Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Anwendungsbereich der technischen Biegelehre

Aus Symmetriegründen ist $du = du(z) = du_0 + z d\psi$ nur von z abhängig. Dagegen sind nunmehr $\varepsilon_x = \varepsilon_{0z} + \frac{d\psi}{ds} z$ und ebenso σ_x quadratische Funktionen von z, da sich ds mit z ändert. Zunächst gelten die folgenden Beziehungen (Abb. 34):

$$ds_0 = -r\,d\alpha, \quad ds = ds_0 + z\,d\alpha, \quad \varepsilon_{0z} = \frac{\Delta ds_0}{ds}, \quad \varepsilon_0 = \frac{\Delta ds_0}{ds_0}, \quad \varepsilon_x = \frac{du}{ds} = \frac{\Delta ds}{ds}.$$

Durch Belastung wird $ds_0 \to ds_0 + \Delta ds_0$, $d\alpha \to d\alpha + \Delta d\alpha$, $ds \to ds + \Delta ds$,

$$\Delta ds = \Delta ds_0 + \Delta z\,d\alpha + z\,\Delta d\alpha; \quad \Delta z \approx 0.$$

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{\Delta ds_0 + z\,\Delta d\alpha}{ds_0 + z\,d\alpha} = \varepsilon_0 + \left(\varepsilon_0 - \frac{\Delta d\alpha}{d\alpha}\right)\frac{z}{r-z}. \tag{69}$$

Elastizitätsgesetz und Definition der Schnittkräfte:

$$\sigma_x = \varepsilon_x E; \qquad N = \int \sigma_x dF = E \int \varepsilon_x dF; \qquad M = \int \sigma_x z\,dF = E \int \varepsilon_x z\,dF,$$

$$\int \frac{z^2}{r^2}\frac{r}{r-z}\,dF = \int \frac{z^2}{r^2}\left(1 + \frac{z}{r} + \frac{z^2}{r^2} + \cdots\right) dF = \frac{\Theta}{r^2}; \quad \Theta \approx J.$$

$$\frac{N}{E} = F\varepsilon_0 + \left(\varepsilon_0 - \frac{\Delta d\alpha}{d\alpha}\right)\frac{\Theta}{r^2}; \qquad \frac{M}{E} = \left(\varepsilon_0 - \frac{\Delta d\alpha}{d\alpha}\right)\frac{\Theta}{r}.$$

$$E\varepsilon_0 = \frac{N}{F} - \frac{M}{rF}; \qquad E\,\Delta d\alpha = E\,d\psi = \left(\frac{M}{\Theta} - \frac{N}{rF} + \frac{M}{r^2 F}\right) ds_0. \tag{70}$$

Normalspannung als Funktion der Schnittkräfte:

$$\sigma_x = \frac{N}{F} - \frac{M}{rF} + \frac{Mz}{\Theta}\frac{r}{r-z}. \tag{71}$$

Für $r \gg h$ ist: $\frac{r}{r-z} \approx 1$, $\Theta \approx J_y$, $\varepsilon_0 = \frac{N}{EF}$, $\Delta d\alpha = d\psi \approx \frac{M}{EJ_y} ds_0$,

$$\sigma_x = \frac{N}{F} + \frac{Mz}{J_y}. \tag{72}$$

Die Schubspannungen τ_{xz} erfahren ebenfalls geringe Änderungen gegenüber den Angaben (58), (59) für den geraden Stab. Sie sind jedoch hier bereits als Näherung anzusehen, so daß sie auch zur Abschätzung der Schubspannungen des gekrümmten Stabes genügen.

Anwendungsbereich der technischen Biegelehre. Die Spannungsberechnung nach der technischen Biegelehre ist dort unbrauchbar, wo die Voraussetzungen der ebenen Verzerrung des Querschnitts nicht erfüllt sind. Dies ist der Fall an Knickpunkten und Unstetigkeitsstellen von Stabzügen und unter Einzellasten. Die Spannungsergebnisse des Geradliniengesetzes sind daher nach dem St. Venantschen Prinzip erst in einiger Entfernung von diesen ausgezeichneten Querschnitten zutreffend. Für die genauere Untersuchung des singulären Bereichs müssen andere Hilfsmittel verwendet werden.

Im Gegensatz zu den bisherigen Annahmen werden auch in zahlreichen Fällen Bauteile verwendet, deren Werkstoff für Zug und Druck verschiedene elastische Konstanten besitzt oder zur Übertragung von Zugspannungen ungeeignet ist. Andere Bauteile werden aus mehreren Werkstoffen zusammengesetzt, welche je nach ihrem elastischen Vermögen an der Übertragung der inneren Kräfte beteiligt sind. Wird die ebene Verschiebung des Querschnitts in diesen Fällen auch als Grundlage einer technischen Theorie beibehalten, so erfahren die Ansätze zur Spannungsberechnung keine Änderung. Sie werden nach wie vor allein aus dem Gleichgewicht der inneren und äußeren Kräfte abgeleitet. Sie bilden daher auch die Grundlage für den Festigkeitsnachweis und die Bemessung von Eisenbetonquerschnitten.

Weber, C.: Die Lehre der Drehungsfestigkeit. Mitt. üb. Forschungsarbeiten d. VDI 1922 S. 249. — Derselbe: Biegung und Schub in geraden Balken. Z. angew. Math. Mech. 1924

S. 334. — Föppl, A.: Vorlesungen über Technische Mechanik Bd. 3: Festigkeitslehre 10. Aufl. Leipzig 1927. — Timoshenko, S., u. J. M. Lessells: Festigkeitslehre. Berlin 1928. — Timoshenko, S.: Festigkeitsprobleme im Maschinenbau. Handb. physik. u. techn. Mechan. Bd. 4. Leipzig 1929. — Girtler, R.: Einführung in die Mechanik fester elastischer Körper und das zugehörige Versuchswesen. Wien 1931.

11. Die Eigenspannungen des Baustoffs.

Bei jedem Festigkeitsnachweis wird mit der spannungsfreien Herstellung des Baustoffs gerechnet. Dies gilt von Gußeisen und Stahl ebenso wie von Beton und Eisenbeton. Wissenschaft, Technik und Handwerkskunst sind gemeinsam bemüht, dieses Ziel der Baustofferzeugung zu erreichen. Die allgemeine physikalische Erkenntnis und die technischen Erfahrungen aus diesen Bestrebungen bilden die Grundlage der zahlreichen behördlichen Bestimmungen, welche das jederzeit Erreichbare im Interesse der öffentlichen Sicherheit vorschreiben.

Leider können die Baustoffe nur in beschränktem Maße in homogener Beschaffenheit, frei von Vorspannungen geliefert werden. Diese sind durch die physikalischen und chemischen Vorgänge bei der Herstellung und Verarbeitung unvermeidlich. Sie entstehen aus Temperatur- und Schwindwirkungen und aus den Unterschieden in den physikalischen Konstanten der Bestandteile. Ihre Ursache kann mittelbar durch die Kerbwirkung von Hohlräumen und Fremdeinschlüssen erklärt werden. Dasselbe gilt von den zahlreichen mikroskopisch feinen Rissen, der mikroskopisch mangelhaften Raumausfüllung und der wechselnden Dichte des Mittels. Diese bestimmen die allgemeinen Festigkeitseigenschaften, insbesondere das Verhältnis von Zug- und Schubfestigkeit zur Druckfestigkeit eines Baustoffes.

Die Bedeutung der Eigenspannungen wächst mit dem räumlichen Zusammenhang der Tragwerke. Sie ist also bei Flächentragwerken größer als bei Stabwerken und nimmt mit den Schwind- und Temperaturwirkungen zu. Die Erstarrungskontraktion des Baustoffs ist neben der gleichmäßigen Raumverkürzung stets noch von Einzelerscheinungen begleitet, welche von der Ungleichartigkeit des Vorganges herrühren. Diese sind die Ursache von großen Eigenspannungen und müssen daher vermieden werden, um nicht die Brauchbarkeit, vielleicht sogar den Bestand eines Bauteils zu gefährden.

Bauteile aus Eisenbeton unterliegen außerdem stets Eigenspannungen durch die Raumveränderung des Betons relativ zur Stahlbewehrung. Daher werden sich unsymmetrisch bewehrte Bauteile beim Abbinden des Betons ebenso krümmen wie bei ungleichförmiger Temperaturänderung. Diese Erscheinungen sind von L. Herzka in mehreren Arbeiten behandelt worden. Er vergleicht nach den Ergebnissen von österreichischen Versuchen die Schwindwirkung nach vier Wochen und zwölf Monaten mit einer ungleichförmigen Erwärmung der oberen und unteren Fläche im Betrage von 14° C bis 64° C.

Die lineare Verkürzung der Bauteile durch Schwinden wird in den Bestimmungen einem Temperaturrückgang von t_s^0 gleichgesetzt, besser jedoch auf ein Schwindmaß bezogen, welches von dem Grad der Bewehrung abhängt:

$$n = E_e/E_b; \qquad \psi = F_e/F_b;$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Schwindmaß des unbewehrten Betons:} & \varepsilon_{0s} = \Delta l/l = 0{,}00036\,, = 0{,}36\,‰ \\ \text{Schwindmaß des Eisenbetons:} & \varepsilon_s \;= \Delta l/l = \varepsilon_{0s}/(1 + n\psi)\,, \\ \text{Verbundschwindspannungen: im Eisen} & \sigma_{ed} = \varepsilon_s E_e\,, \text{ im Beton } \sigma_{bz} = \psi \varepsilon_s E_e\,. \end{array}\right\} \quad (73)$$

Eine gleichmäßige Temperaturänderung des Tragwerks erzeugt eine zur ursprünglichen ähnliche Form. Daher werden in diesem Falle Eigenspannungen nur bei geometrischer Überbestimmtheit der Stützung hervorgerufen. Ihre Größe ist, abgesehen von der Wärmeausdehnungszahl α_t, bestimmt durch die Querschnittsab-