



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Verdrillung und Schubspannung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Im Regelfall ist $Q_y = 0$, also $\tau_{yx} = 0$; für den Rechteckquerschnitt ist außerdem $S_{by} = \frac{1}{2} (\frac{h^2}{4} - z^2) b$; $\tau_{zx} = \frac{3Q}{2F} [1 - (\frac{2z}{h})^2]$; $\max \tau_{zx} = \frac{3}{2} \frac{Q}{F}$, Abb. 30. (60)

Für Querschnitte, die sich nach Abb. 31 aus Rechtecken zusammensetzen, ist

$$\tau_{zx} = \frac{Q_z}{a J_y} \left[\frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{h_1^2}{4} \right) + \frac{d}{2} \left(\frac{h_1^2}{4} - z^2 \right) \right]. \quad (61)$$

In diesen einfachen Fällen kann auch die Normalspannung σ_z nach Abb. 32 aus dem Gleichgewicht der senkrechten Kräfte angegeben werden:

$$\left. \begin{aligned} p dx + \frac{\partial T}{\partial x} dx + b \sigma_z dx = 0, \quad T = \int_{-h/2}^z b \tau_{zx} dz, \\ \text{Rechteckquerschnitt: } \sigma_z = -\frac{p}{2J_y} \left(\frac{h^3}{12} - \frac{h^2 z}{4} + \frac{z^3}{3} \right). \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

Die Schubspannungen und Normalspannungen τ, σ_x, σ_z werden zu Hauptspannungen zusammengesetzt. Größe und Richtung werden analytisch oder graphisch nach (40) bestimmt.

Verdrillung und Schubspannung. Die Verdrillung des Stabes durch äußere Kräftepaare $M_x^{(a)}$ führt zur Verwölbung des Querschnitts, wenn dieser nicht rotationssymmetrisch begrenzt ist. Daher ist der lineare Ansatz für die Normalspannungen σ_x auch bei gleichzeitiger Biegung nicht mehr gültig

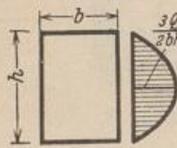


Abb. 30.

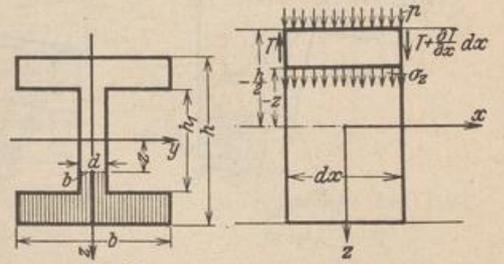


Abb. 31.

Abb. 32.

und als Näherung nur brauchbar, wenn die Verdrillung im Verhältnis zur Biegung klein ist.

Um Formänderung und Festigkeit abzuschätzen, wird der bezogene Verdrehungswinkel $d\theta/ds$ dem Drehmoment M_x des Querschnitts proportional gesetzt. Als Faktor dient das Produkt aus Gleitmodul G und einer dem Trägheitsmoment ähnlichen Querschnittskonstanten T

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{M_x}{GT}. \quad (63)$$

O. Bach setzt in Anlehnung an einen Ansatz von St. Venant bei Rechteckquerschnitten von Stäben aus homogenem Werkstoff auf Grund von Versuchen mit $b/h = \lambda < 1$

$$T = \frac{\lambda^3}{(3,645 - 0,061\lambda)(1 + \lambda^2)} h^4. \quad (64)$$

Die Zahlen stimmen mit den theoretischen Ergebnissen überein, die A. Föppl und C. Weber durch Integration der Differentialgleichung erhalten haben. C. Weber setzt für den Rechteckquerschnitt und homogenen Werkstoff mit $h/b = n > 1$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{M_x}{n\psi_3 b^4 G}; \quad \tau_{\max} = \psi_1 G \cdot b \frac{d\theta}{ds}; \quad T = n\psi_3 b^4. \quad (65)$$

n	1	1,5	2	3	4	6	8	10	∞
ψ_1	0,6753	0,8476	0,9300	0,9854	0,9970	0,9990	~ 1	~ 1	1
ψ_3	0,1404	0,1957	0,2286	0,2633	0,2808	0,2982	0,3070	0,3123	0,3333

Diese Zahlen können mit großer Genauigkeit aus den folgenden Funktionen entwickelt werden:

$$\psi_1 \approx 1 - \frac{0,65}{1+n^3}, \quad \psi_3 = \frac{1}{3n} \left(n - 0,630 + \frac{0,052}{n^4} \right). \quad (66)$$

Nach den Versuchen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton über den Widerstand von Beton und Eisenbeton gegen Verdrehen bestehen bei geringen Schubspannungen und sorgfältiger Bewehrung keine Bedenken, die Ansätze für homogenen Baustoff auch für Bauteile aus Eisenbeton anzuwenden. Indessen soll die Verdrillung stets nur untergeordnete Bedeutung und die damit verbundene Schubspannung nur die Eigenschaft von Nebenspannungen besitzen.

Werden nach (43) die Normal- und Schubspannungen eines infinitesimalen Stabteils ds mit großer Krümmung der Achse zu Schnittkräften zusammengefaßt, so können mit

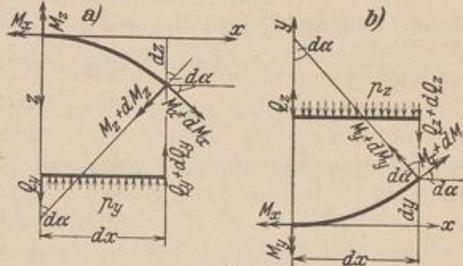


Abb. 33.

$$\cos(d\alpha) = 1, \quad \sin(d\alpha) = d\alpha, \quad dy = dz = \frac{dx^2}{2r} \approx 0, \quad ds \approx r d\alpha \approx dx$$

bei Belastung senkrecht zur Stabebene die folgenden Gleichgewichtsbedingungen abgeleitet werden (Abb. 33):

a) Krümmung des Stabes im Aufriß ($N_x = Q_z = M_y = 0$):

$$\text{oder} \quad \left. \begin{aligned} \frac{dQ_y}{dx} = -p_y, \quad \frac{dM_x}{dx} + \frac{M_x}{r} + Q_y = 0, \quad \frac{dM_z}{dx} = \frac{M_z}{r} \\ \frac{d^2 M_x}{dx^2} + \frac{M_x}{r^2} = -p_y. \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

b) Krümmung des Stabes im Grundriß ($N_x = Q_y = M_z = 0$):

$$\text{oder} \quad \left. \begin{aligned} \frac{dQ_z}{dx} = -p_z, \quad \frac{dM_y}{dx} + \frac{M_y}{r} - Q_z = 0, \quad \frac{dM_x}{dx} = \frac{M_x}{r} \\ \frac{d^2 M_y}{dx^2} + \frac{M_y}{r^2} = -p_z. \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

Hierbei sind alle kleinen Größen zweiter Ordnung vernachlässigt.

Verzerrungs- und Spannungszustand am Querschnitt des gekrümmten Stabes. Die Krümmung derjenigen gebogenen, ebenen Stäbe, welche im Bauwesen verwendet werden, ist in der Regel so klein, daß die Spannungen nach den Ansätzen (49), (51) für den geraden Stab berechnet werden. Ausnahmen ergeben sich an den Winkelpunkten eines Stabzuges. Die Ausrundung kann hier unter Umständen die Anwendung der Ergebnisse rechtfertigen, welche für die Spannungen σ_x , σ_z und τ eines gebogenen Stabes aufgestellt worden sind, dessen Symmetrieebene mit der Kraftebene zusammenfällt. Als Grundlage dient auch hier die Annahme einer ebenen Verschiebung des Querschnitts, obwohl diese nicht allein durch die Schubspannungen τ_{xz} , sondern auch durch die Normalspannungen σ_z gestört wird.

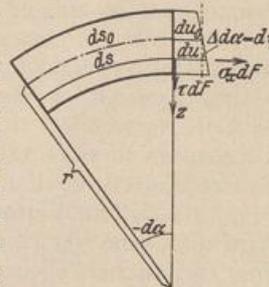


Abb. 34.