Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

14. Der einfache Balkenträger

Land, R.: Kinematische Theorie der statisch bestimmten Träger. Z. öst. Ing.- u. Arch.-Ver. Bd. 40 (1888) S. 11 u. 162. — Müller-Breslau, H.: Die graphische Statik der Baukonstruktionen Bd. 1. Leipzig 1905. — Grüning, M.: Die Statik des ebenen Tragwerks. Berlin 1925. — Saliger, R.: Praktische Statik 2. Aufl. Wien 1927. — Mohr, O.: Abhandlungen aus dem Gebiete der Technischen Mechanik 3. Aufl. Berlin 1928. — Beyer, K.: Baustatik. Taschenb. f. Bauing. Bd. 1 S. 270. Berlin 1928. — Hertwig, A.: Statik der Baukonstruktionen. Handb. physik. u. techn. Mechan. Bd. 4. Leipzig 1929. — Kaufmann, W.: Statik der Tragwerke. Handbibl. f. Bauing. 2. Aufl. Berlin 1930.

14. Der einfache Balkenträger.

Ein Stab mit gerader, gebrochener oder gekrümmter Achse wird als Balkenträger bezeichnet, wenn eine senkrechte Belastung nur senkrechte Stützkräfte hervorruft. Er wird an den Enden aufgelagert oder als Kragträger verwendet.

Ruhende Belastung. Eine allgemeine Belastung wird oft mit Vorteil aufgeteilt. Stütz- und Schnittkräfte werden getrennt für jeden Anteil angegeben und nach dem Superpositionsgesetz addiert.

Allgemeiner Ansatz zur Berechnung der Stützkräfte.

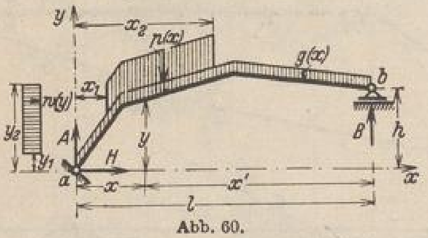


Abb. 60.

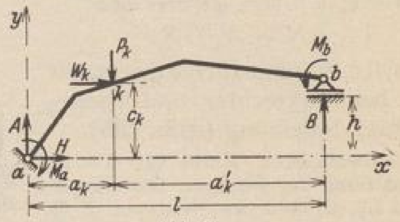


Abb. 61.

a) Senkrechte Belastung und Stützenmomente (Abb. 60 und 61):

$$A_1 = \frac{M_b - M_a}{l} + \frac{1}{l}\int_0^l g(x)\,x'\,dx + \frac{1}{l}\sum_{k=1}^{k=n} P_k a'_k + \frac{1}{l}\int_{x_1}^{x_2} p(x)\,x'\,dx\,, \qquad H = 0$$

$$B_1 = \frac{M_a - M_b}{l} + \frac{1}{l}\int_0^l g(x)\,x\,dx + \frac{1}{l}\sum_{k=1}^{k=n} P_k a_k + \frac{1}{l}\int_{x_1}^{x_2} p(x)\,x\,dx\,. \tag{105}$$

b) Waagerechte Belastung (Abb. 60 und 61):

$$B_2 = \frac{1}{l}\sum_{k=1}^{k=n} W_k c_k + \frac{1}{l}\int_{y_1}^{y_2} w(y)\,y\,dy = -A_2\,, \quad H = -\left(\sum_{k=1}^{k=n} W_k + \int_{y_1}^{y_2} w(y)\,dy\right).$$

Allgemeiner Ansatz für die Berechnung der Schnittkräfte (Abb. 62).

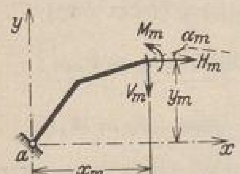


Abb. 62.

$$A = A_1 + A_2\,, \qquad B = B_1 + B_2\,,$$

$$V_m = A - \int_0^{x_m} g(x)\,dx - \sum_{k=1}^{k=r} P_k - \int_{x_1}^{x_m} p(x)\,dx\,;$$

$$H_m = -\left(H + \sum_{k=1}^{k=s} W_k + \int_{y_1}^{y_m} w(y)\,dy\right);$$

$$Q_m = H_m \sin\alpha_m + V_m \cos\alpha_m\,;$$

$$N_m = H_m \cos\alpha_m - V_m \sin\alpha_m\,; \tag{106}$$

$$M_m = A\,x_m - \int_0^{x_m} g(x)(x_m - x)\,dx - \sum_{k=1}^{k=r} P_k(x_m - a_k) - \int_{x_1}^{x_m} p(x)(x_m - x)\,dx$$
$$- H y_m - \sum_{k=1}^{k=s} W_k(y_m - c_k) - \int_{y_1}^{y_m} w(y)(y_m - y)\,dy + M_a\,.$$

Der Ansatz besitzt in dieser Form nur grundsätzliche Bedeutung. Die Schnittkräfte werden besser nach den Angaben auf S. 42 berechnet. Hierbei ergeben sich zunächst die Querkräfte Q_m und bei geneigter oder gekrümmter Stabachse deren Komponenten V_m und H_m. Damit können die Biegungsmomente M_m nach (86) oder (88) gebildet und unter Umständen durch die Momente M_r für die Anschlußquerschnitte der Zwischenkonstruktion nach (89) ergänzt werden. Sind die Streckenlasten $g(x)$, $p(x)$, $w(y)$ nicht einfach zu integrierende Funktionen, so wird die stetige Belastung nach S. 44 durch eine annähernd äquivalente Gruppe von Einzellasten ersetzt. Querkraft und Moment sind bei gerader Stabachse in den Abschnitten zwischen den Einzellasten nach (86) gerade Linien oder Parabelabschnitte. Der Größtwert des Momentes entsteht nach S. 42 in demjenigen Querschnitt, in welchem die Querkraft Null ist oder ihr Vorzeichen wechselt. Die Tabellen 6 und 7 geben die Schnittkräfte für zahlreiche Belastungsannahmen an.

Die Stütz- und Schnittkräfte können auch zeichnerisch mit Kraft- und Seileck bestimmt werden. Bei der Einfachheit der Aufgabe liegt jedoch kein Grund vor, die Rechnung durch die Zeichnung zu ersetzen.

Einflußlinien. Die Grenzwerte der Stütz- und Schnittkräfte setzen sich aus den Anteilen zusammen, die aus der ruhenden Belastung, also im wesentlichen durch Eigengewicht, und aus der ungünstigsten Stellung der beweglichen Belastung erhalten werden. Diese ist in der Regel durch Einflußlinien bestimmt, die nach Abschn. 13 als Funktion der Einflußgröße oder kinematisch als Verschiebungsplan des Lastgurtes entwickelt werden.

Einflußlinien der Stützenwiderstände und Schnittkräfte des einfachen Balkenträgers.

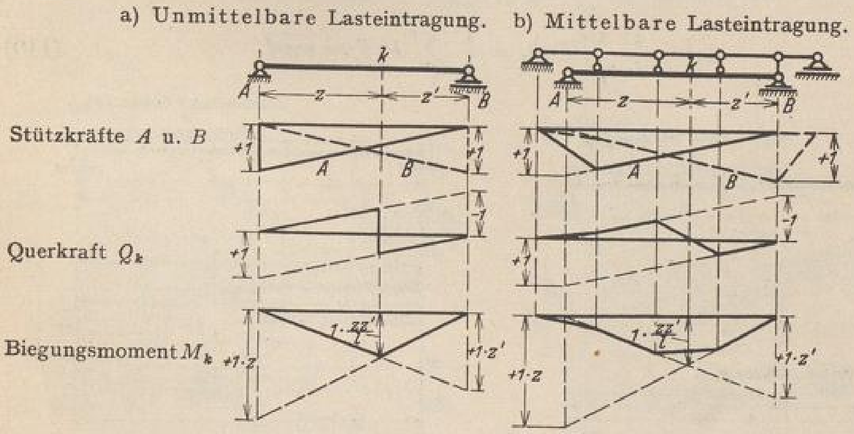


Abb. 63.

Die Grenzwerte der Querkraft. a) Gleichgroße, unmittelbare Streckenbelastung p. Durch Belastung des positiven oder negativen Bereichs der Einflußlinie wird (Abb. 64)

$$\left.\begin{aligned} \max Q_{mp} &= +p\,\frac{x_m'^2}{2l} = +\frac{p\,l}{2}\,\xi'^2, \\ \min Q_{mp} &= -p\,\frac{x_m^2}{2l} = -\frac{p\,l}{2}\,\xi^2. \end{aligned}\right\} \tag{107}$$

b) Gleichgroße mittelbare Streckenbelastung p (Abb. 65, 66).

$$\max Q_{mp} = +p\,\frac{x_m' c_m'}{2l}; \qquad \min Q_{mp} = -p\,\frac{(x_m - c_m)\,c_m}{2l}. \tag{108}$$

Der Grenzwert der Querkraft ist nach der Einflußlinie für alle Schnitte zwischen zwei Querträgern konstant. Lastscheide und Grenzwerte werden graphisch bestimmt.

$$\overline{m\,m'} = \frac{p\,l}{2}\,\frac{x'_m}{l}, \qquad \overline{E_m E'_m} = \overline{m\,m'}\,\frac{e'_m}{l} = \max Q_{m\,p} \qquad \text{(Abb. 65)}.$$

Bei gleichem Abstand der Querträger nach Abb. 66 wird

$$e'_m = \frac{x'_m\,l}{l-c}, \quad \max Q_{m\,p} = +\,p\,\frac{x'^2_m}{2\,(l-c)} = \overline{m\,m'}, \quad \min Q_{m\,p} = -\,p\,\frac{(x_m-c)^2}{2\,(l-c)} = \overline{m\,m''}. \quad (109)$$

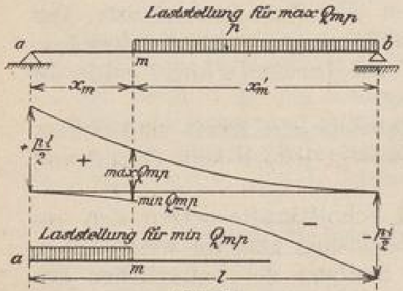


Abb. 64.

Die jedem Felde zugeordneten Grenzwerte der Querkraft sind Ordinaten einer Parabel mit dem ausgezeichneten Werte $p\,\frac{l-c}{2}$ für $x'_m = (l-c)$ (Abb. 66).

c) Unmittelbare Belastung durch einen Zug von Einzellasten.

Die größte Querkraft Q_m wird nach der Einflußlinie bei Grundstellung des Lastenzuges zum Querschnitt m für Linksfahrt erhalten (erste Last über dem Querschnitt m, Abb. 67b). Der negative Grenzwert ergibt sich ebenso bei Rechtsfahrt:

$$\max Q_m = A_m; \qquad \min Q_m = -\,B_m.$$

Die Grenzwerte von $\max Q_m$ sind Ordinaten einer Schaulinie, in welcher der Stützdruck A_m für eine beliebige Stellung des Lastenzuges über dem Angriffspunkt der ersten Last P_1 aufgetragen wird (A_m-Polygon). Der Betrag

$$A_m = \frac{1}{l}\sum_1^m P_i\,b_i = \frac{1}{l}\sum_1^m P_i\,b'_i = \overline{m\,m'} \qquad (110)$$

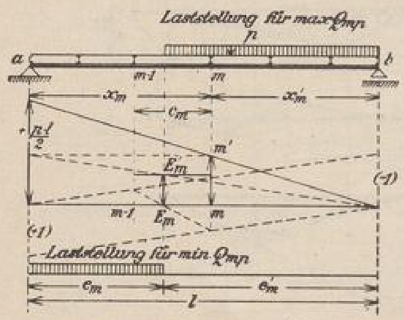


Abb. 65. Entfernung der Querträger beliebig.

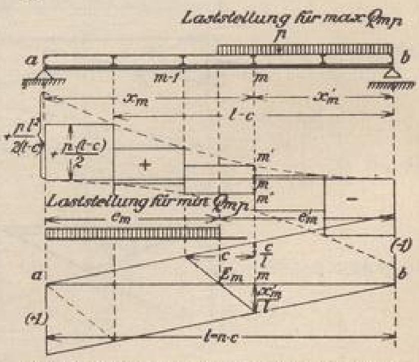


Abb. 66. Entfernung der Querträger konstant.

wird graphisch als Ordinate eines Seilecks zu dem in umgekehrter Fahrtrichtung stehenden Lastenzug (P_1 in b) bestimmt (Abb. 67c). Polweite H des Kraftecks ist dann eine Strecke gleich der Stützweite l des Trägers im Maßstab des Lageplans. Ist das statische Moment der Lasten $P_1, \ldots, P_k$ in bezug auf die Last k $\sum_{i=1}^{i=k} P_i\,b_{i\,k} = \mathfrak{S}_k$ durch Tabellen bekannt, so werden die Ordinaten

$$\overline{k\,k'} = A_k = \mathfrak{S}_k/l. \qquad (111)$$

d) Mittelbare Belastung durch einen Zug von Einzellasten (Abb. 68).

Die größte Querkraft Q_m entsteht nach der Einflußlinie (Abb. 65) entweder bei Grundstellung des Lastenzuges zum Querträger m oder nach Überschreitung der

Grundstellung bis zur zweiten, dritten oder $r$ten Last über Querträger m. In der ungünstigsten Stellung ist nach (102)

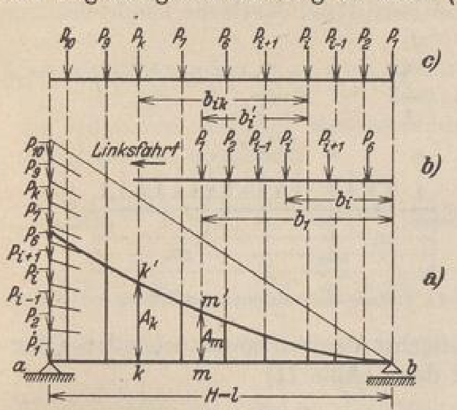


Abb. 67.

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P}_{r-1} &< \frac{c_m}{l}\,\mathfrak{P}_n < \mathfrak{P}_r\,; \\ \mathfrak{P}_n &= \sum_1^n P_i\,, \qquad \mathfrak{P}_r = \sum_1^r P_i\,, \end{aligned}\right\} \tag{112}$$

$$\max Q_m = \frac{1}{l}\sum_1^n P_i b_i - \frac{1}{c_m}\sum_1^r P_i b_{ir}\,. \tag{113}$$

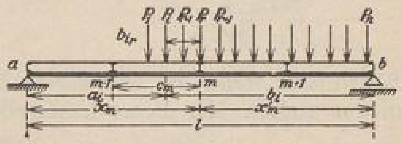


Abb. 68. Stellung des Lastenzuges zur Bildung von $\max Q_m$.

Der bis zur Last P_2 vorgezogene Lastenzug liefert also die größte Querkraft im Felde, wenn

$$\left.\begin{aligned} &\frac{l}{c_m} P_1 < \mathfrak{P}_n \quad \text{und} \quad \frac{l}{c_m}(P_1 + P_2) > \mathfrak{P}_n\,, \\ &\max Q_m = \frac{1}{l}\sum_1^n P_i b_i - \frac{1}{c_m} P_1 b_{12}\,. \end{aligned}\right\} \tag{114}$$

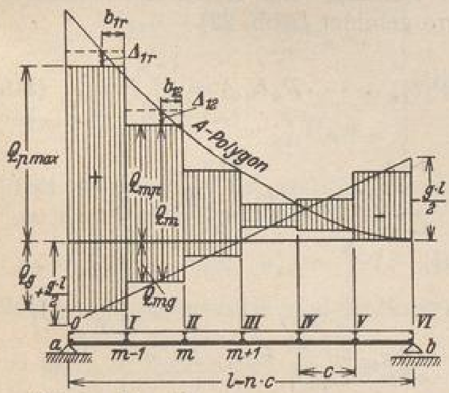


Abb. 69a. Schaulinie für $\max Q_m$ aus Eigengewicht und einem Lastenzug als Verkehrslast.

$\max Q_m = Q_{mg} + A_p - \Delta_{1r}, \quad \Delta_{1r} = \sum_1^r \frac{P_i b_{ir}}{c_m}$.

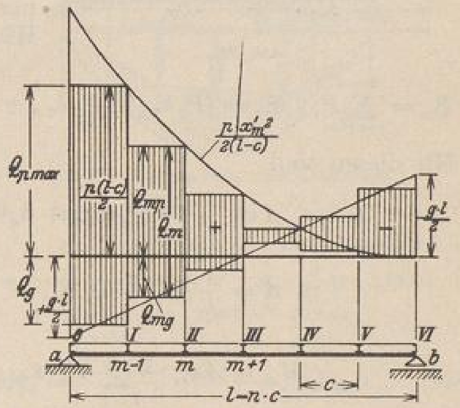


Abb. 69b. Schaulinie für $\max Q_m$ aus Eigengewicht und gleichförmig verteilter Nutzlast.

$\max Q_m = Q_{mg} + \frac{p\, x_m'^2}{2(l-c)}$.

Die Grenzwerte der Biegungsmomente. Die Einflußlinie (Abb. 63) hat nur einen positiven Bereich, das Moment also nur einen positiven Grenzwert.

a) Gleichgroße Streckenbelastung p (Abb. 70).

Bei unmittelbarer Lasteintragung ist

$$\max M_{mp} = p\,\frac{x x'}{2} = \frac{p l^2}{2}\left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right) = \frac{p l^2}{2}\,\omega_R\,. \tag{115}$$

Bei mittelbarer Lasteintragung sind die Grenzwerte der Momente an den Anschlußquerschnitten durch die gleiche Funktion bestimmt. Dazwischen ist die Schaulinie für $\max M_{mp}$ geradlinig.

b) Lastenzug bei mittelbarer Eintragung (Abb. 71).

Die Einflußlinie des Moments an den Anschlußquerschnitten ist in der Regel ein Dreieck. Die ungünstigste Laststellung wird daher nach (102) durch die Ungleichungen

$$\sum_k^{r-1} P_i < \frac{x_m}{l} \sum_k^{n} P_i < \sum_k^{r} P_i \tag{116}$$

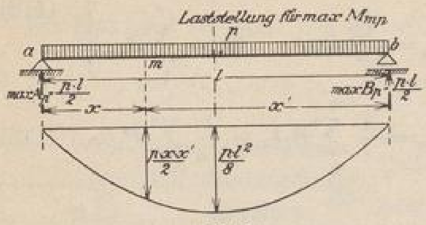


Abb. 70.

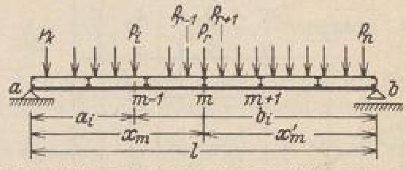


Abb. 71. Stellung des Lastenzuges zur Bildung von max M_m.

nachgewiesen, wenn die schwersten Lasten nächst dem zu untersuchenden Querschnitt m stehen. Mit dieser Laststellung ist dann (Abb. 71)

$$\max M_m = \frac{x_m}{l} \sum_k^{n} P_i b_i - \sum_k^{r} P_i (x_m - a_i) . \tag{117}$$

Zwischen den Anschlußquerschnitten kann max $M_{m p}$ mit guter Annäherung geradlinig angenommen werden.

Abb. 72.

Um die Berechnung der Schnittkräfte für bekannte Lastenzüge zu erleichtern, deren erste Last P_1 bei Linksfahrt den linken Stützpunkt des Trägers nicht überschreitet, werden zwei nur von Achslast und Achsstand abhängige Hilfswerte gebildet (Abb. 72).

$$\mathfrak{P}_n = \sum_{i=1}^{i=n} P_i \,, \quad \mathfrak{S}_n = (P_1 b_{1n} + P_2 b_{2n} + \cdots P_i b_{in} + \cdots P_n b_{nn}) = \sum_{i=1}^{i=n} P_i b_{in} \,. \tag{118}$$

Mit diesen sind

$$\left.\begin{aligned}
A &= \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{i=n} P_i (b_{in} + b_n) = \frac{1}{l} \Big(\sum_{i=1}^{i=n} P_i b_{in} + b_n \sum_{i=1}^{i=n} P_i \Big) , \\
A &= \frac{1}{l} (\mathfrak{S}_n + \mathfrak{P}_n b_n) , \\
M_m &= A x_m - \sum_{i=1}^{i=r} P_i (x_m - a_i) = A x_m - \sum_{i=1}^{i=r} P_i b_{ir} , \\
M_m &= \frac{x_m}{l} (\mathfrak{S}_n + \mathfrak{P}_n b_n) - \mathfrak{S}_r .
\end{aligned}\right\} \tag{119}$$

Die Funktionen $\mathfrak{S}_n$ und $\mathfrak{P}_n$ der Lastenzüge N, E und G der Reichsbahn sind in den Taschenbüchern enthalten. Sie lassen sich leicht auch für andere Lastenzüge zur Berechnung von Straßen- und Eisenbahnbrücken angeben. Nach den Reichsbahnvorschriften genügen aber bei einfachen Balkenbrücken bereits Näherungswerte für max M_p nach besonderer Anweisung.

c) Lastenzug bei unmittelbarer Eintragung (Abb. 73a).

Die größten Biegungsmomente können für beliebig viele Querschnitte ebenso wie für die Anschlußquerschnitte des Trägers bei mittelbarer Lasteintragung berechnet werden. Bleibt jedoch die Summe R aller auf dem Träger ruhenden Lasten bei Verschiebung des Zuges unverändert, so läßt sich das vollständige Ergebnis einfacher angeben.

Zwei ausgezeichnete Querschnitte k und r links und rechts von der Resultierenden werden nach dem Index der ihnen zugeordneten Lasten P_k und P_r bezeichnet. Die Abstände der Lasten $P_1 \ldots P_m \ldots P_{k-1}$ von der Last P_k sind e_{km}, ihre Abstände von der Resultierenden u_m. Die Abstände der Lasten $P_n \ldots P_m \ldots P_{r+1}$ von der Last P_r werden e'_{rm}, die Abstände von der Resultierenden u'_m genannt. Außerdem ist abgekürzt

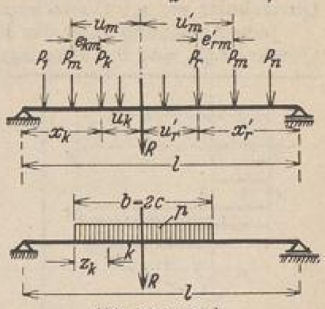


Abb. 73a und b.

$$\left.\begin{aligned} &\sum_1^k P_m = \mathfrak{P}_k, \qquad \sum_1^k P_m u_m = \mathfrak{H}_k, \\ &\sum_n^r P_m = \mathfrak{P}'_r, \qquad \sum_n^r P_m u'_m = \mathfrak{H}'_r. \end{aligned}\right\} \qquad (120)$$

Die Momente M_k und M_r können dann folgendermaßen angeschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned} &M_k = \frac{R x_k}{l}(l - u_k - x_k) - \sum_1^k P_m e_{km}, \qquad M_r = \frac{R x'_r}{l}(l - u'_r - x'_r) - \sum_n^r P_m e'_{rm}, \\ &\text{oder} \qquad M_k = \frac{R x_k (l - x_k)}{l} - \frac{R x_k}{l} u_k - \sum_1^k P_m e_{km}. \end{aligned}\right\} \qquad (121)$$

Das Moment ist nach (116) ein Grenzwert zwischen

$$x_{k1} = \frac{\mathfrak{P}_{k-1}}{R} l \quad \text{und} \quad x_{k2} = \frac{\mathfrak{P}_k}{R} l. \qquad (122)$$

Für diese Querschnitte ist dann mit (122)

$$\left.\begin{aligned} M_{k1} &= \frac{R x_{k1}(l - x_{k1})}{l} - \sum_1^{k-1} P_m u_m, \\ M_{k2} &= \frac{R x_{k2}(l - x_{k2})}{l} - \sum_1^{k} P_m u_m. \end{aligned}\right\} \qquad (123)$$

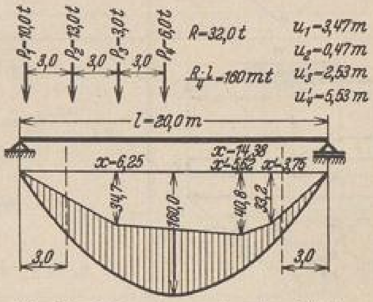


Abb. 74. Untersuchung einer Kranbrücke.

$k=2$: $x_{21} = x_{12} = 6{,}25\,\text{m}$, $\quad x_{22} = \frac{10+13}{32} 20 = 14{,}38\,\text{m}$

$\mathfrak{H}_2 = 10 \cdot 3{,}47 + 13 \cdot 0{,}47 = 34{,}68 + 6{,}08 = 40{,}8\,\text{mt}$,

$r=3$: $x'_{31} = \frac{6}{32} 20 = 3{,}75\,\text{m}$, $\quad x'_{32} = \frac{9}{32} 20 = 5{,}62\,\text{m}$.

$\mathfrak{H}'_3 = 3{,}0 \cdot 2{,}53 + 6{,}0 \cdot 5{,}53 = 40{,}8\,\text{mt}$.

Das Moment ist im rechten Bereiche nach (116) ein Grenzwert zwischen

$$x'_{r1} = \frac{\mathfrak{P}'_{r+1}}{R} l \quad \text{und} \quad x'_{r2} = \frac{\mathfrak{P}'_r}{R} l. \qquad (124)$$

Für diese Querschnitte sind die Momente

$$M'_{r1} = \frac{R x'_{r1}(l - x'_{r1})}{l} - \sum_n^{r+1} P_m u'_m, \qquad M'_{r2} = \frac{R x'_{r2}(l - x'_{r2})}{l} - \sum_n^{r} P_m u'_m. \qquad (125)$$

Der erste Anteil ist die Ordinate einer Parabel mit $\frac{1}{4} R l$ als Pfeilhöhe. Der zweite Anteil ist ein Geradenzug, dessen Eckpunkte die Abszissen x_{k2} und x'_{r2} und die Ordinaten $\mathfrak{H}_k$ und $\mathfrak{H}'_k$ erhalten.

Das Ergebnis kann auch auf eine begrenzte, gleich große Streckenlast übertragen werden (Abb. 73b).

$$\left.\begin{aligned} &R = p b = 2 p c; \quad P = p\,dz, \quad x_k = \frac{\mathfrak{P}_k}{R} l = \frac{z_k l}{b}, \quad \sum_1^k P_m u_m = \frac{p b c x_k x'_k}{l^2}, \\ &\max M_k = \frac{p b}{l} x_k x'_k \left(1 - \frac{c}{l}\right) = 2 p c l \left(1 - \frac{c}{l}\right) \omega_R. \end{aligned}\right\} \qquad (126)$$

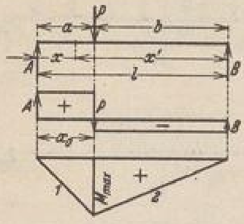
Das Diagramm der Grenzwerte ist eine Parabel für die Belastung $4 p \frac{c}{l}\left(1 - \frac{c}{l}\right)$.

Domke, O.: Theorie des Eisenbetons. Handb. f. Eisenbetonbau Bd. 1, 4. Aufl. S. 391. Berlin 1930. — Beyer, K.: Baustatik. Taschenb. f. Bauing. Bd. 1 S. 270. Berlin 1928.

Tabelle 6. Balken auf zwei Stützen.

l: Stützweite, $\xi = x/l$, $\xi' = x'/l$; A, B: Stützkräfte; Q_m: Querkraft; M_m: Biegungsmoment im Querschnitt m; x_0: Querschnitt mit dem größten Biegungsmoment $M_{\max}$.

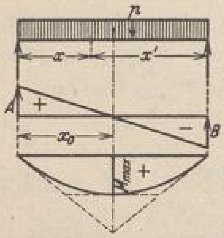
Jede Abbildung zeigt der Reihe nach die Art der Belastung und die Zustandslinien für die Querkraft Q_m und das Biegungsmoment M_m*.



$$A = \frac{P\,b}{l} \qquad B = \frac{P\,a}{l} \qquad Q_1 = +\frac{P\,b}{l} \qquad Q_2 = -\frac{P\,a}{l}$$

$$M_1 = P\,b\,\xi \qquad M_2 = P\,a\,\xi'$$

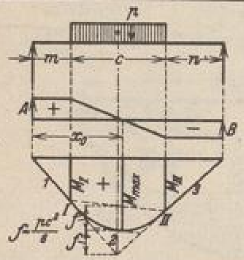
$$x_0 = a \qquad M_{\max} = \frac{P\,a\,b}{l}$$



$$A = \frac{p\,l}{2} \qquad B = \frac{p\,l}{2} \qquad Q = \frac{p\,l}{2}(1 - 2\xi)$$

$$M = \frac{p\,l^2}{2}\,\omega_R$$

$$x_0 = \frac{l}{2} \qquad M_{\max} = \frac{p\,l^2}{8} = 0{,}125\,p\,l^2$$



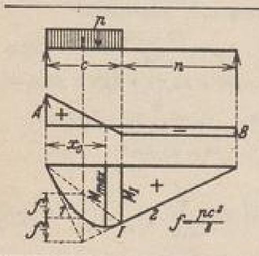
$$A = \frac{p\,c}{2\,l}(2\,n + c) \qquad B = \frac{p\,c}{2\,l}(2\,m + c)$$

$$Q_1 = A \qquad Q_2 = A - p(x - m) \qquad Q_3 = -B$$

$$M_I = A\,m \qquad M_{II} = B\,n \qquad M_1 = A\,x$$

$$M_2 = M_I \frac{x}{m} - p\,\frac{(x-m)^2}{2} \qquad M_3 = B\,x'$$

$$x_0 = m + \frac{c}{2\,l}(2\,n + c) = m + \frac{A}{p} \qquad M_{\max} = M_I + \frac{A^2}{2\,p}$$

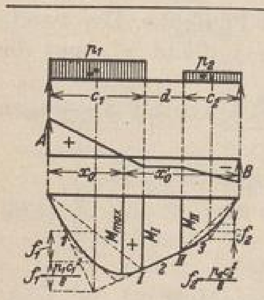


$$A = \frac{p\,c}{2\,l}(2\,n + c) \qquad B = \frac{p\,c^2}{2\,l}$$

$$Q_1 = A - p\,x \qquad Q_2 = -B$$

$$M_I = B\,n \qquad M_1 = M_I \frac{x}{c} + \frac{p\,c^2}{2}\,\omega_R^{(c)} \qquad M_2 = M_I \frac{x'}{n}$$

$$x_0 = \frac{A}{p} \qquad M_{\max} = \frac{A^2}{2\,p}$$



$$A = p_1 c_1 - R \qquad B = p_2 c_2 + R \qquad R = \frac{p_1 c_1^2 - p_2 c_2^2}{2\,l}$$

$$Q_1 = A - p_1 x \qquad Q_2 = -R \qquad Q_3 = -B + p_2 x'$$

$$M_I = \frac{p_1 c_1^2}{2} - R\,c_1 \qquad M_{II} = \frac{p_2 c_2^2}{2} + R\,c_2$$

$$M_1 = M_I \frac{x}{c_1} + \frac{p_1 c_1^2}{2}\,\omega_R^{(c_1)}; \quad M_2 = \frac{p_1 c_1^2}{2} - R\,x; \quad M_3 = M_{II} \frac{x'}{c_2} + \frac{p_2 c_2^2}{2}\,\omega_R^{(c_2)}$$

$$\frac{p_1}{p_2} > \frac{c_2^2}{c_1^2}: \qquad x_0 = \frac{A}{p_1} \qquad M_{\max} = \frac{A^2}{2\,p_1}$$

$$\frac{p_1}{p_2} < \frac{c_2^2}{c_1^2}: \qquad x_0' = \frac{B}{p_2} \qquad M'_{\max} = \frac{B^2}{2\,p_2}$$

* $\omega_R^{(c)}$ und $\omega_D^{(c)}$ nach Tab. 22 für das Intervall $0 \leqq \frac{x}{c} \leqq 1$.

Tabelle 6 (Fortsetzung)

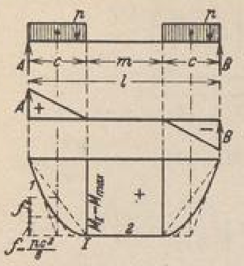
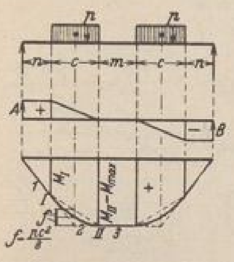
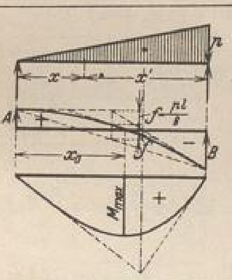
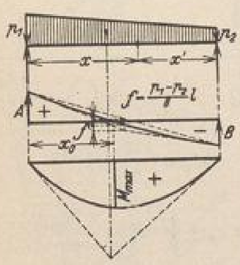
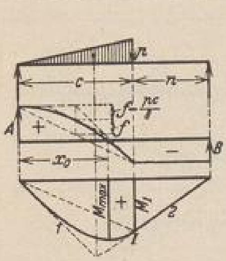
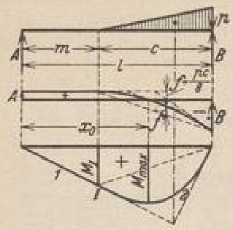
	$A = B = p c \qquad Q_1 = A - p x$ $M_I = \frac{p c^2}{2} \qquad M_1 = M_I \frac{x}{c} + \frac{p c^2}{2} \omega_R^{(c)} \qquad M_2 = M_I$ $c \leqq x_0 \leqq c + m \qquad M_{\max} = M_I$
	$A = B = p c \qquad Q_1 = A \qquad Q_2 = A - p(x - n)$ $M_I = p c n \qquad M_{II} = \frac{p c^2}{2}\left(1 + 2\frac{n}{c}\right)$ $M_1 = p c x \qquad M_2 = \frac{p c^2}{2}\left(\frac{n + x}{c} + \omega_R^{(c)}\right) \qquad M_3 = M_{II}$ $n + c \leqq x_0 \leqq n + c + m \qquad M_{\max} = M_{II}$
	$A = \frac{p l}{6} \qquad B = \frac{p l}{3} \qquad Q = -\frac{p l}{6} \omega_M$ $M = \frac{p l^2}{6} \omega_D$ $x_0 = \frac{l}{\sqrt{3}} = 0{,}5774\, l \qquad M_{\max} = \frac{p l^2}{9\sqrt{3}} = 0{,}06415\, p l^2$
	$A = \frac{2 p_1 + p_2}{6} l \qquad B = \frac{p_1 + 2 p_2}{6} l$ $Q = A - \frac{p_1 + p_2}{2} l \xi - \frac{p_1 - p_2}{2} l \omega_R$ $M = \frac{l^2}{2} p_1 \omega_R - (p_1 - p_2)\frac{l^2}{6}\omega_D = \frac{p_1 l^2}{6}\left(\omega_D' + \frac{p_2}{p_1}\omega_D\right)$ $x_0 = \frac{1 - \nu}{1 - \mu} l \qquad \nu = \sqrt{\frac{p_1^2 + p_1 p_2 + p_2^2}{3 p_1^2}} \qquad \mu = \frac{p_2}{p_1}$ $M_{\max} = \frac{p_1 l^2}{6} \cdot \frac{2\nu^3 - \mu(1 + \mu)}{(1 - \mu)^2}$
	$A = \frac{p c}{6}\left(3 - 2\frac{c}{l}\right) \qquad B = \frac{p c^2}{3 l}$ $Q_1 = A - \frac{p c}{2}\frac{x^2}{c^2} \qquad Q_2 = -\frac{p c^2}{3 l}$ $M_I = \frac{p c^2}{3 l} n \qquad M_1 = M_I \frac{x}{c} + \frac{p c^2}{6}\omega_D^{(c)} \qquad M_2 = M_I \frac{x'}{n}$ $x_0 = c\sqrt{\frac{A}{p c/2}} = c\sqrt{1 - \frac{2}{3}\frac{c}{l}} \qquad M_{\max} = \frac{2}{3} A x_0 = \frac{p x_0^3}{3 c}$

Tabelle 6 (Fortsetzung).

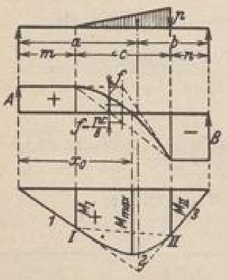


$$A = \frac{pc^2}{6l} \qquad B = \frac{pc}{6}\left(3 - \frac{c}{l}\right)$$

$$Q_1 = \frac{pc^2}{6l} \qquad Q_2 = A - \frac{pc}{2}\left(\frac{x-m}{c}\right)^2$$

$$M_I = \frac{pc^2}{6l}\,m \qquad M_1 = M_I\,\frac{x}{m} \qquad M_2 = M_I\,\frac{x'}{c} + \frac{pc^2}{6}\,\omega_D^{(c)}$$

$$x_0 = m + c\sqrt{\frac{c}{3l}} \qquad M_{\max} = \frac{pc^2}{6l}\left(m + \frac{2}{3}\,c\sqrt{\frac{c}{3l}}\right) = A\left(x_0 - \frac{c}{3}\sqrt{\frac{c}{3l}}\right)$$



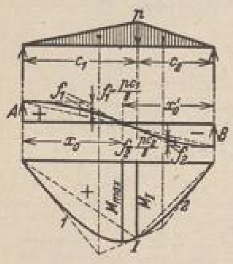
$$A = \frac{pc}{2}\,\frac{b}{l} \qquad B = \frac{pc}{2}\,\frac{a}{l}$$

$$Q_1 = \frac{pc}{2}\,\frac{b}{l} \qquad Q_2 = A - \frac{p(x-m)}{2} + \frac{pc}{2}\,\omega_R^{(c)} \qquad Q_3 = -\frac{pc}{2}\,\frac{a}{l}$$

$$M_I = \frac{pc}{2}\,\frac{b}{l}\,m \qquad M_{II} = \frac{pc}{2}\,\frac{a}{l}\,n$$

$$M_1 = M_I\,\frac{x}{m} \qquad M_2 = A\,x - \frac{pc^2}{6}\left(\frac{x-m}{c}\right)^3 \qquad M_3 = M_{II}\,\frac{x'}{n}$$

$$x_0 = m + c\sqrt{\frac{A}{pc/2}} \qquad M_{\max} = \frac{A}{3}\,(2\,x_0 + m)$$



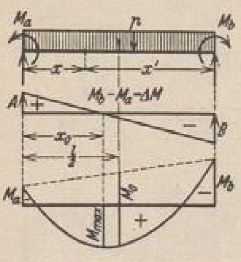
$$A = \frac{p\,(l + c_2)}{6} \qquad B = \frac{p\,(l + c_1)}{6}$$

$$Q_I = p\,\frac{c_2 - c_1}{3} \qquad Q_1 = A - \frac{p\,c_1}{2}\,\frac{x^2}{c_1^2} \qquad Q_2 = -B + \frac{p\,c_2}{2}\,\frac{x'^2}{c_2^2}$$

$$M_I = p\,\frac{c_1\,c_2}{3} \qquad M_1 = \frac{p\,c_2}{3}\,x + p\,\frac{c_1^2}{6}\,\omega_D^{(c_1)} \qquad M_2 = \frac{p\,c_1}{3}\,x' + \frac{p\,c_2^2}{6}\,\omega_D^{(c_2)}$$

$$c_1 > c_2: \qquad x_0 = c_1\sqrt{\frac{A}{p\,c_1/2}} = \sqrt{\frac{c_1(l + c_2)}{3}} \qquad M_{\max} = \frac{2}{3}\,A\,x_0$$

$$c_1 < c_2: \qquad x_0' = c_2\sqrt{\frac{B}{p\,c_2/2}} = \sqrt{\frac{c_2(l + c_1)}{3}} \qquad M_{\max}' = \frac{2}{3}\,B\,x_0'$$

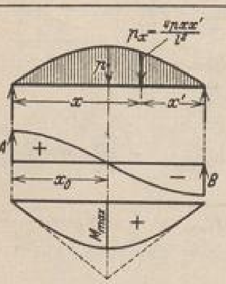


$$A = \frac{p\,l}{2} - \frac{\Delta M}{l} \qquad B = \frac{p\,l}{2} + \frac{\Delta M}{l} \qquad Q = \frac{p\,l}{2}\left(1 - 2\,\frac{x}{l}\right) - \frac{\Delta M}{l}$$

$$M = \frac{p\,l^2}{2}\,\omega_R - \Delta M\,\frac{x}{l} - M_a \qquad M_0 = \frac{p\,l^2}{8}$$

$$x_0 = \frac{l}{2} - \frac{\Delta M}{p\,l} \qquad M = 0 \quad \text{für} \quad x = x_0 \pm \sqrt{x_0^2 - \frac{2\,M_a}{p}}$$

$$M_{\max} = \frac{p\,x_0^2}{2} - M_a = \frac{p\,l^2}{8} - \frac{M_a + M_b}{2} + \frac{\Delta M^2}{2\,p\,l^2}$$



$$A = \frac{p\,l}{3} \qquad B = \frac{p\,l}{3} \qquad Q = \frac{p\,l}{3}(1 - 6\xi^2 + 4\xi^3)$$

$$M = \frac{p\,l^2}{3}(\xi - 2\xi^3 + \xi^4) = \frac{p\,l^2}{3}\,\omega_P''$$

$$x_0 = \frac{l}{2} \qquad M_{\max} = \frac{5}{48}\,p\,l^2 = 0.1042\,p\,l^2$$

Tabelle 6 (Fortsetzung).

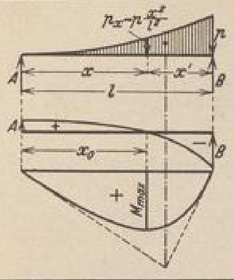
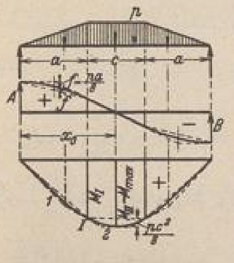
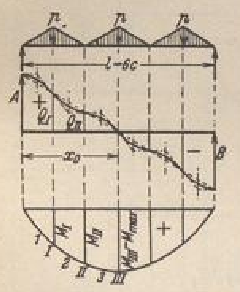
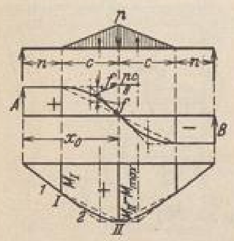
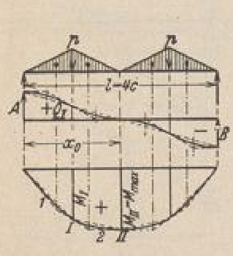
	$A = \frac{p\,l}{12} \qquad B = \frac{p\,l}{4} \qquad Q = \frac{p\,l}{12}(1 - 4\,\xi^3)$ $M = \frac{p\,l^2}{12}\,\omega_P \qquad \omega_P = \xi - \xi^4$ $x_0 = \frac{l}{2}\sqrt[3]{2} = 0{,}6300\,l \qquad M_{\max} = \frac{p\,l}{16}\,x_0 = 0{,}03935\,p\,l^2$
	$A = B = \frac{p\,(a+c)}{2} \qquad Q_I = \frac{p\,c}{2}$ $Q_1 = A - \frac{p\,a}{2}\,\frac{x^2}{a^2} \qquad Q_2 = Q_I - p\,(x - a)$ $M_I = \frac{p\,l^2}{6}\,\frac{a}{l}\left(3 - 4\,\frac{a}{l}\right) \qquad M_{II} = \frac{p\,l^2}{24}\left(3 - 4\,\frac{a^2}{l^2}\right)$ $M_1 = A\,x - \frac{p\,a^2}{6}\left(\frac{x}{a}\right)^3 \qquad M_2 = M_I + \frac{p\,c^2}{2}\,\omega_R^{(c)}$ $x_0 = \frac{l}{2} \qquad M_{\max} = M_{II}$
	$A = B = \frac{p\,l}{4} \qquad Q_I = \frac{p\,l}{6} \qquad Q_{II} = \frac{p\,l}{12} \qquad Q_1 = \frac{p\,l}{4}(1 - 12\,\xi^2)$ $Q_2 = \frac{p\,l}{12}[1 + 4\,(1 - 3\,\xi)^2] \qquad Q_3 = \frac{p\,l}{12}[1 - 4\,(1 - 3\,\xi)^2]$ $M_I = \frac{p\,l^2}{27} \qquad M_{II} = \frac{p\,l^2}{18} \qquad M_{III} = \frac{7}{108}\,p\,l^2$ $M_1 = \frac{p\,l^2}{4}\,\xi\,(1 - 4\,\xi^2) \qquad M_2 = \frac{p\,l^2}{108}[-1 + 9\,\xi\,(5 - 12\,\omega_R)]$ $M_3 = \frac{p\,l^2}{108}[7 - 27\,\xi\,(1 - 4\,\omega_R)] \qquad x_0 = l/2 \qquad M_{\max} = M_{III}$
	$A = B = \frac{p\,c}{2} \qquad Q_1 = \frac{p\,c}{2} \qquad Q_2 = A - \frac{p\,c}{2}\left(\frac{x - n}{c}\right)^2$ $M_I = \frac{p\,c\,n}{2} \qquad M_{II} = \frac{p\,c^2}{12}\left(3\,\frac{l}{c} - 2\right)$ $M_1 = \frac{p\,c\,x}{2} \qquad M_2 = A\,x - \frac{p\,c^2}{6}\left(\frac{x - n}{c}\right)^3$ $x_0 = \frac{l}{2} \qquad M_{\max} = M_{II}$
	$A = B = \frac{p\,l}{4} \qquad Q_I = \frac{p\,l}{8}$ $Q_1 = \frac{p\,l}{4}(1 - 8\,\xi^2) \qquad Q_2 = \frac{p\,l}{2}(1 - 2\,\xi)^2$ $M_I = \frac{5}{96}\,p\,l^2 \qquad M_{II} = \frac{p\,l^2}{16} \qquad M_1 = \frac{p\,l^2}{2}(1 - 8\,\xi^2)\,\xi$ $M_2 = \frac{p\,l^2}{48}[3 - 4\,(1 - 2\,\xi)^3] \qquad x_0 = \frac{l}{2} \qquad M_{\max} = M_{II}$

Tabelle 6 (Fortsetzung).

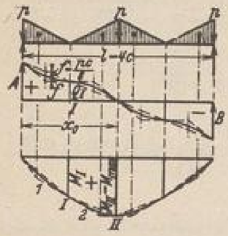
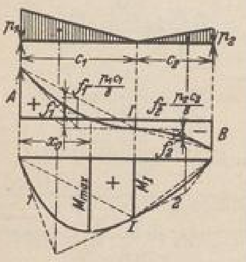
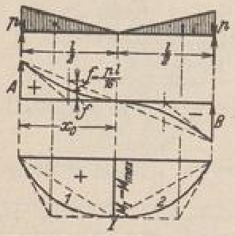
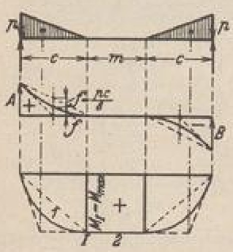
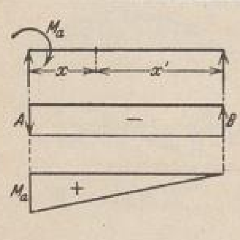
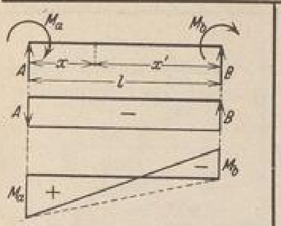
	$A = B = \frac{p\,l}{4} \qquad Q_I = \frac{p\,l}{8}$ $Q_1 = \frac{p\,l}{8}\,[1 + (1 - 4\,\xi)^2] \qquad Q_2 = \frac{p\,l}{8}\,[1 - (1 - 4\,\xi)^2]$ $M_I = \frac{p\,l^2}{24} \qquad M_{II} = \frac{p\,l^2}{16}$ $M_{\frac{1}{2}} = \frac{p\,l^2}{96}\,[4 - 3\,(1 - 4\,\xi) \mp (1 - 4\,\xi)^3]$ $x_0 = \frac{l}{2} \qquad M_{\max} = M_{II}$
	$R = \frac{p_1\,c_1^2 - p_2\,c_2^2}{6\,l} = -Q_I \qquad A = \frac{p_1\,c_1}{2} - R \qquad B = \frac{p_2\,c_2}{2} + R$ $Q_1 = A - \frac{p_1\,c_1}{2}\left(\frac{x}{c_1} + \omega_R^{(c_1)}\right) \qquad Q_2 = -B + \frac{p_2\,c_2}{2}\left(\frac{x'}{c_2} + \omega_R^{(c_2)}\right)$ $M_I = \frac{c_1\,c_2}{6\,l}(p_1\,c_1 + p_2\,c_2);\; M_1 = M_I\frac{x}{c_1} + \frac{p_1\,c_1^2}{6}\,\omega_D'^{(c_1)};\; M_2 = M_I\frac{x'}{c_2} + \frac{p_2\,c_2^2}{6}\,\omega_D^{(c_2)}$ $R > 0: \qquad x_0 = c_1 - \sqrt{\frac{2\,R\,c_1}{p_1}} \qquad M_{\max} = M_I + \frac{2}{3}\,R\sqrt{\frac{2\,R\,c_1}{p_1}}$ $R < 0: \qquad x_0' = c_2 - \sqrt{\frac{-2\,R\,c_2}{p_2}} \qquad M'_{\max} = M_I - \frac{2}{3}\,R\sqrt{\frac{-2\,R\,c_2}{p_2}}$
	$A = B = \frac{p\,l}{4} \qquad Q_1 = \frac{p\,l}{4}\,(1 - 2\,\xi)^2$ $M_I = \frac{p\,l^2}{24} \qquad M_1 = \frac{p\,l^2}{24}\,[1 - (1 - 2\,\xi)^3]$ $x_0 = \frac{l}{2} \qquad M_{\max} = M_I$
	$A = B = \frac{p\,c}{2} \qquad Q_1 = \frac{p\,c}{2}\left(\frac{c - x}{c}\right)^2$ $M_I = \frac{p\,c^2}{6} \qquad M_1 = \frac{p\,c^2}{6}\left(1 - \left(\frac{c - x}{c}\right)^3\right)$ $c \leqq x_0 \leqq c + m \qquad M_{\max} = M_I$
	$A = -\frac{M_a}{l} \qquad B = +\frac{M_a}{l} \qquad Q = -\frac{M_a}{l}$ $M = +M_a\,\xi'$ $x_0 = 0 \qquad M_{\max} = +M_a$

Tabelle 6 (Fortsetzung).

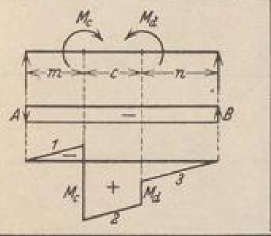


$$A = -\frac{M_a + M_b}{l} \qquad B = +\frac{M_a + M_b}{l} \qquad Q = -\frac{M_a + M_b}{l}$$

$$M = M_a \xi' - M_b \xi$$

$$M_a > M_b: \quad x_0 = 0 \qquad M_{\max} = + M_a$$

$$M_a < M_b: \quad x_0 = l \qquad M'_{\max} = - M_b$$



$$A = -\frac{M_c - M_d}{l} \qquad B = +\frac{M_c - M_d}{l} \qquad Q = -\frac{M_c - M_d}{l}$$

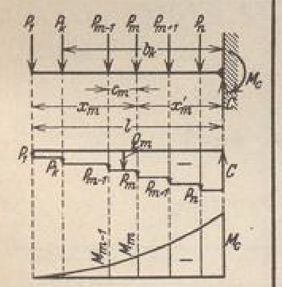
$$M_1 = -(M_c - M_d)\,\xi; \quad M_2 = +M_c \xi' + M_d \xi; \quad M_3 = +(M_c - M_d)\,\xi'$$

$$x_0 = m \quad \text{für} \quad M_c > M_d$$

$$M_{\max} = -(M_c - M_d)\frac{m}{l} \quad \text{oder} \quad M_{\max} = M_c - (M_c - M_d)\frac{m}{l}$$

Tabelle 7. Freiträger.

l: Länge, $\xi = x/l$; C: Stützkraft; M_e: Einspannmoment; Q_m: Querkraft; M_m: Biegungsmoment im Querschnitt m; x_0: Querschnitt mit dem größten Biegungsmoment $M_{\max}$.

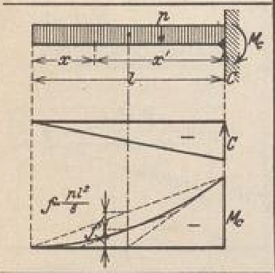


$$C = \sum_1^n P_k \qquad M_e = + \sum_1^n P_k b_k$$

$$Q_m = - \sum_1^{m-1} P_k = Q_{m-1} - P_{m-1}$$

$$M_m = - \sum_1^{m-1} P_k (b_k - x'_m) = M_{m-1} + Q_m c_m$$

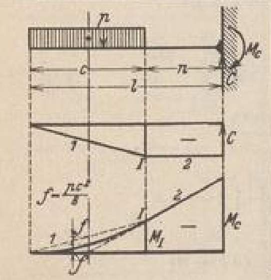
$$x_0 = l \qquad M_{\max} = - M_e$$



$$C = p l \qquad M_e = \frac{p l^2}{2} \qquad Q = -p x$$

$$M = -\frac{p x^2}{2}$$

$$x_0 = l \qquad M_{\max} = -\frac{p l^2}{2}$$



$$C = p c \qquad M_e = \frac{p c}{2}(l + n) \qquad Q_1 = -p x \qquad Q_2 = -p c$$

$$M_1 = -\frac{p x^2}{2} \qquad M_I = -\frac{p c^2}{2} \qquad M_2 = -\frac{p c^2}{2}\left(\frac{2x}{c} - 1\right)$$

$$x_0 = l \qquad M_{\max} = -\frac{p c}{2}(l + n)$$

Tabelle 7 (Fortsetzung).

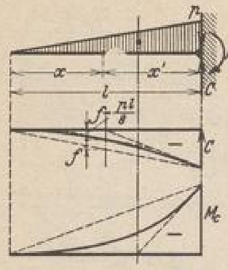
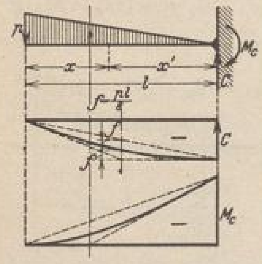
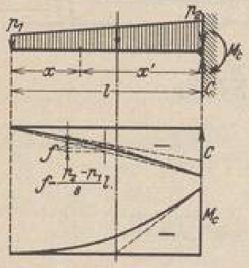
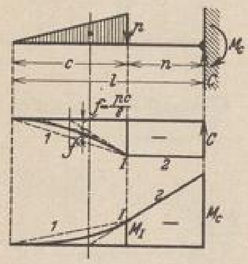
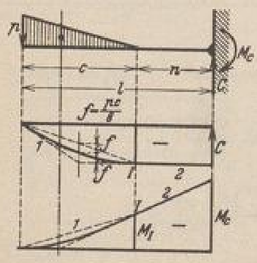
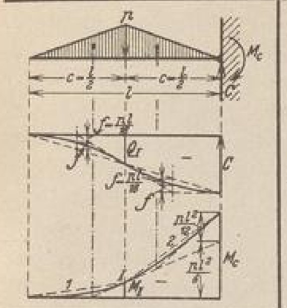
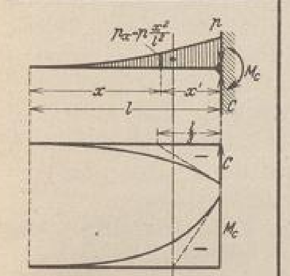
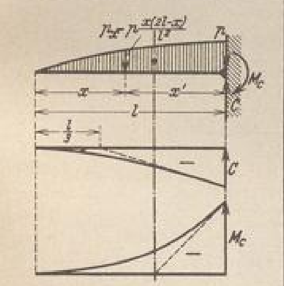
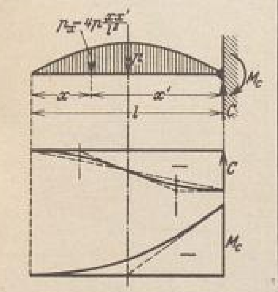
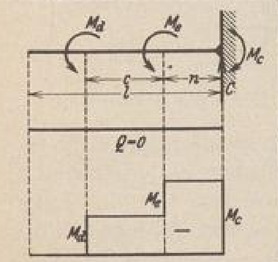
	$C = \frac{p\,l}{2}$ $\quad M_c = \frac{p\,l^2}{6}$ $\quad Q = -\frac{p\,l}{2}\,\xi^2$ $M = -\frac{p\,l^2}{6}\,\xi^3$ $x_0 = l$ $\quad M_{\max} = -\frac{p\,l^2}{6}$
	$C = \frac{p\,l}{2}$ $\quad M_c = \frac{p\,l^2}{3}$ $\quad Q = -\frac{p\,l}{2}\,(2\,\xi - \xi^2)$ $M = -\frac{p\,l^2}{6}\,(3\,\xi^2 - \xi^3)$ $x_0 = l$ $\quad M_{\max} = -\frac{p\,l^2}{3}$
	$C = (p_1 + p_2)\,\frac{l}{2}$ $\quad M_c = (2\,p_1 + p_2)\,\frac{l^2}{6}$ $Q = -\frac{l}{2}\,[2\,p_1\,\xi + (p_2 - p_1)\,\xi^2]$ $M = -\frac{l^2}{6}\,[3\,p_1\,\xi^2 + (p_2 - p_1)\,\xi^3]$ $x_0 = l$ $\quad M_{\max} = -(2\,p_1 + p_2)\,\frac{l^2}{6}$
	$C = \frac{p\,c}{2}$ $\quad M_c = \frac{p\,c}{6}\,(l + 2\,n)$ $Q_1 = -\frac{p}{2\,c}\,x^2$ $\quad Q_2 = -\frac{p\,c}{2}$ $M_1 = -\frac{p}{6\,c}\,x^3$ $\quad M_I = -\frac{p\,c^2}{6}$ $\quad M_2 = +\frac{p\,c^2}{6}\left(2 - 3\,\frac{x}{c}\right)$ $x_0 = l$ $\quad M_{\max} = -\frac{p\,c}{6}\,(l + 2\,n)$
	$C = \frac{p\,c}{2}$ $\quad M_c = \frac{p\,c}{6}\,(2\,l + n)$ $Q_1 = -\frac{p\,c}{2}\left(2\,\frac{x}{c} - \frac{x^2}{c^2}\right)$ $\quad Q_2 = -\frac{p\,c}{2}$ $M_1 = -\frac{p\,c^2}{6}\left(3\,\frac{x^2}{c^2} - \frac{x^3}{c^3}\right)$ $M_I = -\frac{p\,c^2}{3}$ $\quad M_2 = -\frac{p\,c^2}{6}\left(3\,\frac{x}{c} - 1\right)$ $x_0 = l$ $\quad M_{\max} = -\frac{p\,c}{6}\,(2\,l + n)$

Tabelle 7 (Fortsetzung).

	$C = \frac{pl}{2} \qquad M_c = \frac{pl^2}{4}$ $Q_I = -\frac{pl}{4} \qquad Q_1 = -pl\xi^2; \qquad Q_2 = -\frac{pl}{4}(2\xi + \omega_R^{(c)})$ $M_1 = -\frac{pl^2}{3}\xi^3 \qquad M_I = -\frac{pl^2}{24} \qquad M_2 = -\frac{pl^2}{24}(10\xi - 4 - \omega_D^{(c)\prime})$ $x_0 = l \qquad M_{\max} = -\frac{pl^2}{4}$
	$C = \frac{pl}{3} \qquad M_c = \frac{pl^2}{12} \qquad Q = -\frac{pl}{3}\xi^3$ $M = -\frac{pl^2}{12}\xi^4$ $x_0 = l \qquad M_{\max} = -\frac{pl^2}{12}$
	$C = \frac{2}{3}pl \qquad M_c = \frac{pl^2}{4} \qquad Q = -\frac{pl}{3}(3\xi^2 - \xi^3)$ $M = -\frac{pl^2}{12}(4\xi^3 - \xi^4)$ $x_0 = l \qquad M_{\max} = -\frac{pl^2}{4}$
	$C = \frac{2}{3}pl \qquad M_c = \frac{pl^2}{3} \qquad Q = -\frac{2}{3}pl(3\xi^2 - 2\xi^3)$ $M = -\frac{pl^2}{3}(2\xi^3 - \xi^4)$ $x_0 = l \qquad M_{\max} = -\frac{pl^2}{3}$
	$C = 0 \qquad M_c = M_d + M_e \qquad Q = 0$ $M_1 = -M_d \qquad M_2 = -(M_d + M_e)$ $x_0 = (l - n)$ bis $l \qquad M_{\max} = -(M_d + M_e)$