{m^2}{m^2-1} E; \qquad p_m = \frac{P}{F}; \quad \text{also} \quad c = \frac{\varkappa C}{\sqrt{F}}. \qquad (25)$$

C ist eine Materialkonstante, $\varkappa$ eine von der Form der Fläche abhängige Konstante, die für steife Fundamente in Kreis- und Quadratform mit $\varkappa = 1{,}06$ bis $1{,}13$, für Rechtecke mit dem Seitenverhältnis $a : b = \nu$ und $\nu = 2$ mit $\varkappa = 1{,}09$; $\nu = 5$, $\varkappa = 1{,}22$; $\nu = 10$, $\varkappa = 1{,}41$; $\nu = 100$, $\varkappa = 2{,}70$ anzusetzen ist. Für C hat F. Schleicher die folgenden Zahlen aus der Literatur zusammengestellt (s. Tabelle 5 S. 18).

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Verwendung dieser Zahlen in Gl. (25) bedeutet zwar nur eine Abschätzung der Größenordnung des Leitwertes c, sie wird aber in vielen Fällen genügen, wenn die wahrscheinliche Lösung durch Annahme eines oberen und unteren Betrages in Grenzen eingeschlossen wird. In anderen Fällen wird man die voraussichtlich zu erwartende Druckverteilung durch Bodenuntersuchungen aufzuklären versuchen und hierbei vor allem die Gleichartigkeit der Dichte, Preßbarkeit und Wasserdurchlässigkeit des stützenden Mittels auch außerhalb der Grenzfläche feststellen. Die Unterschiede sind für die bauliche Gestaltung und die Sicherheit der Anlage oft von ungleich größerer Bedeutung als das Einzelergebnis.

Tabelle 5.

Bodenart	C kg/cm²
Gewachsener Sandboden	55
Feiner, im Wasser abgelagerter Sand	60
Heidesand	100
Eingeschlämmter und gestampfter Sand	120
Gewachsener Kiesboden	180
Sandschüttung nach langjähriger Lagerung	220
Gewachsener Lehmboden	380

Zimmermann, H.: Die Berechnung des Eisenbahnoberbaues. Berlin 1888. — Engesser: Zur Theorie des Baugrundes. Zbl. Bauverw. 1893. — Bastian: Das elastische Verhalten der Gleisbettung. Diss. München 1906. — Stötzner: Erzielung gleicher Fundamentsenkung. Diss. Braunschweig 1919. — Wieghardt, K.: Über den Balken auf nachgiebiger Unterlage. Z. angew. Math. Mech. 1922 S. 165. — Schultze, J.: Bodentragfähigkeit. Z. angew. Math. Mech. 1923 S. 19. — Terzaghi: Erdbaumechanik. Leipzig 1925; Die Wissenschaft der Gründungen, 1927. — Schleicher: Zur Theorie des Baugrundes. Bauing. 1926 S. 934; Beton u. Eisen 1927 S. 183. — Hugi: Druckverteilung im örtlich belasteten Sand. Diss. Zürich 1927. — Kögler-Scheidig: Druckverteilung im Baugrunde. Bautechn. 1927 Heft 31. — Vorschläge und Richtlinien für Probebelastungen des Deutschen Baugrundausschusses. Unterausschuß f. Tragfähigkeit (Merkblatt). Bauing. 1929 S. 821; Bautechn. 1929 S. 870. — Gerber: Druckverteilung im örtlich belasteten Sand. Diss. Zürich 1929. — Hertwig, A.: Die dynamische Bodenuntersuchung. Bauing. 1931 S. 457. — Scheidig, A.: Die Berechnungsgrundlagen durchgehender Fundamente und die neuere Baugrundforschung. Bautechn. 1931 S. 275. — Derselbe: Baugrundforschung und Fundierungswesen. Bauing. 1932 S. 316.

8. Verformung und innere Kräfte.

Die unmittelbare, der Beobachtung zugängliche Folge der Belastung ist der Verschiebungszustand des Bauteils. Er wird durch die absoluten Verschiebungskomponenten u, v, w aller Punkte des Körpers beschrieben. Die Untersuchung setzt gleichartigen Werkstoff und den allmählichen, stetigen Verlauf der Bewegung ohne Störung des Zusammenhanges voraus. Die Verschiebungskomponenten sind in diesem Falle stetige und differentiierbare Funktionen der Koordinaten ($u = u(x, y, z)$). Sie können daher auf die Verzerrung eines infinitesimalen Parallelepipeds $dV = dx\,dy\,dz$ bezogen werden. Diese besteht in der Änderung der Länge der drei Kanten und der drei rechten Winkel zwischen je zwei Kanten. Die sechs Verzerrungskomponenten gelten als verschwindend klein, so daß alle von zweiter Ordnung kleinen Anteile vernachlässigt werden.

$$dx \to dx + \varepsilon_x dx \quad \text{usw.}, \qquad \sphericalangle(dx, dy) \to \frac{\pi}{2} - \gamma_{xy} \quad \text{usw.}$$

Die bezogenen Längenänderungen $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ werden als Dehnungen, die Winkeländerungen $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ als Gleitungen bezeichnet.

Aus
$$u + du = u + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz$$

folgt für $dy = 0$, $dz = 0$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{(u + du) - u}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{usw.}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{usw.} \end{aligned}\right| \tag{26}$$