



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

11. Die Eigenspannungen des Baustoff

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

S. 334. — Föppl, A.: Vorlesungen über Technische Mechanik Bd. 3: Festigkeitslehre 10. Aufl. Leipzig 1927. — Timoshenko, S., u. J. M. Lessells: Festigkeitslehre. Berlin 1928. — Timoshenko, S.: Festigkeitsprobleme im Maschinenbau. Handb. physik. u. techn. Mechan. Bd. 4. Leipzig 1929. — Girtler, R.: Einführung in die Mechanik fester elastischer Körper und das zugehörige Versuchswesen. Wien 1931.

## 11. Die Eigenspannungen des Baustoffs.

Bei jedem Festigkeitsnachweis wird mit der spannungsfreien Herstellung des Baustoffs gerechnet. Dies gilt von Gußeisen und Stahl ebenso wie von Beton und Eisenbeton. Wissenschaft, Technik und Handwerkskunst sind gemeinsam bemüht, dieses Ziel der Baustoffherzeugung zu erreichen. Die allgemeine physikalische Erkenntnis und die technischen Erfahrungen aus diesen Bestrebungen bilden die Grundlage der zahlreichen behördlichen Bestimmungen, welche das jederzeit Erreichbare im Interesse der öffentlichen Sicherheit vorschreiben.

Leider können die Baustoffe nur in beschränktem Maße in homogener Beschaffenheit, frei von Vorspannungen geliefert werden. Diese sind durch die physikalischen und chemischen Vorgänge bei der Herstellung und Verarbeitung unvermeidlich. Sie entstehen aus Temperatur- und Schwindwirkungen und aus den Unterschieden in den physikalischen Konstanten der Bestandteile. Ihre Ursache kann mittelbar durch die Kerbwirkung von Hohlräumen und Fremdeinschlüssen erklärt werden. Dasselbe gilt von den zahlreichen mikroskopisch feinen Rissen, der mikroskopisch mangelhaften Raumauffüllung und der wechselnden Dichte des Mittels. Diese bestimmen die allgemeinen Festigkeitseigenschaften, insbesondere das Verhältnis von Zug- und Schubfestigkeit zur Druckfestigkeit eines Baustoffes.

Die Bedeutung der Eigenspannungen wächst mit dem räumlichen Zusammenhang der Tragwerke. Sie ist also bei Flächentragwerken größer als bei Stabwerken und nimmt mit den Schwind- und Temperaturwirkungen zu. Die Erstarrungskontraktion des Baustoffs ist neben der gleichmäßigen Raumverkürzung stets noch von Einzelercheinungen begleitet, welche von der Ungleichartigkeit des Vorganges herrühren. Diese sind die Ursache von großen Eigenspannungen und müssen daher vermieden werden, um nicht die Brauchbarkeit, vielleicht sogar den Bestand eines Bauteils zu gefährden.

Bauteile aus Eisenbeton unterliegen außerdem stets Eigenspannungen durch die Raumveränderung des Betons relativ zur Stahlbewehrung. Daher werden sich unsymmetrisch bewehrte Bauteile beim Abbinden des Betons ebenso krümmen wie bei ungleichförmiger Temperaturänderung. Diese Erscheinungen sind von L. Herzka in mehreren Arbeiten behandelt worden. Er vergleicht nach den Ergebnissen von österreichischen Versuchen die Schwindwirkung nach vier Wochen und zwölf Monaten mit einer ungleichförmigen Erwärmung der oberen und unteren Fläche im Betrage von 14° C bis 64° C.

Die lineare Verkürzung der Bauteile durch Schwinden wird in den Bestimmungen einem Temperaturrückgang von  $t_0^0$  gleichgesetzt, besser jedoch auf ein Schwindmaß bezogen, welches von dem Grad der Bewehrung abhängt:

$$n = E_e/E_b; \quad \psi = F_e/F_b;$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Schwindmaß des unbewehrten Betons: } \varepsilon_{0s} = \Delta l/l = 0,00036, \approx 0,36^\circ/\text{cm} \\ \text{Schwindmaß des Eisenbetons: } \varepsilon_s = \Delta l/l = \varepsilon_{0s}/(1 + n\psi), \\ \text{Verbundschwindspannungen: im Eisen } \sigma_{e,d} = \varepsilon_s E_e, \text{ im Beton } \sigma_{b,z} = \psi \varepsilon_s E_e. \end{array} \right\} (73)$$

Eine gleichmäßige Temperaturänderung des Tragwerks erzeugt eine zur ursprünglichen ähnliche Form. Daher werden in diesem Falle Eigenspannungen nur bei geometrischer Überbestimmtheit der Stützung hervorgerufen. Ihre Größe ist, abgesehen von der Wärmeausdehnungszahl  $\alpha_t$ , bestimmt durch die Querschnittsab-

messungen, den Wärmeschutz und die physikalischen Konstanten des Wärmedurchgangs. Sie sind zum Teil behördlich festgesetzt und in § 16 der Bestimmungen enthalten. Hierbei werden die gleichförmige Temperaturänderung  $t^0$  und der Temperaturunterschied  $t_w^0 - t_o^0 = \Delta t^0$  zwischen den seitlichen Begrenzungen des Bauteils unterschieden. Die Angabe von  $t^0$  hängt von den Grenzwerten der Jahrestemperatur und der Lage des Bauteils ab. Daher werden Brückenträger anders behandelt als die Konstruktionen innerhalb von Bauwerken. Die ungleichförmige Erwärmung ist bei Brückenträgern, vor allem jedoch bei Industriebauten mit Ofenanlagen, Schornsteinen und Behältern für heiße Füllungen von Bedeutung. Bei derartigen Aufgaben empfiehlt sich stets eine eingehende Berechnung des Wärmeabfalls, welcher im Bauteil verarbeitet werden muß. Jedenfalls verdienen die Eigenspannungen aus der Temperaturwirkung in allen Fällen eingehende Beachtung, weil sie unter Umständen allein über die Brauchbarkeit und den Bestand eines Tragwerks entscheiden.

Das Temperaturgefälle in planparallelen, aus Schichten zusammengesetzten Wänden wird aus dem Wärmedurchgang bestimmt. Die stündlich durch  $1 \text{ m}^2$  Wandfläche wandernde Energie ist bei einem Wärmeleitwiderstand  $r_L$  und den Wärmeübergangszahlen  $\alpha_1$  (innen) und  $\alpha_2$  (außen)

$$q = k(t_1 - t_2) = \frac{t_1 - t_2}{r_{a1} + r_L + r_{a2}}. \quad (74)$$

Hierbei ist bei  $n$  Schichten der Wand mit den Dicken  $\delta$  und den Wärmeleitzahlen  $\lambda$

$$r_L = \sum_1^n \frac{\delta}{\lambda}; \quad r_{a1} = \frac{1}{\alpha_1}; \quad r_{a2} = \frac{1}{\alpha_2}. \quad (75)$$

Der Temperaturdurchgang in der Schicht  $h$  und die Temperaturübergänge innen und außen berechnen sich zu

$$\Delta t_h = q \delta_h / \lambda_h; \quad \Delta t_1 = q r_{a1}; \quad \Delta t_2 = q r_{a2}. \quad (76)$$

Der Ansatz gilt auch für zylindrische Wände, wenn  $\delta/\lambda$  durch  $\delta/(\lambda \cdot \varphi)$  ersetzt wird.  $\varphi$  ist ein Formfaktor<sup>1</sup>.

Temperaturverlauf in einem gemauerten Schornstein mit Luftspalt und durchgehendem Futter: Temperatur der Heizgase  $t_1 = 250^\circ$ . Lufttemperatur  $t_2 = 0^\circ$ . Futter  $\delta_1 = 0,31 \text{ m}$ . Luftspalt  $\delta_2 = 0,03 \text{ m}$ , Mantel  $\delta_3 = 1,04 \text{ m}$ .

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 1/r_{a1} = 40 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^0, & \alpha_2 &= 1/r_{a2} = 23 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^0. \\ \lambda_1 &= 0,51 \text{ kcal/m h}^0; & \lambda_2 &= 0,50 \text{ kcal/m h}^0; & \lambda_3 &= 0,47 \text{ kcal/m h}^0; \\ k &= 0,339, & q &= 84,7 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}. \end{aligned}$$

Hieraus werden rückwärts die folgenden Temperaturunterschiede berechnet. Übergang innen:  $2,1^\circ$ ; Durchgang im Futter:  $51,7^\circ$ ; Durchgang in der Luftschicht:  $5,1^\circ$ ; Durchgang im Mantel:  $187,4^\circ$ ; Übergang nach außen  $3,7^\circ$ . Würde man den Luftspalt durch eine ca.  $10 \text{ cm}$  starke Isolation mit einer Wärmeleitzahl  $\lambda_2 = 0,04$  ersetzen, so würde sich die folgende Zahlenreihe ergeben:

$$q = 46,4 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}; \quad 250^\circ = 1,2^\circ + 28,3^\circ + 115,9^\circ + 102,6^\circ + 2,0^\circ.$$

Temperaturverlauf in einem Eisenbetonbehälter mit Isolierung aus Hohlziegelmauerwerk und Innenschale aus Magerbeton: Temperatur der Flüssigkeit:  $t_1 = 90^\circ$ , Lufttemperatur  $t_2 = 10^\circ$ , Innenschale  $\delta_1 = 0,08 \text{ m}$ , Isolierung  $\delta_2 = 0,12 \text{ m}$ , Außenschale  $\delta_3 = 0,20 \text{ m}$ .

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 1/r_{a1} = 500 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^0, & \alpha_2 &= 1/r_{a2} = 10,2 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^0, \\ \lambda_1 &\approx 1,2 \text{ kcal/m h}^0, & \lambda_2 &= 0,30 \text{ kcal/m h}^0, & \lambda_3 &= 1,5 \text{ kcal/m h}^0, \\ k &= 1,429, & q &= 114,32 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}. \end{aligned}$$

Hieraus ergeben sich die folgenden Temperaturunterschiede: Übergang innen:  $0,2^\circ$ ; Durchgang Innenschale:  $7,6^\circ$ ; Durchgang Isolierung:  $45,8^\circ$ ; Durchgang Außenschale:  $15,2^\circ$ ; Übergang nach außen:  $11,2^\circ$ .

<sup>1</sup> Vgl. Hütte 26. Aufl. I, S. 494.

**Angaben zur Ermittlung von Schwind- und Temperaturspannungen.**

Bestimmungen des Deutschen Ausschusses (1932):

Nach den klimatischen Verhältnissen ist:

$$t_{\min} = -5^{\circ} \text{ bis } -10^{\circ}, \quad t_{\max} = +25^{\circ} \text{ bis } +30^{\circ}.$$

Festigkeitsnachweis in der Regel für:  $t = \pm 15^{\circ}$  bis  $\pm 20^{\circ}$ .

Ausgangstemperatur:  $+10^{\circ}$ . Sind Bauteile gegen Wärmewirkungen geschützt oder beträgt ihre geringste Höhe  $\geq 0,7$  m, so ist  $t = \pm 10^{\circ}$  bis  $\pm 15^{\circ}$ . Ungleichmäßige Erwärmung kommt nur für besondere Fälle in Betracht.

Schwinden des Eisenbetons: Temperaturänderung  $t_s = -15^{\circ}$ , Betonbogen und Gewölbe mit einer Längsbewehrung von  $\varphi\%$ :

$\varphi < 0,1^*$	$0,1^* \leq \varphi < 0,5$	$0,5 \leq \varphi \%$
$t_s = -25^{\circ}$	$-20^{\circ}$	$-15^{\circ}$

\*  $F_s$  oben und unten mindestens je  $4 \text{ cm}^2$  auf  $1 \text{ m}$  Gewölbbeite.

**Ausländische Betonbestimmungen:**

	Österreich	Schweiz	Tschechoslowakei	Dänemark	Rußland
$t$	$\pm 15^{\circ}$	$\pm 15^{\circ}$	$\pm 12^{\circ}$	$\pm 10^{\circ}$ bis $\pm 20^{\circ}$	$\pm 30^{\circ}$
$t_s$	$-15^{\circ}$	$-20^{\circ}$	$-10^{\circ}$	$-15^{\circ}$	$-10^{\circ}$

**Linearer Ausdehnungskoeffizient  $\alpha_t$ :**

Beton und Eisenbeton	Quader- und Bruchsteinmauerwerk	Ziegelmauerwerk	Stahl
0,000010	0,000008	0,000005	0,000012

**Wärmeübergangszahlen  $\alpha = 1/r_a \text{ kcal/m}^2\text{h}^{\circ}$**

an der Oberfläche eines festen Körpers bei einem Temperaturabfall  $\Delta t^{\circ}$ .

a) Ruhende Luft:

$\Delta t =$	0	10	25	50	90
$\alpha \approx$	3,0	3,8	4,9	5,9	10,2

b) Bewegte Luft: Die Werte  $\alpha$  aus a) sind um 25÷50% zu erhöhen; für Schornsteine ist nach Deiningner in der Regel  $\alpha_1 = 30,3$ ,  $\alpha_2 = 10,0$ , sehr hohe freistehende Schornsteine

innen, bei 10 m/sek Gasgeschwindigkeit . . .  $\alpha_1$  bis 40,  
außen, bei 5 m/sek Windgeschwindigkeit . . .  $\alpha_2$  bis 23.

c) Ruhende, heiße, nicht siedende Flüssigkeit:  $\alpha$  rund 500.

d) Kondensierender Wasserdampf:  $\alpha$  bis 10000.

**Wärmeleit Zahlen  $\lambda$  in  $\text{kcal/m h}^{\circ}$ :**

Bruchsteinmauerwerk . . . . .	1,3 ÷ 2,1	Ziegelmauerwerk . . . . .	0,60
Eisenbeton . . . . .	1,5 ÷ 1,75	Hohlziegelmauerwerk . . . . .	0,30
Klinkerverkleidung . . . . .	0,80	Hochofenschlacke, Dia-Material . . . . .	0,09
Zementmörtelputz . . . . .	0,78	Glaswolle, Gichtasche, Korkplatte . . . . .	0,06

Luftschicht:	$t_m \approx$	0	100°	200°	400°	600°
Durchgangstemp. $t_m$ ,	$(\lambda/\delta) \approx$	5	10	20	55	115
Dicke $\delta$ in m.						

Versuche des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton. Heft 23: Untersuchungen über die Längenänderungen von Betonprismen beim Erhärten und infolge von Temperaturwechsel. Ausgeführt von M. Rudeloff unter Mitwirkung von H. Sieglerschmidt. — Heft 34: Erfahrungen bei der Herstellung von Eisenbetonsäulen. Längenveränderungen der Eiseneinlagen im erhärtenden Beton. Bericht von M. Rudeloff. — Heft 35: Schwellung und Schwindung von Zement und Zementmörteln in Wasser und Luft. Bericht von M. Gary. — Heft 42: Schwindung von Zementmörteln an der Luft. Bericht von M. Gary. — Perkuhn: Riß- und Rostbildung bei

ausgeführten Eisenbetonbrücken im Eisenbahndirektionsbezirke Kattowitz und Breslau. Z. Bauw. 1916 S. 99. — Haberkalt: Das Schwinden des Betons und sein Einfluß auf Rißbildung und Tragfähigkeit von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton. Öst. Wochenschr. öffentl. Baudienst 1916 Heft 4, 5, 6. — Schürch, H.: Versuche beim Bau des Langwieser Talüberganges. Berlin 1916. — Hencky, K.: Wärmeverluste durch ebene Wände. München 1921. — Schüle, F.: Der Einfluß des Schwindens auf einseitig bewehrte Eisenbetonbalken. Beton u. Eisen 1922 Heft 1. — Derselbe: Versuche über das Schwinden von Beton. Mitteilungen über Versuche, ausgeführt vom Eisenbetonausschuß des Österr. Ing. und Arch.-Vereins Heft 9. — Lewe, V.: Die statische Wirkung heißer Füllungen von Flüssigkeitsbehältern. Bauing. 1922 S. 516. Handb. Eisenbeton 5. Bd. 3. Aufl. S. 174. Flüssigkeitsbehälter. — Döring, K.: Wind und Wärme bei der Berechnung hoher Schornsteine. Berlin 1925. — Herzka, L.: Schwindspannungen in Trägern aus Eisenbeton. Leipzig 1925. — Derselbe: Grundlagen für die Berechnung von Rahmen bei ungleichmäßiger Durchwärmung. Bauing. 1926 Heft 24/25. — Stadelmann, E.: Temperaturbeobachtungen an ausgeführten Betonbauwerken der Schweiz. Schweiz. Ing.-Bauten in Theorie und Praxis. Zürich 1926. — Knoblauch, O.: Über den Temperaturverlauf im Schornsteinschacht. Bauing. 1927 Heft 23. — Busemann, A., u. O. Föppl: Physikalische Grundlagen der Elastomechanik, Handb. Physik Bd. 6: Mechanik der elastischen Körper. Berlin 1928. — Herzka, L.: Das statische Verhalten der unter Schwindeinfluß stehenden Rahmentragwerke aus Eisenbeton. Beton u. Eisen 1929 S. 220. — Derselbe: Über Riß-, insbesondere Schwindrißerscheinungen an Bauwerken aus Beton und Eisenbeton. Bericht über die zweite Internat. Tagung für Brückenbau und Hochbau 1928 S. 702. Wien 1929. — Graf, O.: Die wichtigsten Ergebnisse der Versuche mit Eisenbeton. Handb. Eisenbetonbau Bd. 1. Berlin 1930. — Dumas, F.: Le béton armé et ses hypothèses. Génie civ. Bd. 47 (1930) Nr. 23 u. 24. — Deininger, K.: Die Entwicklung des Eisenbetonschornsteins in Theorie und Praxis. Stuttgart 1932. — Faber, O.: Elasticity, plasticity and shrinkage Abschn. VI 2 des Vorberichts zum ersten Kongreß der Internat. Vereinigung für Brücken- und Hochbau. Paris 1932. — Campus, F.: Ausbau der Statik des Eisenbetons mit Rücksicht auf die Baustoffeigenschaften. Bericht des 1. Internat. Kongr. für Brücken- und Hochbau. Zürich 1932. — Luftschitz, H.: Die Raumänderungen der Baustoffe. Berlin 1932.

## 12. Die Sicherheit des Tragwerks.

Die erfolgreiche Lösung einer Bauaufgabe erfüllt neben den allgemeinen Bedingungen für die Brauchbarkeit der Anlage die Forderung nach deren Sicherheit. Sie wird auf die Gebrauchsbelastung und auf die Festigkeitseigenschaften der Baustoffe bezogen und in der Regel getrennt für die Bauteile, ihre Verbindungen und für die Grenzschicht des Baugrundes nachgewiesen. Die äußeren Kräfte sind entweder ruhende Lasten und bewegliche Lasten, die als ruhend angesehen werden, oder Energien, die von bewegten Lasten herrühren und unter Umständen periodisch auftreten. Im ersten Falle wird die Sicherheit allein durch die Größe, Richtung und Eintragung der Lasten bestimmt. Im zweiten Falle hängt die Sicherheit außerdem von der Amplitude und der Frequenz der Energieübertragung ab. Die Sicherheit des Tragwerks kann daher bei ruhenden Lasten als Verhältnis  $\nu_p$  von Bruchbelastung und Gebrauchsbelastung angegeben werden. Sie bedarf aber bei der Eintragung von Energie der Ergänzung durch das Verhältnis  $\nu_E$  der Betriebsfrequenz zu den Eigenfrequenzen der belasteten Bauteile. Unter Umständen sind dabei auch die Eigenfrequenzen des ganzen Bauwerks einschließlich Gründung maßgebend.

Die Festigkeit eines Bauteils, eines mehrteiligen Tragwerks und seiner Verbindungen wird durch den Spannungs- und Verschiebungszustand der ungünstigsten Gebrauchsbelastung nachgewiesen. Dazu gehört unter Umständen auch die Nachprüfung der Stabilität des Gleichgewichts zwischen den äußeren und inneren Kräften. Für den Nachweis der dynamischen Stabilität werden die Eigenfrequenzen des Tragwerks aus dessen elastischen Eigenschaften abgeleitet.

Die Beziehung zwischen der Festigkeit des Tragwerks und dem Spannungs- oder Verzerrungstensor wird durch Hypothesen hergestellt, die sich bei der versuchstechnischen Nachprüfung bewährt haben. Hieraus sind dann allgemein anerkannte zulässige Spannungsgrenzen entwickelt und behördlich bestätigt worden, deren Einhaltung die Festigkeit und damit auch die Sicherheit der Bauteile verbürgt. Da jedoch die Versuche in der Regel nur einen einachsigen Spannungszustand