Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Die Grenzwerte der Biegungsmomente

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Grundstellung bis zur zweiten, dritten oder $r$ten Last über Querträger m. In der ungünstigsten Stellung ist nach (102)

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{P}_{r-1} < \frac{c_m}{l}\,\mathfrak{P}_n < \mathfrak{P}_r\,; \\ &\mathfrak{P}_n = \sum_1^n P_i\,, \qquad \mathfrak{P}_r = \sum_1^r P_i\,, \end{aligned}\right\} \tag{112}$$

$$\max Q_m = \frac{1}{l}\sum_1^n P_i b_i - \frac{1}{c_m}\sum_1^r P_i b_{ir}\,. \tag{113}$$

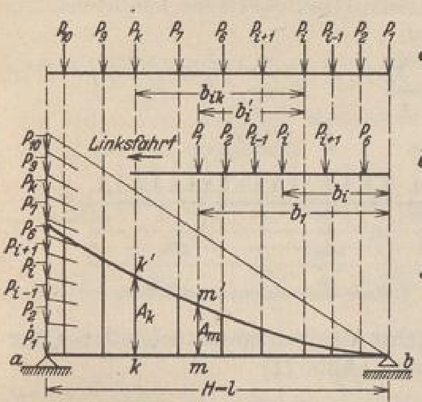

Abb. 67.

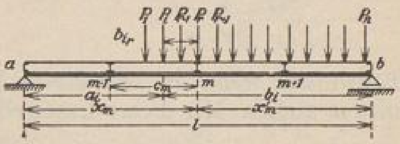

Abb. 68. Stellung des Lastenzuges zur Bildung von max Q_m.

Der bis zur Last P_2 vorgezogene Lastenzug liefert also die größte Querkraft im Felde, wenn

$$\left.\begin{aligned} &\frac{l}{c_m} P_1 < \mathfrak{P}_n \quad \text{und} \quad \frac{l}{c_m}(P_1 + P_2) > \mathfrak{P}_n\,, \\ &\max Q_m = \frac{1}{l}\sum_1^n P_i b_i - \frac{1}{c_m} P_1 b_{12}\,. \end{aligned}\right\} \tag{114}$$

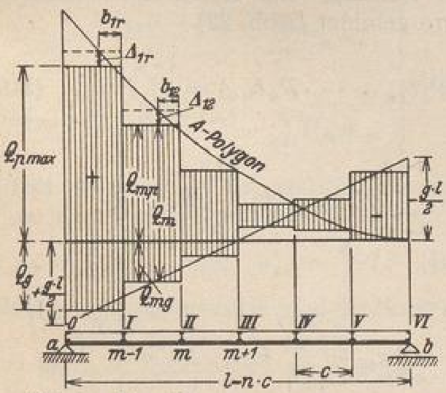

Abb. 69a. Schaulinie für max Q_m aus Eigengewicht und einem Lastenzug als Verkehrslast.

$\max Q_m = Q_{mg} + A_p - \Delta_{1r}, \quad \Delta_{1r} = \sum_1^r \frac{P_i b_{ir}}{c_m}$.

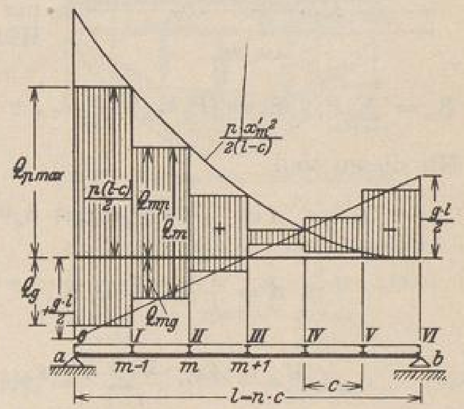

Abb. 69b. Schaulinie für max Q_m aus Eigengewicht und gleichförmig verteilter Nutzlast.

$\max Q_m = Q_{mg} + \frac{p\, x_m'^2}{2(l-c)}$.

Die Grenzwerte der Biegungsmomente. Die Einflußlinie (Abb. 63) hat nur einen positiven Bereich, das Moment also nur einen positiven Grenzwert.

a) Gleichgroße Streckenbelastung p (Abb. 70).

Bei unmittelbarer Lasteintragung ist

$$\max M_{mp} = p\,\frac{x x'}{2} = \frac{p l^2}{2}\left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right) = \frac{p l^2}{2}\,\omega_R\,. \tag{115}$$

Bei mittelbarer Lasteintragung sind die Grenzwerte der Momente an den Anschlußquerschnitten durch die gleiche Funktion bestimmt. Dazwischen ist die Schaulinie für $\max M_{mp}$ geradlinig.

b) Lastenzug bei mittelbarer Eintragung (Abb. 71).

Die Einflußlinie des Moments an den Anschlußquerschnitten ist in der Regel ein Dreieck. Die ungünstigste Laststellung wird daher nach (102) durch die Ungleichungen

$$\sum_k^{r-1} P_i < \frac{x_m}{l} \sum_k^{n} P_i < \sum_k^{r} P_i \qquad (116)$$

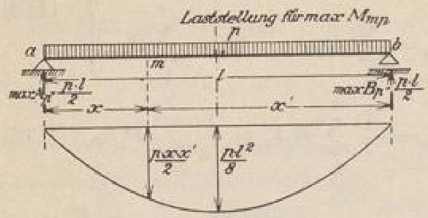

Abb. 70.

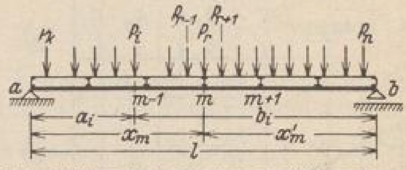

Abb. 71. Stellung des Lastenzuges zur Bildung von max M_m.

nachgewiesen, wenn die schwersten Lasten nächst dem zu untersuchenden Querschnitt m stehen. Mit dieser Laststellung ist dann (Abb. 71)

$$\max M_m = \frac{x_m}{l} \sum_k^{n} P_i b_i - \sum_k^{r} P_i (x_m - a_i)\,. \qquad (117)$$

Zwischen den Anschlußquerschnitten kann max M_{mp} mit guter Annäherung geradlinig angenommen werden.

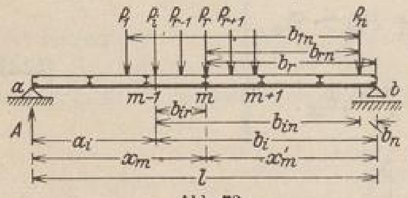

Abb. 72.

Um die Berechnung der Schnittkräfte für bekannte Lastenzüge zu erleichtern, deren erste Last P_1 bei Linksfahrt den linken Stützpunkt des Trägers nicht überschreitet, werden zwei nur von Achslast und Achsstand abhängige Hilfswerte gebildet (Abb. 72).

$$\mathfrak{P}_n = \sum_{i=1}^{i=n} P_i\,, \quad \mathfrak{S}_n = (P_1 b_{1n} + P_2 b_{2n} + \cdots P_i b_{in} + \cdots P_n b_{nn}) = \sum_{i=1}^{i=n} P_i b_{in}\,. \qquad (118)$$

Mit diesen sind

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{i=n} P_i (b_{in} + b_n) = \frac{1}{l} \Big(\sum_{i=1}^{i=n} P_i b_{in} + b_n \sum_{i=1}^{i=n} P_i \Big)\,, \\ A &= \frac{1}{l} (\mathfrak{S}_n + \mathfrak{P}_n b_n)\,, \\ M_m &= A x_m - \sum_{i=1}^{i=r} P_i (x_m - a_i) = A x_m - \sum_{i=1}^{i=r} P_i b_{ir}\,, \\ M_m &= \frac{x_m}{l} (\mathfrak{S}_n + \mathfrak{P}_n b_n) - \mathfrak{S}_r\,. \end{aligned}\right| \qquad (119)$$

Die Funktionen $\mathfrak{S}_n$ und $\mathfrak{P}_n$ der Lastenzüge N, E und G der Reichsbahn sind in den Taschenbüchern enthalten. Sie lassen sich leicht auch für andere Lastenzüge zur Berechnung von Straßen- und Eisenbahnbrücken angeben. Nach den Reichsbahnvorschriften genügen aber bei einfachen Balkenbrücken bereits Näherungswerte für max M_p nach besonderer Anweisung.

c) Lastenzug bei unmittelbarer Eintragung (Abb. 73a).

Die größten Biegungsmomente können für beliebig viele Querschnitte ebenso wie für die Anschlußquerschnitte des Trägers bei mittelbarer Lasteintragung berechnet werden. Bleibt jedoch die Summe R aller auf dem Träger ruhenden Lasten bei Verschiebung des Zuges unverändert, so läßt sich das vollständige Ergebnis einfacher angeben.

Zwei ausgezeichnete Querschnitte k und r links und rechts von der Resultierenden werden nach dem Index der ihnen zugeordneten Lasten P_k und P_r bezeichnet. Die Abstände der Lasten $P_1 \ldots P_m \ldots P_{k-1}$ von der Last P_k sind e_{km}, ihre Abstände von der Resultierenden u_m. Die Abstände der Lasten $P_n \ldots P_m \ldots P_{r+1}$ von der Last P_r werden e'_{rm}, die Abstände von der Resultierenden u'_m genannt. Außerdem ist abgekürzt

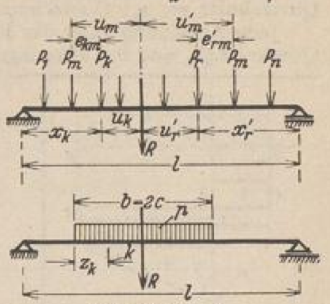

Abb. 73a und b.

$$\left.\begin{aligned} \sum_1^k P_m &= \mathfrak{P}_k, & \sum_1^k P_m u_m &= \mathfrak{H}_k, \\ \sum_n^r P_m &= \mathfrak{P}'_r, & \sum_n^r P_m u'_m &= \mathfrak{H}'_r. \end{aligned}\right\} \qquad (120)$$

Die Momente M_k und M_r können dann folgendermaßen angeschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned} M_k &= \frac{R\,x_k}{l}(l - u_k - x_k) - \sum_1^k P_m e_{km}, \quad M_r = \frac{R\,x'_r}{l}(l - u'_r - x'_r) - \sum_n^r P_m e'_{rm}, \\ \text{oder} \qquad M_k &= \frac{R\,x_k\,(l - x_k)}{l} - \frac{R\,x_k}{l} u_k - \sum_1^k P_m e_{km}. \end{aligned}\right\} \qquad (121)$$

Das Moment ist nach (116) ein Grenzwert zwischen

$$x_{k1} = \frac{\mathfrak{P}_{k-1}}{R} l \quad \text{und} \quad x_{k2} = \frac{\mathfrak{P}_k}{R} l. \qquad (122)$$

Für diese Querschnitte ist dann mit (122)

$$\left.\begin{aligned} M_{k1} &= \frac{R\,x_{k1}(l - x_{k1})}{l} - \sum_1^{k-1} P_m u_m, \\ M_{k2} &= \frac{R\,x_{k2}(l - x_{k2})}{l} - \sum_1^k P_m u_m. \end{aligned}\right\} \qquad (123)$$

Das Moment ist im rechten Bereiche nach (116) ein Grenzwert zwischen

$$x'_{r1} = \frac{\mathfrak{P}'_{r+1}}{R} l \quad \text{und} \quad x'_{r2} = \frac{\mathfrak{P}'_r}{R} l. \qquad (124)$$

Für diese Querschnitte sind die Momente

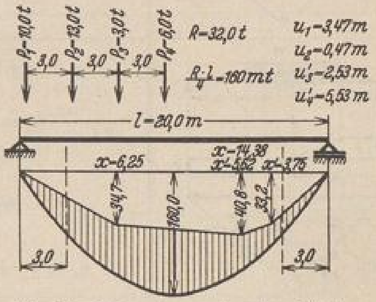

Abb. 74. Untersuchung einer Kranbrücke.

$k=2$: $x_{21} = x_{12} = 6{,}25\,\mathrm{m}$, $x_{22} = \frac{10+13}{32}\,20 = 14{,}38\,\mathrm{m}$

$\mathfrak{H}_2 = 10 \cdot 3{,}47 + 13 \cdot 0{,}47 = 34{,}68 + 6{,}08 = 40{,}8\,\mathrm{mt}$,

$r=3$: $x'_{31} = \frac{6}{32}\,20 = 3{,}75\,\mathrm{m}$, $x'_{32} = \frac{9}{32}\,20 = 5{,}62\,\mathrm{m}$.

$\mathfrak{H}'_3 = 3{,}0 \cdot 2{,}53 + 6{,}0 \cdot 5{,}53 = 40{,}8\,\mathrm{mt}$.

$$M'_{r1} = \frac{R\,x'_{r1}(l - x'_{r1})}{l} - \sum_n^{r+1} P_m u'_m, \qquad M'_{r2} = \frac{R\,x'_{r2}(l - x'_{r2})}{l} - \sum_n^r P_m u'_m. \qquad (125)$$

Der erste Anteil ist die Ordinate einer Parabel mit $\frac{1}{4} R l$ als Pfeilhöhe. Der zweite Anteil ist ein Geradenzug, dessen Eckpunkte die Abszissen x_{k2} und x'_{r2} und die Ordinaten $\mathfrak{H}_k$ und $\mathfrak{H}'_k$ erhalten.

Das Ergebnis kann auch auf eine begrenzte, gleich große Streckenlast übertragen werden (Abb. 73b).

$$\left.\begin{aligned} &R = p\,b = 2\,p\,c\,; \quad P = p\,d\,z, \quad x_k = \frac{\mathfrak{P}_k}{R} l = \frac{z_k\,l}{b}, \quad \sum_1^k P_m u_m = \frac{p\,b\,c\,x_k\,x'_k}{l^2}, \\ &\max M_k = \frac{p\,b}{l} x_k x'_k \left(1 - \frac{c}{l}\right) = 2\,p\,c\,l \left(1 - \frac{c}{l}\right) \omega_R. \end{aligned}\right\} \qquad (126)$$

Das Diagramm der Grenzwerte ist eine Parabel für die Belastung $4\,p\,\frac{c}{l}\left(1 - \frac{c}{l}\right)$.

Domke, O.: Theorie des Eisenbetons. Handb. f. Eisenbetonbau Bd. 1, 4. Aufl. S. 391. Berlin 1930. — Beyer, K.: Baustatik. Taschenb. f. Bauing. Bd. 1 S. 270. Berlin 1928.