



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Satz von Betti

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

wenn das Feld der inneren Kräfte mit der gegebenen Belastung des Körpers im Gleichgewicht ist.

Satz von Betti. Der Begriff der virtuellen Arbeit einer Gruppe von äußeren Kräften \mathfrak{P} bei einer virtuellen Verrückung ihrer Angriffspunkte $\delta u, \delta v, \delta w$ kann noch ergänzt werden, wenn diese als Folge einer anderen Belastung \mathfrak{Q} angesehen und daher als u_Q, v_Q, w_Q bezeichnet wird. Da die Belastung \mathfrak{P} ebenfalls einen Verschiebungszustand hervorruft, der für die Belastung \mathfrak{Q} virtuell ist, entstehen zwei virtuelle Arbeiten.

$$\int (\dot{p}_x u_Q + \dot{p}_y v_Q + \dot{p}_z w_Q) dO \quad \text{und} \quad \int (q_x u_P + q_y v_P + q_z w_P) dO.$$

Sie können beide als Funktion der Komponenten des Spannungs- und Verschiebungszustandes des elastischen Körpers angegeben werden. Da nun A_i eine homogene quadratische Funktion dieser Komponenten ist, läßt sich leicht einsehen, daß für jeden elastischen Körper

$$\left. \begin{aligned} \delta A_i \{(\sigma_P, \tau_P)(\epsilon_Q, \gamma_Q)\} &= \delta A_i \{(\sigma_Q, \tau_Q)(\epsilon_P, \gamma_P)\} \\ \int (\dot{p}_x u_Q + \dot{p}_y v_Q + \dot{p}_z w_Q) dO &= \int (q_x u_P + q_y v_P + q_z w_P) dO. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Damit ist der Satz von der Gegenseitigkeit der Wirkung allgemein bewiesen.

Anwendung bei technischen Aufgaben. Die Voraussetzungen zur Elastizitätstheorie bedeuten eine weitgehende Idealisierung der physikalischen Eigenschaften der Werkstoffe. Die Ergebnisse sind daher auch nur unter dieser Voraussetzung im Vergleich mit dem wirklich vorliegenden Verschiebungs- und Spannungszustand streng. Das Bild bedarf in Wirklichkeit der Ergänzung durch diejenigen Anteile, welche sich aus der inhomogenen und anisotropen Beschaffenheit der Werkstoffe und durch die Annahmen im Elastizitätsgesetz ergeben. Aus diesem Grunde besitzen auch angenäherte Lösungen technischer Festigkeitsaufgaben Bedeutung, welche die durch Messung oder Beobachtung festgestellten kinematischen Eigenschaften am verzerrten Bauteil verwerten. Sie werden in der Regel aus Symmetriebetrachtungen und aus Annahmen über Randwerte des Spannungs- und Verschiebungszustandes abgeleitet. Hierzu tritt die Beachtung der geometrischen Eigenschaften des Bauteils, da sehr oft einzelne Abmessungen gegenüber anderen als klein zurücktreten. Man unterscheidet hiernach die Schalen, die Platten, die Scheiben, die Stäbe und entwickelt aus besonderen Annahmen über den Spannungs- oder Verschiebungszustand vereinfachte Lösungen. Auf diese Weise entsteht neben der strengen Elastizitätstheorie eine Theorie über die Festigkeit der Schalen, Platten, Scheiben und Stäbe, so daß der Festigkeitsnachweis irgendeines Bauteils oder Tragwerks stets dessen Idealisierung nach einer dieser Bauformen voraussetzt.

Auch diese Ansätze rechnen mit einem gleichartigen Baustoff und homogenen und isotropen Eigenschaften. Diese Voraussetzungen sind für Bauteile aus Eisenbeton nicht erfüllt, so daß die Ergebnisse der Festigkeitslehre um so weniger befriedigen, je größer die Formänderungen sind. Diese ändern sich hier nicht allein mit den Abmessungen und der Form des Querschnitts, sondern auch mit der Größe und Art der Bewehrung, mit der Herstellung und dem Alter des Betons. Sie werden außerdem durch Haarrisse beeinflusst, welche unter Umständen während der Betriebsbelastung entstehen. Hieraus ergibt sich eine gewisse Unsicherheit in der Beurteilung der elastischen Eigenschaften der Bauteile aus Eisenbeton. Daher sind die Ansätze für homogenen und isotropen Baustoff auf Veranlassung des Deutschen Ausschusses nachgeprüft worden. Die Hefte 18 und 28 der Forschungsarbeiten enthalten einen Vergleich zwischen den gemessenen und gerechneten Formänderungen. Hiernach stimmen die nach § 17 der Bestimmungen für homogenen und isotropen Baustoff ermittelten Formänderungen bei sachgemäßer Bewehrung inner-