Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Definition und Gleichgewicht der Schnittkräfte

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Annahme einer ebenen Verschiebung des Querschnitts bei einer linearen Abhängigkeit zwischen Dehnung und Spannung nach R. Hooke bestimmt. Die übrigen Spannungen ergeben sich aus den Gleichgewichtsbedingungen am differentialen Prisma. Die Normalspannungen σ_y, σ_z sind jedoch bei geraden und wenig gekrümmten Stäben, abgesehen von dem Bereich um Einzellasten, klein gegen σ_x und werden daher in der Regel vernachlässigt.

Definition und Gleichgewicht der Schnittkräfte. Die Gleichgewichtsbedingungen gelten für die Kräfte an jedem frei beweglichen, endlichen Stabteil. Neben den äußeren Kräften, also den Lasten und Stützenwiderständen, wirken an allen Anschlußstellen des Bauteils innere Kräfte, die als bekannt angenommen werden sollen. Wird dann der Stab an einem ausgezeichneten Querschnitt durchschnitten, so treten hierzu an jedem Abschnitt die unbekannten inneren Kräfte σdF, τdF, deren positiver Sinn nach der positiven Richtung der Bezugsachsen x, y, z festgesetzt wird. Sie können zu einer resultierenden Kraft $R^{(i)}$ und zu einem resultierenden Moment $M_R^{(i)}$ zusammengefaßt werden. Als Bezugspunkt dienen in der Regel der

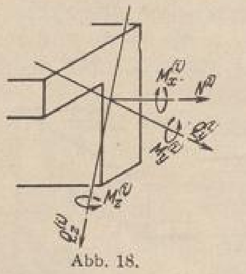

Abb. 18.

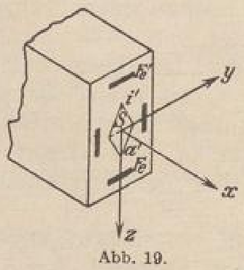

Abb. 19.

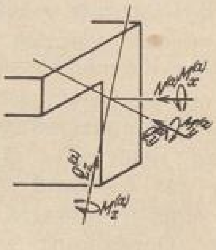

Abb. 20.

Schwerpunkt S oder ausgezeichnete Kernpunkte des Querschnitts. Unter Umständen werden auch die Schwerpunkte der Stahlbewehrung F_e, F_e' des Betonquerschnitts (Abb. 19) oder der Querpunkt T gewählt. Die Vektoren $R^{(i)}$ und $M_R^{(i)}$ werden für die Gleichgewichtsbedingungen nach drei ausgezeichneten Achsen zerlegt. Hierfür eignen sich am besten die Tangente an die Stabachse (x) und die Hauptträgheitsachsen (y, z) des Querschnitts. Die sechs Komponenten werden als die Schnittkräfte des Querschnitts bezeichnet (Abb. 18).

$$\left.\begin{array}{l}
R^{(i)} = N^{(i)} \dotplus Q_y^{(i)} \dotplus Q_z^{(i)}, \qquad M_R^{(i)} = M_x^{(i)} \dotplus M_y^{(i)} \dotplus M_z^{(i)}; \\
\text{Längskraft: } N^{(i)} = \int \sigma_x \, dF; \\
\text{Querkräfte: } Q_y^{(i)} = \int \tau_{xy} \, dF, \qquad Q_z^{(i)} = \int \tau_{xz} \, dF: \\
\text{Biegungsmomente: } M_y^{(i)} = \int \sigma_x z \, dF, \qquad M_z^{(i)} = -\int \sigma_x y \, dF; \\
\text{Drillungsmoment: } M_x^{(i)} = \int (y \tau_{xz} - z \tau_{xy}) \, dF.
\end{array}\right| \tag{43}$$

Die positive Richtung der Schnittkräfte ist mit der Definition der positiven Spannungen $\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ im positiven Quadranten und mit dem positiven Richtungs- und Umlaufsinn des Bezugssystems bestimmt.

Die äußeren Kräfte des abgetrennten Stabteils werden in derselben Weise und mit demselben Bezugspunkt wie die inneren Kräfte zu einer resultierenden Kraft $R^{(a)}$ und einem resultierenden Moment $M_R^{(a)}$ zusammengefaßt. Ihr Richtungssinn wird positiv derart definiert, daß das Gleichgewicht aller Kräfte $\mathfrak{P}, \mathfrak{C}, \sigma dF, \tau dF$ an dem abgetrennten Stabteil durch die folgenden Gleichungen ausgesprochen wird:

$$R^{(i)} \dotplus R^{(a)} = 0, \qquad M_R^{(i)} \dotplus M_R^{(a)} = 0. \tag{44}$$

Nach dieser Definition sind die positiven Schnittkräfte des Querschnitts gleich den positiven Komponenten der zugeordneten äußeren Kräfte $R^{(a)}$, $M_R^{(a)}$, ihre Richtungen sind entgegengesetzt (Abb. 20). $R^{(a)}$ und $M_R^{(a)}$ können für jeden Abschnitt angegeben werden, wenn die Stützenwiderstände oder die an den Anschlußstellen wirkenden Schnittkräfte bekannt sind.

Im allgemeinen besitzen nur drei Sonderfälle Bedeutung. Der erste behandelt den Stab mit ebener Krümmung und beliebiger Belastung, die nach Komponenten in seiner Ebene und senkrecht dazu zerlegt wird. $R^{(a)}$ und $M_R^{(a)}$ werden dann mit sechs Komponenten angegeben. Im zweiten Falle sind die Kräfte senkrecht zur Stabebene Null. $R^{(a)}$ und $M_R^{(a)}$ werden durch die drei Komponenten N, Q_z, M_y bestimmt. Der dritte Sonderfall betrifft den geraden Stab, dessen äußere Kräfte mit seiner Achse in einer Ebene liegen. Ist deren Spur s gegen die Hauptträgheitsachsen des Querschnitts geneigt, so werden die der Geraden s zugeordneten Kernmomente angegeben oder die Vektoren der resultierenden Kraft und des resultierenden Moments auf die Hauptträgheitsachsen projiziert, so daß die Spannungen aus

$$N = \int \sigma_x dF, \quad M_y = \int \sigma_x z\, dF, \quad M_z = -\int \sigma_x y\, dF, \quad Q_y = \int \tau_{xy} dF, \quad Q_z = \int \tau_{xz} dF \quad (45)$$

abgeleitet werden. Der Belastungsfall wird als schiefe Biegung bezeichnet.

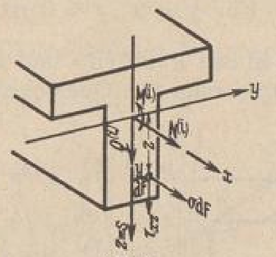

Abb. 21.

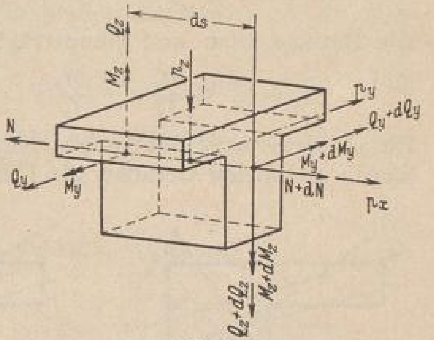

Abb. 22.

Bei zahlreichen Berechnungen fällt die Kraftlinie s in die Richtung der Hauptträgheitsachse z des Querschnitts. In diesem Falle sind M_z, Q_y Null und $\sigma_x = \sigma_x(z)$. Die Spannungen σ_x, τ_{xz} können mit drei Schnittkräften angegeben werden (Abb. 21).

$$N = \int \sigma_x dF, \qquad M_y = \int \sigma_x z\, dF, \qquad Q_z = \int \tau_{xz} dF. \quad (46)$$

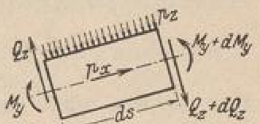

Abb. 23.

Aus dem Gleichgewicht der Schnittkräfte an einem differentialen Stabteil $ds = dx$ werden bei beliebiger Belastung $p = p_x \dotplus p_y \dotplus p_z$ in t/m (Abb. 22) die folgenden Beziehungen abgeleitet:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dM_y}{dx} = Q_z, \qquad \frac{dM_z}{dx} = -Q_y, \qquad \frac{dN}{dx} = -p_x, \\ &\frac{d^2M_y}{dx^2} = \frac{dQ_z}{dx} = -p_z, \qquad \frac{d^2M_z}{dx^2} = -\frac{dQ_y}{dx} = p_y. \end{aligned}\right\} \quad (47)$$

Schneidet die Ebene der äußeren Kräfte den Querschnitt in einer Hauptachse (Abb. 23), so ist einfacher

$$\frac{dM_y}{dx} = Q_z, \qquad \frac{dQ_z}{dx} = \frac{d^2M_y}{dx^2} = -p_z, \qquad \frac{dN}{dx} = -p_x. \quad (48)$$

Verzerrungs- und Spannungszustand am Querschnitt des geraden Stabes. Die relative Verschiebung $du = \Delta ds = \varepsilon_x(y, z)\, ds$ einander zugeordneter Punkte benachbarter Querschnitte ist bei ebener Verschiebung des Querschnitts linear. Dasselbe gilt bei gerader Stabachse, also unveränderlichem $ds(y, z)$ auch für die Dehnung $\Delta ds/ds = \varepsilon_x$. Die lineare Abhängigkeit zwischen Dehnung und Spannung führt daher beim geraden Stabe zum Geradliniengesetz der Normalspannung σ_x, das auch bei wenig gekrümmten Stäben als Näherung verwendet werden kann.