



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

16. Stabwerke mit drei Gelenken

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

16. Stabwerke mit drei Gelenken.

Stabwerke mit drei Gelenken werden als Bogen- und Rahmenträger gebaut. Die wirtschaftlichen Vorteile der Bogenform zur Übertragung von Lasten ohne wesentliche Beanspruchung der Biegefestigkeit des Baustoffes sind bekannt. Sie gelten besonders für den Massivbau, da hier druckfeste Baustoffe mit geringer Zugfestigkeit verwendet werden. Zwei Gelenke liegen in der Regel an den Stützpunkten. Sie werden als Kämpfergelenke bezeichnet. Durch ihre Verschiebung gegen die Mitte des Stabzugs entsteht der Auslegebogenträger. Die Abb. 80 zeigen die allgemeine Anordnung eines Stabwerks mit drei Gelenken. Die Kämpfergelenke liegen in der Regel in gleicher Höhe. Die Rahmenform wird stets dem Zweck des Bauwerks angepaßt.

Um bei senkrechter Belastung waagerechte Stützkkräfte zu vermeiden, kann ein gerades oder gesprengtes Zugband vorgesehen werden (Abb. 81). Das Stabwerk bleibt trotzdem statisch bestimmt, wenn ein Stützpunkt längsbeweglich ist. Die Höhenlage und die allgemeine Anordnung des Zugbandes richten sich nach der Form des Rahmens und nach dem Bauvorhaben.

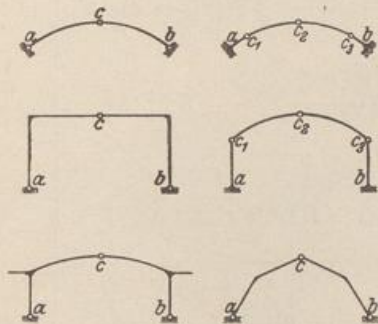


Abb. 80 a-f. Bauformen des Bogenträgers und Rahmens mit 3 Gelenken.

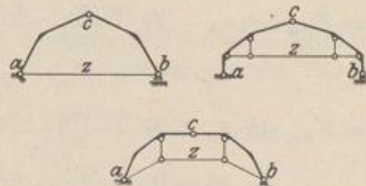


Abb. 81 a-c. Bauformen statisch bestimmter Bogenträger und Rahmen mit Zugband.

Analytische Berechnung der Stütz- und Schnittkräfte. Die Stützkkräfte K_l und K_r werden in je zwei Komponenten zerlegt, von denen A' und B' senkrecht sind, während H'_a und H'_b die Richtung der Verbindungsgeraden der Kämpfergelenke a, b erhalten (Abb. 82). Bei beliebiger Belastung sind $A' + B'$ und $H'_a - H'_b$ entgegengesetzt gleich der Projektion aller Lasten auf diese Richtungen. Senkrechte Belastung ergibt daher $H'_a = H'_b$. Bei beliebiger Belastung sind die Komponenten A', B' und $H'_a - H'_b$ ebenso groß wie die Stützwiderstände eines stellvertretenden Balkens von der Stützweite l . Sie erzeugen in diesem mit der Belastung die Schnittkräfte V_0, H'_0, Q_0, M_0 . Die Schnittkräfte des Bogen- oder Rahmenträgers werden daher aus diesen durch Superposition mit dem Anteil aus der Stützkraft H'_a oder H'_b erhalten. Mit $H'_{0b} = 0$ und M_{1m}, Q_{1m} für $H'_b = 1$ ist

$$\text{und } \left. \begin{aligned} M_m &= M_{0m} + M_{1m} H'_b, & Q_m &= Q_{0m} + Q_{1m} H'_b \\ K_l &= A' \hat{=} H'_a = A \hat{=} H_a, & K_r &= B' \hat{=} H'_b = B \hat{=} H_b. \end{aligned} \right\} \quad (127)$$

Die Stützkkräfte $H'_a = H_a / \cos \alpha_0$, $H'_b = H_b / \cos \alpha_0$ werden aus dem Gleichgewicht der äußeren Kräfte an einem Bogenschenkel berechnet. Ihr Moment in bezug auf das Mittengelenk c ist Null. Bei geradem Zugbande tritt an Stelle von H'_a oder H'_b dessen Längskraft Z . Ist das Zugband gesprengt (Abb. 81, b-c), so wird die Längskraft des Stabes unter dem Mittengelenk berechnet.

Die analytische Berechnung der Stütz- und Schnittkräfte eignet sich am besten für senkrechte, unter Umständen auch für waagerechte Belastung. Dagegen verdient die zeichnerische Lösung den Vorzug bei beliebig gerichteten Lasten.

a) Lotrechte Lasten (Abb. 82a).

$$A' = \frac{1}{l} \left[\int_0^l g(l-x) dx + \sum_1^n P_k b_k + \int_{x_1}^{x_2} p(l-x) dx \right].$$

$$B' = \frac{1}{l} \left[\int_0^l g x dx + \sum_1^n P_k a_k + \int_{x_1}^{x_2} p x dx \right]; \quad H = H' \cos \alpha_0 = \frac{M_0 e}{f},$$

$$H = \frac{1}{f} \left[A' l_1 - \int_0^{l_1} g(l_1-x) dx - \sum_1^m P_k (l_1 - a_k) - \int_{x_1}^{l_1} p(l_1-x) dx \right];$$

$$A = A' + H \operatorname{tg} \alpha_0; \quad B = B' - H \operatorname{tg} \alpha_0;$$

$$V_{0m} = A' - \int_0^{x_m} g dx - \sum_1^r P_k - \int_{x_1}^{x_m} p dx, \quad H_m = -H,$$

$$M_{0m} = A' x_m - \int_0^{x_m} g(x_m-x) dx - \sum_1^r P_k (x_m - a_k) - \int_{x_1}^{x_m} p(x_m-x) dx,$$

$$M_m = M_{0m} - H y_m, \quad M_{a',m} = M_{0m} - H y_{a',m},$$

$$M_{a'',m} = M_{0m} - H y_{a'',m}.$$

$$Q_m = V_{0m} \cos \alpha_m - H \frac{\sin(\alpha_m - \alpha_0)}{\cos \alpha_0};$$

$$\alpha_0 = 0: \quad Q_m = \cos \alpha_m (V_{0m} - H \operatorname{tg} \alpha_m).$$

$$-N_m = V_{0m} \sin \alpha_m + H \frac{\cos(\alpha_m - \alpha_0)}{\cos \alpha_0};$$

$$\alpha_0 = 0: \quad -N_m = \sin \alpha_m (V_{0m} + H \operatorname{ctg} \alpha_m).$$

(128)

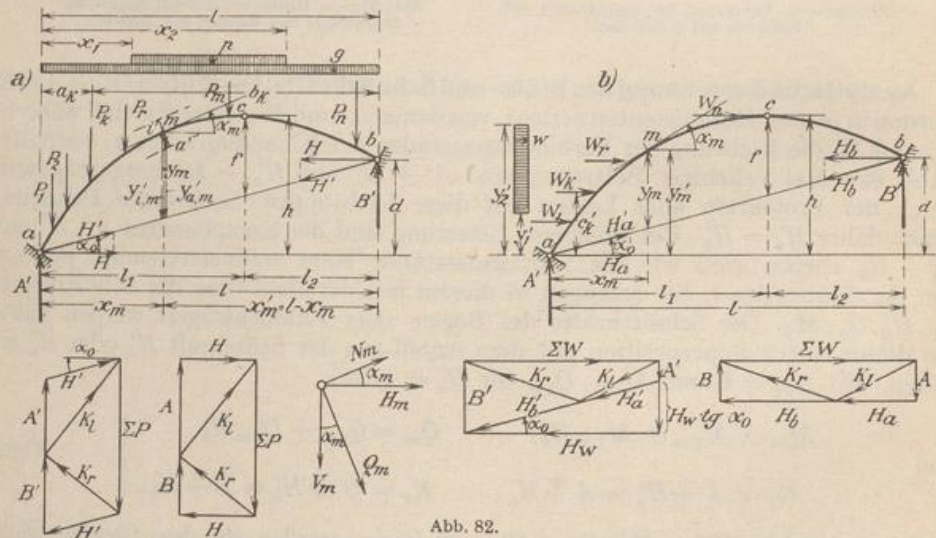


Abb. 82.

Nach diesen Angaben ist für gleichförmig verteilte Belastung p

$$\left. \begin{aligned} H &= p \frac{l_1 l_2}{2f}; & M_m &= \frac{p l^2}{2} \left(\omega_R - \frac{l_1 l_2}{l} \frac{y}{f} \right). \\ -N_m &= \frac{p l}{2} \left[1 - 2 \frac{x}{l} + \frac{l_1 l_2}{l} \frac{l}{f} (\operatorname{ctg} \alpha_m + \operatorname{tg} \alpha_0) \right] \sin \alpha_m, \\ Q_m &= \frac{p l}{2} \left[1 - 2 \frac{x}{l} - \frac{l_1 l_2}{l} \frac{l}{f} (\operatorname{tg} \alpha_m - \operatorname{tg} \alpha_0) \right] \cos \alpha_m. \end{aligned} \right\} \quad (129)$$

Im Bauwesen bildet der symmetrische Bogenträger mit gleichhoch liegenden Kämpfergelenken die Regel. Hierfür ist $\alpha_0 = 0$, $l_1/l = l_2/l = 1/2$.

Bei einer zusammenhängenden Untersuchung werden ebenso wie für den Balkenträger zunächst die Stützkkräfte A' und B' , hieraus die Schnittkräfte V_{0m} und nach (86) M_{0m} bestimmt. Aus $M_{0c} - Hf = 0$ folgt die Bogenkraft H , so daß nach (128) die Biegemomente M_m oder die Kernmomente $M'_{i,m}$, $M_{a',m}$ angegeben werden können. Die Querkraft wird nach (128) oder aus $Q_m s_m = M_m - M_{m-1}$ berechnet.

b) Waagerechte Lasten am linken Bogenschenkel (Abb. 82b).

$$\left. \begin{aligned} H_b - H_a = H_w &= \int_{y'_1}^{y'_2} w dy' + \sum_1^n W_k; & B' &= \frac{1}{l} \left(\int_{y'_1}^{y'_2} w y' dy' + \sum_1^n W_k c'_k \right), \\ A' = -B' + H_w \operatorname{tg} \alpha_0, & & H_b &= B' \frac{l_2}{l}, & H_a &= H_b - H_w; \\ A = -B = -B' \frac{h-d}{f} &= V_{0m}, & H_m &= - \left(H_a + \int_{y'_1}^{y'_m} w dy' + \sum_1^r W_k \right), \\ M_m = A' x_m - \int_{y'_1}^{y'_m} w (y'_m - y') dy' - \sum_1^r W_k (y'_m - c'_k) &- H_a y_m = M_{0m} - H_a y_m. \end{aligned} \right\} (130)$$

Schaulinien der Schnittkräfte. Um die Momente und Kernmomente in einfacher Weise zeichnerisch darzustellen, wird der Ansatz (128) umgeformt. Bei senkrechter Belastung ist mit $H_m^{(a)}$ nach Abb. 88

$$-H_m^{(a)} = H_a = H_b = H = \text{const}$$

$$M_m = M_{0m} - H y_m = H \left(\frac{M_{0m}}{H} - y_m \right) = H (\bar{y}_m - y_m) = H \bar{b}_m. \quad (131)$$

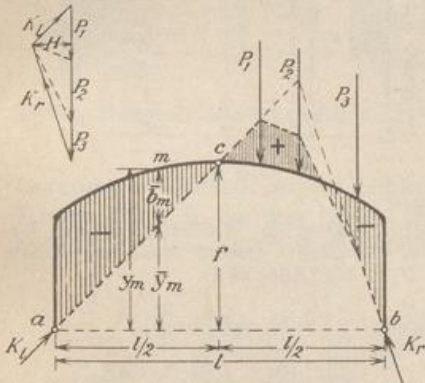


Abb. 83.

Das Biegemoment ist nach Abb. 83 proportional einer Strecke \bar{b}_m , die als Differenz zweier Strecken \bar{y}_m und y_m gefunden wird. y_m ist entweder Ordinate des Schwerpunktes oder eines der beiden Kernpunkte des Querschnitts m . $\bar{y}_m = M_{0m}/H$ ist proportional dem Biegemoment des stellvertretenden Balkens, das nach Abschnitt 13 berechnet und aufgezeichnet werden

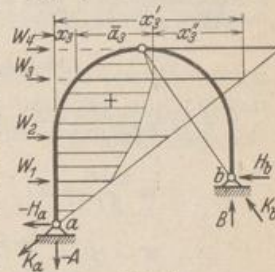


Abb. 84.

kann. Das Vorzeichen der Differenz $\bar{b}_m = \bar{y}_m - y_m$ ist in Abb. 83 eingetragen.

Lösung bei senkrechter Belastung auf dem rechten Abschnitt des Rahmens Abb. 83:

$$H = \frac{M_{0c}}{f} = \frac{\sum P b_k}{2f}, \quad \bar{y}_m = \frac{M_{0m}}{H}, \quad M_m = H (\bar{y}_m - y_m) = H \bar{b}_m.$$

Das Biegemoment mit einer positiven Differenz \bar{b}_m erzeugt an der Innenseite des Stabes Zugspannungen.

Bei waagerechter Belastung ist die Komponente H_m der Schnittkraft veränderlich, dagegen $A = -B = V_{0m}$ konstant. Daher kann nunmehr die Stützkraft A in dem Ansatz des Biegemomentes als Multiplikator gewählt werden. Für einen

stellvertretenden Balken mit $H_{0a} = 0$ ist nach Abb. 84

$$M_m = M_{0m} - H_a y_m = -A \left(-\frac{M_{0m}}{A} + \frac{H_a}{A} y_m \right) = -A \left(+\frac{H_a}{A} y_m - x_m + \frac{\sum W_k (y_m - c_k)}{A} \right), \quad (132)$$

$$M_m = -A (+x'_m - x_m - x''_m) = -A \bar{a}_m = B \bar{a}_m.$$

Das Biegemoment ist in diesem Falle proportional einer horizontalen Strecke \bar{a}_m , die sich aus drei Anteilen zusammensetzt. Die Kräfte A und H_a sind nach (130) negativ. Das negative Vorzeichen ist in der Definition von x''_m enthalten. Die Strecke x'_m ist durch die Komponenten H_a und A bestimmt. Die Strecke x''_m wird bei Einzellasten für alle Punkte m berechnet und von der zugeordneten Strecke x'_m abgezogen. Diese punktweise Bestimmung kann bei einer gleichförmigen Belastung durch einfache geometrische Konstruktionen ersetzt werden (Abb. 84).

Zeichnerische Darstellung der Momente eines symmetrischen Dreigelenkrahmens.

a) Symmetrische Kranbelastung (Abb. 85 a).

$$P_1 = P_2 = P; \quad H = P \frac{c}{f}, \quad \bar{y}_m = \frac{M_{0m}}{H},$$

$$M_m = H(\bar{y}_m - y_m) = H \bar{b}_m, \quad M_{m'} = H \bar{b}_{m'},$$

$$M_{m''} = H \bar{b}_{m''}, \quad \bar{b}_{m''} = -y_{m''}.$$

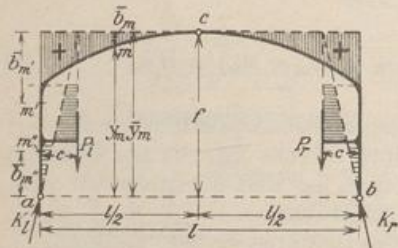


Abb. 85 a.

b) Einseitige Kranbelastung (Abb. 85 b).

$$H = \frac{Pc}{2f}, \quad \bar{y}_m = \frac{M_{0m}}{H}, \quad M_m = H(\bar{y}_m - y_m),$$

$$M_n = H \bar{b}_n, \quad M_{m'} = H \bar{b}_{m'}, \quad M_{m''} = H \bar{b}_{m''}.$$

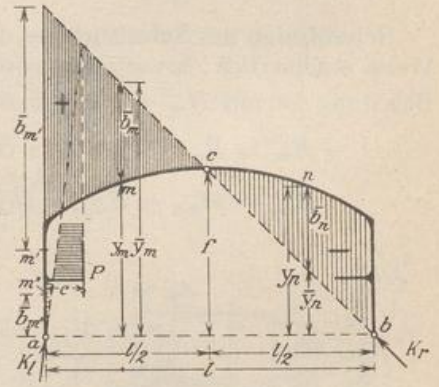


Abb. 85 b.

c) Waagerechte Windlast im Bereich des Pfostens (Abb. 85 c).

$$A = \frac{w h^2}{2l} = B; \quad H = \frac{w h^2}{4f};$$

$$W - H = \frac{w h}{4f} (4f - h).$$

Momente im Riegel und Pfosten b:

$$M_m = H(\bar{y}_m - y_m) = H \bar{b}_m; \quad M_{m'} = H \bar{b}_{m'}.$$

Momente im Pfosten a:

$$M_n = A \left[\frac{W - H}{A} y_n - \frac{w y_n^2}{2A} \right] = A \bar{a}_n.$$

d) Waagerechte Windlast auf die Laterne, angenähert ersetzt durch die Kräfte W . $U_1 = U_r$ (Abb. 85 d).

$$-H_a = H_b = \frac{W}{2},$$

$$M_m = -\frac{W}{2} \bar{b}_m; \quad M_n = \frac{W}{2} \bar{b}_n.$$

Im linken Bogenschenkel ist zur besseren Übersicht das Vorzeichen des Biegemomentes M_m an Stelle des Vorzeichens der Streckendifferenz \bar{b}_m eingetragen.

Zeichnerische Ermittlung der Stütz- und Schnittkräfte. Die Schnittkräfte N_m , M_m , Q_m eines jeden der beiden Ufer des Querschnitts m können zu einer resultierenden Kraft $R_m^{(l)}$ zusammengefaßt werden, die entgegengesetzt gleich zur Resultierenden $R_m^{(a)}$ der äußeren Kräfte ist, die am Stabe links oder rechts vom Querschnitt m angreifen. Sie ist in einer Mittelkraftlinie aus der Belastung und

den zugeordneten Stützkräften enthalten, deren Momente in bezug auf die Gelenke a, b, c Null sind. Die Mittelkraftlinie wird mit Kraft- und Seileck gezeichnet. Sie ist durch die drei Punkte a, b, c bestimmt.

Die Stützkräfte K_l, K_r setzen sich aus den Anteilen A', A'' und B', B'' der Be-

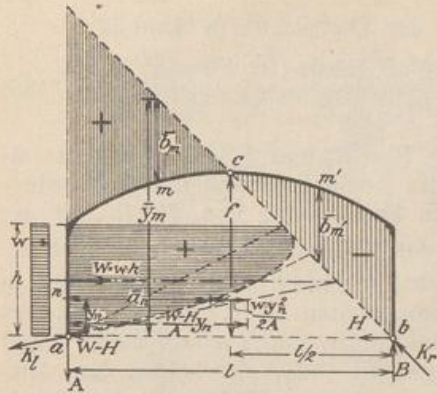


Abb. 85c.

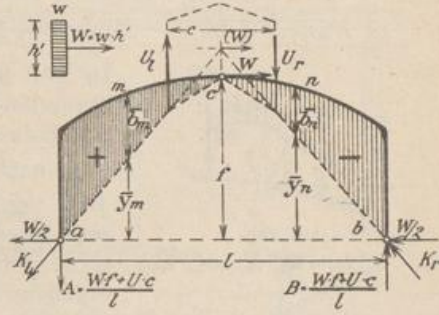


Abb. 85d.

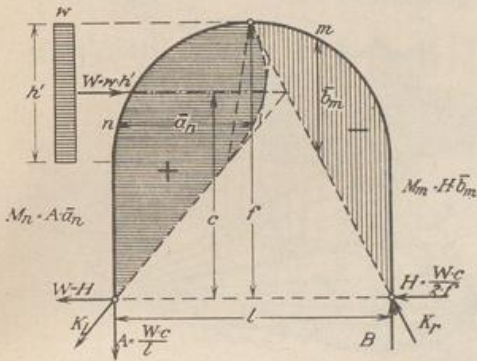


Abb. 86 a. Waagerechte Belastung im Bereich des Riegels.

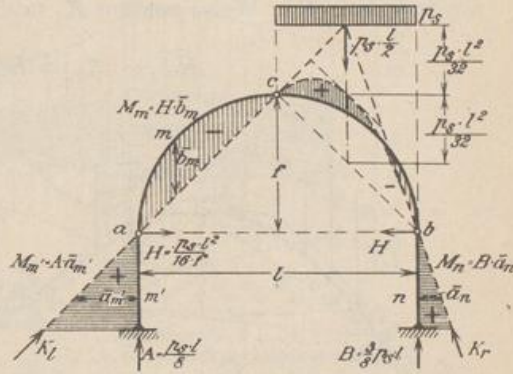


Abb. 86 b. Biegemomente eines Dreigelenkrahmens mit hochgerückten Kämpfergelenken für einseitige Schneelast.

lastung eines jeden Bogenschenkels zusammen. Daher werden die resultierenden Kräfte R_I, R_{II} zu den beiden Teilbelastungen gezeichnet und bei ungünstigen Schnittpunkten durch 2 Komponenten ersetzt, die nach den benachbarten Ge-

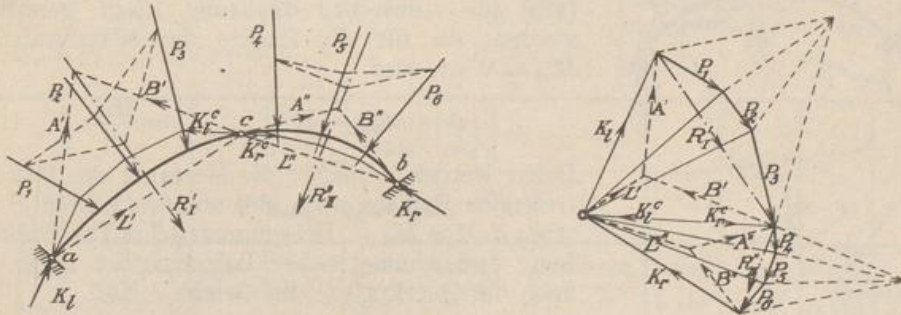


Abb. 87. Mittelkraftlinie eines Dreigelenkbogens für beliebig gerichtete Einzellasten.

lenken a, c und c, b gerichtet sind. Die dem Mittengelenk zugeordneten Teilkräfte werden wieder in 2 Komponenten nach $c \div a$ und $c \div b$ zerlegt (Abb. 87). Damit ist die Mittelkraftlinie bestimmt, aus der die Momente oder Kernmomente nach

Abb. 88 berechnet werden. Längs- und Querkraft N_m, Q_m sind in dem Kräfteck enthalten. Die zeichnerische Untersuchung führt bei einer beliebig gerichteten Belastung schneller zum Ziele als die Rechnung.

Graphostatische Beziehungen zur Bildung der Stützkkräfte in Abb. 87:

$$\left. \begin{aligned} (P_1, \dots, P_n) &\equiv (R'_I, R''_{II}); (R'_I, A', B') \equiv 0, (R''_{II}, A'', B'') \equiv 0; (B', A'') \equiv (L', L''), \\ K_l &\equiv A' \uparrow L', \quad K_r = B'' \uparrow L'', \quad (P_1, \dots, P_n, K_l, K_r) \equiv 0. \end{aligned} \right\} (133)$$

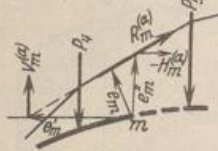


Abb. 88.

$$M_m = R_m^{(a)} \epsilon_m = H_m^{(a)} \epsilon_m = V_m^{(a)} \epsilon_m.$$

In Abb. 89 sind $\Sigma'P = R'_I$ und $\Sigma''P = R''_{II}$ die resultierenden Kräfte der jedem Bogenschenkel zugeordneten Belastung. Die Bestimmung von R'_I, R''_{II} ist der Lage nach durch das Kräfteck \bar{O} vorbereitet worden. Jede von ihnen wird graphisch mit \bar{L}' und \bar{L}'' durch zwei parallele Komponenten A'_I, C'_I und C''_{II}, B''_{II} ersetzt, deren Wirkungslinien durch a und c oder c und b gehen. Die Summe $(C'_I + C''_{II})$ der beiden dem Mittengelenk zugeordneten Komponenten ist dann nach L' und L'' zerlegt und mit den in a und b anfallenden senkrechten Komponenten A'_I und B''_{II} zusammengesetzt worden. Auf diese Weise werden K_l und K_r gefunden.

$$\bar{H} \bar{b}_c = M_{0c} = H \bar{f}; \quad H = \frac{\bar{b}_c}{\bar{f}} \bar{H}. \quad (134)$$

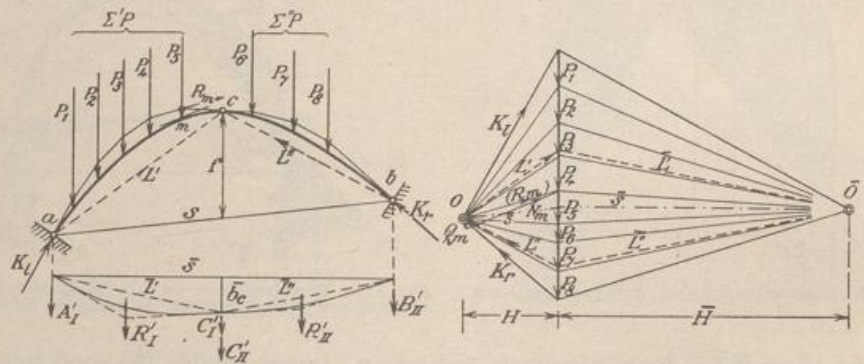
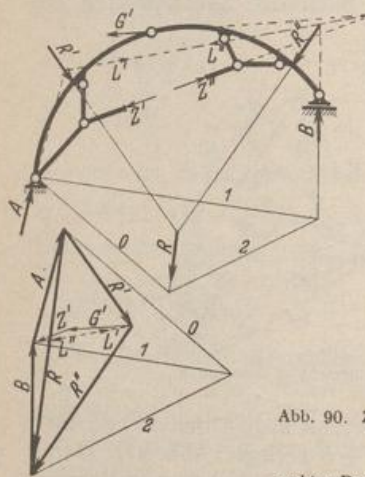


Abb. 89. Mittelkraftlinie eines Dreigelenkbogens für senkrechte Lasten.



Die Ordinaten der Mittelkraftlinie \bar{b}_m können nach (128) für senkrechte Belastung leicht gerechnet werden, da für die Punkte der Mittelkraftlinie $M_m = 0$ ist, also

$$0 = M_{0m} - H \bar{b}_m; \quad \bar{b}_m = \frac{M_{0m}}{H}. \quad (135)$$

Daher werden zunächst die Momente des stellvertretenden Balkens nach (86) aus den Lasten P bestimmt. $H = M_{0c}/f$. Bei symmetrischer Trägeranordnung und symmetrischer Belastung ist außer M_c auch die Querkraft Q_c im Gelenk c Null.

Abb. 90. Zeichnerische Ermittlung der Stütz- und Verbindungskräfte eines Bogenträgers mit Zugband.

$$\begin{aligned} R' \uparrow R'' &= R, & (R, A, B) &= 0, \\ \text{rechter Bogenschenkel } (B \uparrow R'', Z'', G'') &= 0, & G' \uparrow G'' &= 0, \\ \text{linker Bogenschenkel } (A \uparrow R', Z', G') &= 0, & Z' \uparrow Z'' &= 0. \end{aligned}$$

Berechnung der Mittelkraftlinie einer Dreigelenkbogenbrücke.

1. Lasten: a) Eigengewicht: $G_m = G'_m + P_{mg}$; Abb. 91a.

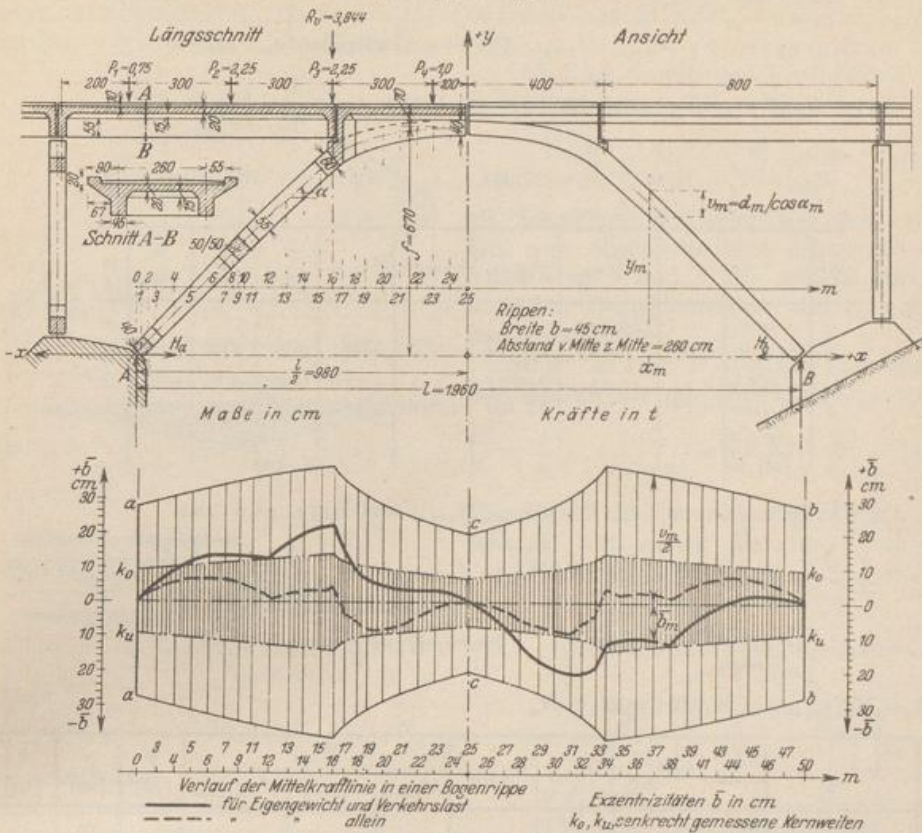


Abb. 91a und b.

G'_m : Einzellasten aus dem Gewicht g t/m einer Bogenrippe nach (91) in t.

P_{mg} : Einzellasten aus dem Gewicht der Querriegel und der Schleppträger in t (s. Tabelle).
Längen in m.

$$G'_m = \frac{c_m}{6} (g_{m-1} + 2g_m) + \frac{c_{m+1}}{6} (2g_m + g_{m+1}) = G'_{m,1} + G'_{m,2}$$

$$c_m = c_{m+1} : G'_m = \frac{c_m}{6} (g_{m-1} + 4g_m + g_{m+1})$$

$$g_m = v_m b_m \gamma ; \quad \gamma = 2,4 \text{ t/m}^3$$

m	d_m	$\cos \alpha_m$	v_m	b_m	g_m
0-2	0,40	0,70	0,57	0,80	1,09
3	0,41	0,70	0,58	0,45	0,63
4	0,43	0,70	0,61	0,45	0,66
.
.

m	x_m	c_m	g_m	g_{m-1}	$\frac{c_m}{6}$	$2g_m$	$\frac{c_{m+1}}{6}$	$G'_{m,1}$	$G'_{m,2}$	G'_m	P_{mg}	G_m	$G_m x_m$
				$g_{m-1} + 4g_m + g_{m+1}$				$\frac{c_m}{6}$					
0	-9,80	-	1,09	-	-	3,282	0,028	-	0,093	0,093	-	0,093	-0,911
1	-9,63	0,17	1,09	6,564				0,028		0,186	0,348	0,534	-5,142
2	-9,46	0,17	1,09	3,282	0,028	2,814	0,042	0,093	0,117	0,210	-	0,210	-1,987
3	-9,21	0,25	0,63	2,346	0,042	1,911	0,083	0,098	0,159	0,257	-	0,257	-2,367
.

b) Verkehrslasten $P_{m,e}$: $P_{10,e} = R_v = 3,844 \text{ t}$; $P_{23,e} = P_4 = 1,0 \text{ t}$.

2. Ordinaten $\bar{y} = M_{0m}H$ und Exzentrizitäten $\bar{b} = \bar{y} - y$ der Mittelkraftlinie:

V_{0m}, M_{0m} : Querkraft und Moment des stellvertretenden Balkens (a, b) nach (86).

a) Eigengewicht (V_{0mg}, M_{0mg}). Aus Symmetriegründen: $V_{0cg} = 0$.

$$H_{ag} = H_{bg} = H_g = M_{0cg}/l = 24,638 \text{ t}; \quad \text{Probe: } H_g = \frac{1}{2f} (l \sum_a^c G_m - 2 \sum_a^c G_m x_m),$$

$$V_{0ag} = A_g = B_g = \sum_a^c G_m = 27,924 \text{ t}, \quad \sum_a^c G_m x_m = -108,579 \text{ mt.}$$

m	x	c	G_m	V_{0mg}	$V_{0mg}c$	M_{0mg}	\bar{y} [m]	y [m]	\bar{b} [m]	m
a	-9,80	-	(27,924)							a
0	-9,80	0,00	0,093	27,924	0,000	0,000	0,00	0,00	0,00	0
1	-9,63	0,17	0,534	27,831	4,731	4,731	0,19	0,18	0,01	1
2	-9,46	0,17	0,210	27,297	4,640	9,372	0,38	0,36	0,02	2
.
.

b) Verkehrslasten ($A_p, B_p, V_{0mp}, M_{0mp}$) und Eigengewicht:

$$A_p = \frac{1}{2} \sum_a^b P_{mv} + \frac{1}{l} \sum_a^b P_{mv} x_m = 3,258 \text{ t} = V_{0ap}; \quad B_p = \frac{1}{2} \sum_a^b P_{mv} - \frac{1}{l} \sum_a^b P_{mv} x_m = 1,586 \text{ t},$$

$$H_{ap} = H_{bp} = H_p = M_{0cp}/l = 2,321 \text{ t}; \quad \text{Probe: } H_p = \frac{1}{2f} (l A_p - 2 \sum_a^c P_{mv} x_m),$$

$$H_{p+g} = M_{0c(p+g)}/l = 26,959 \text{ t} = H_p + H_g.$$

m	x	c	P_{mv}	$P_{mv}x$	V_{0mp}	$V_{0mp}c$	M_{0m}			\bar{y} [m]	y [m]	\bar{b} [m]	m
							M_{0mp}	M_{0mg}	$M_{0m(p+g)}$				
a	-9,80	-	(3,258)									a	
0	-9,80	0,00	-	-	3,258	0,0000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00	0,00	0
1	-9,63	0,17	-	-	3,258	0,5538	0,554	4,731	5,285	0,20	0,18	0,02	1
2	-9,46	0,17	-	-	3,258	0,5538	1,107	9,372	10,479	0,39	0,36	0,03	2
3	-9,21	0,25	-	-	3,258	0,8144	1,922	16,144	18,066	0,67	0,62	0,05	3
.
.

Exzentrizitäten: $\bar{b}_m = \bar{y}_m - y_m$. Abb. 91b.

Einflußlinien der Schnittkräfte. Die Grenzwerte der Randspannungen σ und der Schubspannungen τ werden aus den Einflußlinien der Kernmomente und der Querkraft bestimmt. Die Einflußlinie der Bogenkraft ist nach $H = M_{0c}/l$ die Einflußlinie des Moments eines stellvertretenden Balkens mit der Stützweite l und den ausgezeichneten Ordinaten l_1/l und l_2/l (Abb. 92b). Die Einflußlinien der Schnittkräfte können nach (128) als Unterschied der Einflußlinien für N_0, M_0, Q_0 , also für die Schnittkräfte eines Balkenträgers von der Stützweite l und der mit N_1, M_1, Q_1 erweiterten Einflußlinie der Bogenkraft H gebildet werden. Auf diese Weise entstehen Einflußlinien mit den Lastscheiden E in den Abständen e, e' .

Die Einflußlinien der Schnittkräfte des Dreigelenkbogens lassen sich in einfacher Weise aufzeichnen, da deren Ordinaten an den Stützpunkten denjenigen eines Balkenträgers von der Stützweite e entsprechen. Daher werden zunächst die Einflußlinien der Schnittkräfte des stellvertretenden Balkenträgers mit der Stützweite e aufgezeichnet und daraus diejenigen des Bogenträgers entwickelt.

Die Stellung der beweglichen Lasteinheit über einer Lastscheide des linken Bogenschenkels liefert zwei Bedingungen. Die erste bestimmt das Verhältnis der Komponenten der Stützkraft K_b , da $B'l_2 = Hf$. Die zweite besteht in $M_m = 0 = A'x_m - Hy_m$ oder $Q_m = 0 = A' \cos \alpha_m - H' \sin (\alpha_m - \alpha_0)$.

Die Lastscheide der Einflußlinie des Biegemoments M_m wird mit

$$\frac{B'}{H} = \frac{f}{l_2}, \quad \frac{A'}{H} = \frac{y_m}{x_m} \quad (136)$$

als Schnittpunkt zweier Geraden erhalten, von denen die eine durch die Gelenkmitten b und c , die andere durch a und den Bezugspunkt m des Biegemoments festliegt.

Steht die Last P über der Lastscheide der Einflußlinie der Querkraft Q_m , so ist

$$\frac{B'}{H} = \frac{f}{l_2}, \quad \frac{A'}{H/\cos \alpha_0} = \frac{\sin (\alpha_m - \alpha_0)}{\sin (90 - \alpha_m)} \quad (137)$$

Hierdurch sind zwei gerade Linien bestimmt, von denen die eine durch die

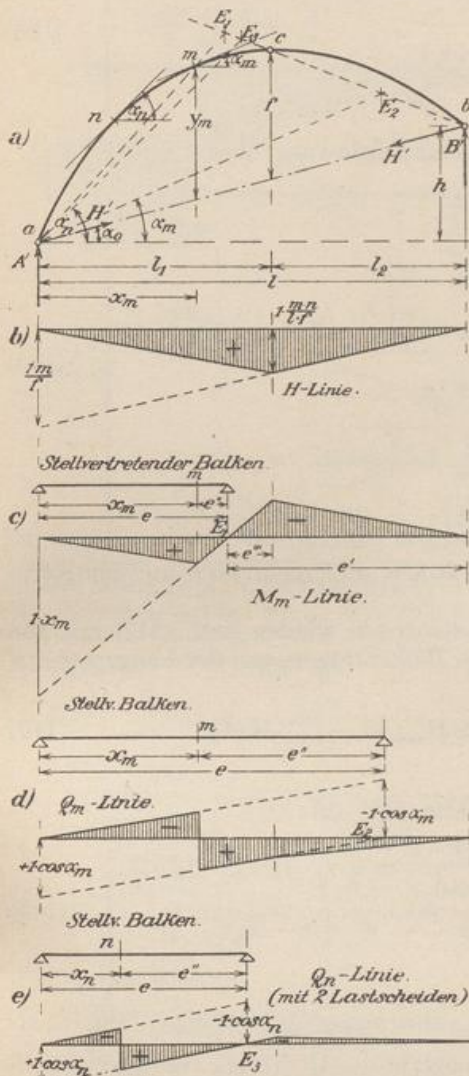


Abb. 92. Die Einflußlinien des Dreigelenkbogens.

In Abb. 92 b ist $1 \cdot \frac{m \cdot n}{l \cdot f}$ durch $1 \cdot \frac{l_1 l_2}{l f}$ und $1 \cdot \frac{m}{f}$ durch $1 \cdot \frac{l_1}{f}$ zu ersetzen.

den. Mit $\Delta = 1$, dem Wege der gesuchten Schnittkraft, entsteht ein Verschiebungs- oder Geschwindigkeitsplan der Stabkette, aus dem die Einflußlinien für die senkrecht und waagrecht gerichtete Einzellast abgeleitet werden. Die zugeordneten Elemente der beiden Linienzüge stehen aufeinander senkrecht. Die Schnittkraft wird nach (104) mit dem Prinzip der virtuellen Verrückungen bestimmt (Abb. 58).

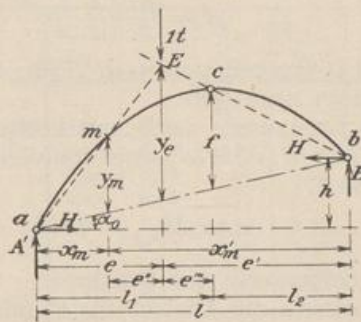


Abb. 93.

Punkte b und c , die andere durch a parallel zur Tangente an die Bogenachse in m verläuft.

Die Einflußlinien lassen sich nach S. 49 ebenso einfach aus der Momentanbewegung einer zwangläufigen Stabkette entwickeln, welche daraus entsteht, daß die gesuchte Schnittkraft M, M_a, M_b, Q oder N als äußere Kraft eingeführt wird. Jeder Stabkette ist eine Polfigur zugeordnet, nach welcher die Lastscheiden und Eckpunkte der Einflußlinie festgelegt werden.

Grenzwerte der Schnittkräfte. a) Grenzwerte der Momente oder Kernmomente. Abszisse e der Lastscheide E (Abb. 93):

$$\left. \begin{aligned} M_m = M_{0m} - H y_m = 0 &= \frac{l-e}{l} x_m - \frac{e l_2}{l f} y_m, \\ e = \frac{l}{\frac{l_2}{l} \frac{l}{x_m} \frac{y_m}{f} + 1}; \quad e' &= \frac{l}{\frac{l_2}{l} \frac{x_m}{l} \frac{f}{y_m} + 1}; \quad \frac{e'}{e} = \frac{l_2}{l} \frac{l}{x_m} \frac{y_m}{f}; \\ e + e' &= l; \quad e'' = e - x_m; \quad e''' = l_1 - e. \end{aligned} \right\} \quad (138)$$

Grenzwerte $\max M_{mp}$ und $\min M_{mp}$ bei Streckenbelastung über e und e' :

$$\left. \begin{aligned} \max M_{mp} &= \frac{p l^2 x_m}{2 f} \frac{1 - \frac{x_m}{l} - \frac{l_2}{l} \frac{y_m}{f}}{1 + \frac{l_2}{l} \frac{l}{x_m} \frac{y_m}{f}}; \\ H &= \frac{p l}{2} \left(\frac{e}{l} \right)^2 \frac{l_2}{f}; \quad V_{0m} = \frac{p l}{2} \left[\frac{e}{l} \left(2 - \frac{e}{l} \right) - \frac{2 x_m}{l} \right]; \\ \min M_{mp} &= + \frac{p l^2}{2} \frac{l_1}{l} \frac{l_2}{l} \frac{\frac{l}{l_1} \frac{x_m}{l} - \frac{y_m}{f}}{\frac{l_2}{l} \frac{l}{x_m} \frac{f}{y_m} + 1}; \\ H &= \frac{p l}{2} \left[\frac{l_1}{l} \frac{l_2}{l} \frac{l}{f} - \left(\frac{e}{l} \right)^2 \frac{l_2}{f} \right]; \quad V_{0m} = \frac{p e'^2}{2 l}. \end{aligned} \right\} \quad (139)$$

N und Q ergeben sich nach (128), die Längskräfte außerdem auch aus den Kernmomenten nach (52).

Die Grenzwerte der Schnittkräfte aus Lastenzügen werden nach (117) mit den Momenten $M(e)$, $M(e')$ eines stellvertretenden Balkenträgers von der Länge e und e' entwickelt.

$$\max M_{mp} = M(e), \quad \min M_{mp} = - \frac{y_m}{f} M(e'). \quad (140)$$

b) Grenzwerte der Querkraft.

Abszisse e der Lastscheide E_2 oder E_3 (Abb. 92d-e):

$$\left. \begin{aligned} Q_m = V_{0m} \cos \alpha_m - H \frac{\sin(\alpha_m - \alpha_0)}{\cos \alpha_0} = 0 &= \frac{l-e}{l} - \frac{e}{l} \frac{l_2}{f} (\operatorname{tg} \alpha_m - \operatorname{tg} \alpha_0), \\ e = \frac{l}{1 + (\operatorname{tg} \alpha_m - \operatorname{tg} \alpha_0) \frac{l_2}{f}}; \quad e' &= l - e, \quad e'' = e - x_m. \end{aligned} \right\} \quad (141)$$

Die Lastscheide ist reell, solange $e \leq l_1$, also $\operatorname{tg} \alpha_m \geq \frac{f}{l_1} + \operatorname{tg} \alpha_0$. Die Lastscheide ist imaginär, wenn $e > l_1$. Die Grenzwerte der Querkraft aus einer gleichförmigen Nutzlast p müssen daher für zwei Fälle angegeben werden.

1. Reelle Lastscheide E_3 nach Abb. 92e:

$$\max Q_{np} = \frac{p l}{2} \left(\frac{e''}{l} \right)^2 \frac{l}{e} \cos \alpha_n; \quad \min Q_{np} = Q_{np} - \max Q_{np}. \quad (142a)$$

2. Imaginäre Lastscheide E_2 nach Abb. 92d:

$$\max Q_{mp} = Q_{mp} - \min Q_{mp}; \quad \min Q_{mp} = - \frac{p l}{2} \left(\frac{x_m}{l} \right)^2 \frac{l}{e} \cos \alpha_m. \quad (142b)$$

Q_{mp} entsteht durch volle Belastung des Bogenträgers l . Die Grenzwerte der Querkräfte aus Lastenzügen werden am einfachsten nach (78) mit den Ordinaten der Einflußlinien angegeben.

Die übrigen Ergebnisse aus a und b lassen sich nach den Ansätzen des folgenden Beispiels in Form einer Tabelle mit den Leitwerten einer Gruppe ausgezeichneter Querschnitte berechnen.

Berechnung der Schnittkräfte der Dreigelenkbogenbrücke¹ Abb. 94.

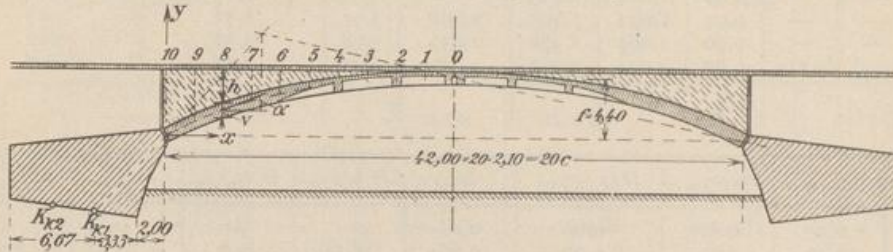


Abb. 94 a. Form des Tragwerks.



Abb. 94 b. Einflußlinie für das Kernmoment K_{k1} der Bodenfuge.

1. Geometrische Grundlagen. $y_m, y_{a',m}, y_{i',m}$ sind die Abstände des Schwerpunktes und der Kernpunkte in den angegebenen Schnitten y_m , bezogen auf eine durch die Mitte des Kämpfergelenks verlaufende Koordinatenachse. $w_{a',m}, w_{i',m}$ sind die senkrecht gemessenen Kernweiten.

$l = 42,00 \text{ m}, \quad f = 4,40 \text{ m}, \quad c = 2,10 \text{ m},$
 $\frac{l}{f} = 9,55, \quad \frac{l}{4f} = 2,39, \quad h = \left(\frac{v_2}{2} + f\right) - \left(\frac{v}{2} + y\right).$

2. Belastung:

- a) Eigengewicht, bezogen auf 1,05 m Tiefe als Rippenabstand. Gewölbe:
 Schnitt 0 bis 5: $g_v = 0,376 + 0,72 v$.
 Schnitt 6 bis 10: $g_v = 2,52 v$.
 Aufschüttung: $g_u = 1,89 h$. Versteinerung: $g_p = 0,409 \text{ t/m}$.
- b) Gleichmäßig verteilte Last: $p = 0,500 \cdot 1,05 = 0,525 \text{ t/m}$.
- c) Lastenzug E .

m	$w_{i',m}$ [m]	$w_{a',m}$ [m]	y_m [m]	$y_{i',m}$ [m]	$y_{a',m}$ [m]
0	—	—	4,40	—	—
1	0,15	0,20	4,35	4,50	4,15
2	0,16	0,21	4,25	4,41	4,04
3	0,20	0,28	4,09	4,29	3,81
4	0,21	0,28	3,87	4,08	3,59
5	0,22	0,28	3,57	3,79	3,29
6	0,17	0,17	3,20	3,37	3,03
7	0,17	0,17	2,67	2,84	2,50
8	0,16	0,16	2,01	2,17	1,85
9	0,16	0,16	1,13	1,29	0,97
10	—	—	0,00	—	—

3. Schnittkräfte:

a) Momente aus Eigengewicht $g = g_p + g_u + g_v$ oder $G_m = (g_{m-1} + g_m) \frac{c}{2}$;

$M_m = M_{0m} + H(f - y_m); \quad M_{a',m} = M_m + H w_{a',m}; \quad M_{i',m} = M_m - H w_{i',m}.$

M_{0m} bedeutet das Biegemoment eines stellvertretenden Freitragers $0 \div 10$.

$M_{0m} = M_{0(m-1)} - \left(V_{m-1} + \frac{G_m}{2}\right) c$ und $M_{00} = 0, \quad V_0 = 0. \quad V_{m-2} = \sum_1^{m-2} G_k,$ also

$\left(V_{m-1} + \frac{G_m}{2}\right) = \left(V_{m-2} + \frac{G_{m-1}}{2}\right) + \frac{G_{m-1} + G_m}{2} = \frac{G_1}{2} = \sum_1^m \frac{G_{k-1} + G_k}{2},$

$H = -\frac{M_{0,10}}{f} = \frac{532,5}{4,40} = 121,0 \text{ t}; \quad \text{Ordinaten der Mittelkraftlinie nach (135): } \bar{y}_m = f - \frac{M_{0m}}{H}.$

¹ Die vollständige Lösung ist in der I. Aufl. S. 56 angegeben.

Die Beziehungen bilden die folgende Rechenvorschrift:

m	h_m	g_a	v_m	g_v	g_m	$g_{m-1}+g_m$	G_m	$(V_{m-1} + \frac{G_m}{2})$	$(V_{m-1} + \frac{G_m}{2}) \cdot c$
0	—	—	0,90	1,024	1,433	—	—	0,00	0,00
1	—	—	0,94	1,054	1,463	2,896	3,04	1,52	3,19
2	—	—	0,96	1,067	1,476	2,939	3,08	4,58	9,62
3	0,06	0,113	0,97	1,074	1,596	3,072	3,22	7,73	16,23
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·

m	$M_{0,m}$	$f - y_m$	$H(f - y_m)$	M_m	$H w_{t',m}$	$H w_{a',m}$	$M_{t',m}$	$M_{a',m}$
0	0,00	0,00	0,00	0,00	—	—	0,00	0,00
1	3,19	0,05	6,05	2,86	18,14	24,2	- 15,28	+ 27,1
2	12,81	0,15	18,15	5,34	19,35	25,4	- 14,01	+ 30,7
3	29,04	0,31	37,50	8,46	24,2	33,9	- 15,74	+ 42,4
·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·

b) Grenzwerte der Momente und Querkräfte aus gleichmäßig verteilter Last p : Mit Hilfe der Ausdrücke (138)

$$e = \frac{2l}{\frac{l}{f} \cdot \frac{y}{x} + 2}; \quad e' = \frac{l}{1 + 2 \frac{f}{l} \cdot \frac{x}{y}}; \quad e'' = e - x; \quad e''' = e' - \frac{l}{2}$$

wird nach Abb. 92c $\max M_p = p \cdot \frac{x e''}{2}$; $\min M_p = \frac{-p \cdot l}{4f} e''' \cdot y$.

m	x	y	$y : x$	$x : y$	e	e'	e''	e'''	$\frac{x \cdot e''}{2}$	$\frac{l}{4f} y$	$\max M_p$	$\min M_p$
-----	-----	-----	---------	---------	-----	------	-------	--------	-------------------------	------------------	------------	------------

Obere Kernpunkte i'

1	18,90	4,50	0,238	4,20	19,66	22,33	0,76	1,33	7,18	14,30	+ 3,77	- 7,51
2	16,80	4,41	0,263	3,81	18,62	23,35	1,82	2,35	15,28	24,75	+ 8,02	- 12,99
3	14,70	4,29	0,292	3,43	17,55	24,45	2,85	3,45	20,93	35,33	+ 10,98	- 18,53
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·

Untere Kernpunkte a'

1	18,90	4,15	0,219	4,56	20,50	21,47	1,60	0,47	15,12	4,66	+ 7,94	- 2,45
2	16,80	4,04	0,240	4,16	19,55	22,45	2,75	1,45	23,50	13,99	+ 12,33	- 7,35
3	14,70	3,81	0,259	3,86	18,77	23,23	4,07	2,23	29,90	20,30	+ 15,70	- 10,65
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·

Die Grenzwerte der Querkräfte ergeben sich nach (142a), (142b) aus:

$$\operatorname{tg} \alpha_m = \frac{y_{m-1} - y_{m+1}}{x_{m-1} - x_{m+1}} = \frac{y_{m-1} - y_{m+1}}{4,20}; \quad e = \frac{l}{1 + \frac{l}{2f} \operatorname{tg} \alpha}; \quad \frac{l}{2f} = 4,775$$

$$Q_p = \frac{p}{2} \left((l - 2x) - \frac{l^2}{4f} \operatorname{tg} \alpha \right) \cos \alpha; \quad \frac{p}{2} = 0,26 \text{ t/m}; \quad \frac{l^2}{4f} = 100,2 \text{ m.}$$

Für $e > \frac{1}{2} l$ (eine Lastscheide):

$$\min Q_p = -\frac{p}{2} \frac{x^2}{e} \cos \alpha; \quad \max Q_p = Q_p - \min Q_p.$$

Für $e < \frac{1}{2} l$ (zwei Lastscheiden):

$$e'' = e - x; \quad \max Q_p = \frac{p}{2} \frac{e''^2}{e} \cos \alpha; \quad \min Q_p = Q_p - \max Q_p.$$

m	y	$\operatorname{tg} \alpha$	$\cos \alpha$	$\frac{l}{2f} \cdot \operatorname{tg} \alpha$	e	x	$l - 2x$	$\frac{l^2}{4f} \operatorname{tg} \alpha$	$l - 2x - \frac{l^2}{4f} \operatorname{tg} \alpha$	Q_p
0	4,40	0,0000	1,000	0,000	42,0	21,00	0,00	0,00	0,00	0,000
1	4,35	0,0357	0,999	0,170	35,9	18,90	4,20	3,58	+ 0,62	+ 0,163
2	4,25	0,0619	0,998	0,295	32,4	16,80	8,40	6,21	+ 2,19	+ 0,574
.
.

m	e	x	e''	$\frac{p}{2e} \cos \alpha$	$\min Q_p$	Q_p	$\max Q_p$
0	42,0	21,00	—	0,00625	- 2,755	0,000	+ 2,755
1	35,9	18,90	—	0,00730	- 2,605	+ 0,163	+ 2,768
2	32,4	16,80	—	0,00808	- 2,280	+ 0,571	+ 2,854
.
.

c) Rechenvorschrift für Lastenzüge (140). α Ungünstigste Laststellung (Abb. 92c).
 Größtmomente für Rechtsfahrt, Belastungsbereich = e
 Kleinstmomente für Linksfahrt, Belastungsbereich = e' .

Bedingung für die ungünstigste Laststellung (102): $\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_r < e : e'' < \mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_{r-1} \\ \text{oder} \quad \mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_r < e' : e''' < \mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_{r-1} \end{array} \right.$

Für $\max M_{l',m}$, $\max M_{a',m}$. (Lastenzug E.)

m	e	e''	$e : e''$	n	r	$r - 1$	\mathfrak{P}_n	\mathfrak{P}_r	\mathfrak{P}_{r-1}	$\mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_r$	$\mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_{r-1}$
Obere Kernpunkte i'											
1	19,66	0,76	25,87	9	1	0	165	20	0	8,25	∞
2	18,62	1,82	10,23	8	1	0	145	20	0	7,25	∞
3	17,55	2,85	6,16	8	2	1	145	40	20	3,63	7,25
.
.

m	e	e''	$e : e''$	n	r	$r - 1$	\mathfrak{P}_n	\mathfrak{P}_r	\mathfrak{P}_{r-1}	$\mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_r$	$\mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_{r-1}$
Untere Kernpunkte a'											
1	20,50	1,60	12,82	9	1	0	165	20	0	8,25	∞
2	19,55	2,75	7,11	9	2	1	165	40	20	4,12	8,25
3	18,77	4,07	4,61	8	2	1	145	40	20	3,63	7,25
.
.

Für $\min M_{l',m}$, $\min M_{a',m}$.

m	e'	e'''	$e' : e'''$	n	r	$r - 1$	\mathfrak{P}_n	\mathfrak{P}_r	\mathfrak{P}_{r-1}	$\mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_r$	$\mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_{r-1}$
Obere Kernpunkte i'											
1	22,33	1,33	16,78	11	1	0	205	20	0	10,25	∞
2	23,35	2,35	9,94	12	2	1	225	40	20	5,63	11,25
3	24,45	3,45	7,09	12	2	1	225	40	20	5,63	11,25
.
.

m	e'	e'''	$e' : e'''$	n	r	$r - 1$	\mathfrak{P}_n	\mathfrak{P}_r	\mathfrak{P}_{r-1}	$\mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_r$	$\mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_{r-1}$
Untere Kernpunkte a'											
1	21,47	0,47	45,7	11	1	0	205	20	0	10,25	∞
2	22,45	1,45	15,46	11	1	0	205	20	0	10,25	∞
3	23,23	2,23	10,41	12	2	1	225	40	20	5,63	11,25
.
.

β) Grenzwerte der Momente (119), (140) und Abb. 92c:

$$\max M_p = + \frac{e''}{e} (\mathfrak{C}_n + \mathfrak{P}_n b_n) - \mathfrak{C}_r; \quad \min M_p = - \frac{y}{f} \left[\frac{e'''}{e'} (\mathfrak{C}_n + \mathfrak{P}_n b_n) - \mathfrak{C}_r \right];$$

$\max M_{i',m}, \max M_{a',m}$.

m	e	e''	n	r	b_n	\mathbb{P}_n	$\mathbb{P}_n b_n$	\mathbb{E}_n	$\mathbb{E}_n + \mathbb{P}_n b_n$	$\frac{e''}{e} (\mathbb{E}_n + \mathbb{P}_n b_n)$	\mathbb{E}_r	$\max M_p$
Obere Kernpunkte i												
1	19,66	0,76	9	1	0,9	165	148	1770	1918	74,1	0	74,1
2	18,62	1,82	8	1	3,3	145	479	1118	1597	150,0	0	150,0
3	17,55	2,85	8	2	2,7	145	392	1118	1510	245	30	215
.
.
Untere Kernpunkte a'												
1	20,50	1,60	9	1	0,9	165	148	1770	1918	149,7	0	149,7
2	19,55	2,75	9	2	0,3	165	49	1770	1819	256	30	226
3	18,77	4,07	8	2	2,7	145	392	1118	1510	328	30	298
.
.

$\min M_{i',m}, \min M_{a',m}$.

m	e'	e'''	n	r	b_n	\mathbb{P}_n	$\mathbb{P}_n b_n$	\mathbb{E}_n	$\mathbb{E}_n + \mathbb{P}_n b_n$	$\frac{e'''}{e'} (\mathbb{E}_n + \mathbb{P}_n b_n)$	\mathbb{E}_r	$-\frac{f}{y}$	y	$\min M_p$
Obere Kernpunkte i'														
1	22,33	1,33	11	1	0,0	205	0	2295	2295	136,7	0	136,7	4,50	-139,7
2	23,35	2,35	12	2	0,0	225	0	2602	2602	262	30	232	4,41	-262,5
3	24,45	3,45	12	2	0,0	225	0	2602	2602	367	30	337	4,29	-328
.
.
Untere Kernpunkte a'														
1	21,47	0,47	11	1	0,0	205	0	2295	2295	39,6	0	39,6	4,15	-37,4
2	22,45	1,45	11	1	0,0	205	0	2295	2295	148,4	0	148,4	4,04	-136,3
3	23,23	2,23	12	2	0,0	225	0	2602	2602	250	30	220	3,81	-190,5
.
.

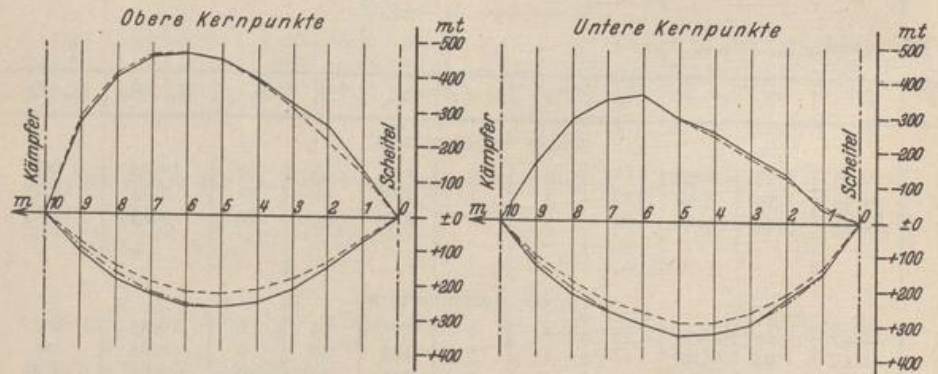


Abb. 95. Kernmomente aus Lastenzug E.

— Kernmomente aus Lastenzug E der Reichsbahn.
 - - - Kernmomente aus der Ersatzlast $p_E = 8,89 \text{ t/m}$ der (BE) für Lastenzug E.
 - · - · Positive Kernmomente aus $p_0 = 10,35$ (obere Kernpunkte) und $p_0 = 9,97$ (untere Kernpunkte).
 p_0 ist diejenige Ersatzlast, die sich mit (139) dem Ergebnis aus Einzellasten am besten anschmiegt.

Tabelle 9. Schnittkräfte am symmetrischen Dreigelenkbogen.

$$\frac{x}{l} = \xi, \quad \frac{x'}{l} = \xi', \quad \xi - \xi^2 = \omega_R, \quad \xi - \xi^3 = \omega_D, \quad \frac{y}{l} = \eta, \quad \frac{y'}{l} = \eta'.$$

Belastung*	Auflagerdruck	Biegemoment
	$A = B = \frac{pl}{2}$ $H_a = H_b = \frac{pl^2}{8f}$	$M_m = \frac{pl^2}{8}(4\omega_R - \eta)$ Für Parabelbogen: $M_m = 0$
	$A = \frac{3}{8}pl$ $B = \frac{1}{8}pl$ $H_a = H_b = \frac{pl^2}{16f}$	$M_m = \frac{pl^2}{16}(8\omega_{R1} - 2\xi_1 - \eta_1)$ $M_k = \frac{pl^2}{16}(2\xi'_2 - \eta_2)$
	$A = \frac{Pca'}{l}$ $B = \frac{Pca}{l}$ $H_a = H_b = \frac{Pca}{2f}$	$M_m = \frac{Pca}{2}\left(2\frac{a'}{a}\xi_1 - \eta_1\right)$ $M_m = \frac{Pca}{2}\left(2\frac{a'}{a}\xi_2 - \eta_2 - \frac{(x_2 - b_1)^2}{ac}\right)$ $M_k = \frac{Pca}{2}(2\xi'_3 - \eta_3)$ auch gültig für $b_1 = 0$ oder $b_2 = 0$
	$A = -\frac{wf^2}{2l}$ $B = \frac{wf^2}{2l}$ $H_a = -\frac{3}{4}wf$ $H_b = \frac{1}{4}wf$	$M_m = -\frac{wf^2}{2}\left(\xi_1 - \frac{3}{2}\eta_1 + \eta_1^2\right)$ $M_k = \frac{wf^2}{4}(2\xi'_2 - \eta_2)$
	$A = P\frac{a'}{l}$ $B = P\frac{a}{l}$ $H_a = H_b = P\frac{a}{2f}$	$M_m = P\frac{a}{2}\left(2\frac{a'}{a}\xi_1 - \eta_1\right)$ $M_k = P\frac{a}{2}(2\xi'_2 - \eta_2)$
Sonderfall $a = \frac{l}{2}$	$A = B = \frac{P}{2}$ $H_a = H_b = \frac{Pl}{4f}$	$M_m = P\frac{l}{4}(2\xi_1 - \eta_1)$

* Die Momente sind dargestellt durch $\bar{b} = \frac{M}{H_b}$, $\bar{a} = \frac{M}{B}$.

Tabelle 9 (Fortsetzung).

Belastung	Auflagerdruck	Biegemoment
	$A = -W \frac{a}{l}$ $B = W \frac{a}{l}$ $H_a = -W \frac{a' + f}{2f}$ $H_b = W \frac{a}{2f}$	$M_n = -W \frac{a}{2} \left(2 \xi_1 - \frac{a' + f}{a} \eta_1 \right)$ $M_m = -W \frac{a}{2} \left(2 \xi_2 - \frac{a' + f}{a} \eta_2 + 2 \frac{y_2 - a}{a} \right)$ $M_k = W \frac{a}{2} (2 \xi_3 - \eta_3)$
Sonderfall $a = f$	$A = -B = -W \frac{f}{l}$ $H_a = -H_b = -\frac{W}{2}$	$M_n = -W \frac{f}{2} (2 \xi_1 - \eta_1)$
	$A = -\frac{M}{l}$ $B = \frac{M}{l}$ $H_a = H_b = \frac{M}{2f}$	$M_n = -\frac{M}{2} (2 \xi_1 + \eta_1)$ $M_k = \frac{M}{2} (2 \xi_2 - \eta_1)$ <p>auch gültig für $a = 0$ oder $a = \frac{l}{2}$</p>
	$A = B = 0$ $H_a = H_b = -\frac{M}{f}$	$M_m = M \eta$
<p>$p_x = p_0 1 - 2 \xi$</p>	$A = B = \frac{p_0 l}{4}$ $H_a = H_b = \frac{p_0 l^2}{24 f}$	$M_m = \frac{p_0 l^2}{24} [2 \xi + 4 (\omega'_D - \omega_D) - \eta]$
<p>Parabel $p_x = p_0 (1 - 4 \omega_R)$</p>	$A = B = \frac{p_0 l}{6}$ $H_a = H_b = \frac{p_0 l^2}{48 f}$	$M_m = \frac{p_0 l^2}{48} [8 \omega_R (1 - 2 \omega_R) - \eta]$
<p>Kettenlinie</p>	$A = B = \frac{p_0 l}{2} \left(\frac{\text{Co} \alpha}{\alpha} - 1 \right)$ $= \frac{1}{6,3452} p_0 l$ $H_a = H_b = \frac{p_0 l^2}{4 f} \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{2} \right)$ $= \frac{1}{52,1989} \frac{p_0 l^2}{f}$	$M_m = \frac{p_0 l^2}{4} \left[\frac{2}{\alpha^2} - 2 \omega_R - \frac{1}{\alpha^2} \text{Co} \alpha (2 \xi - 1) - \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{2} \right) \eta \right]$

$p_x = p_0 [\text{Co} \alpha (2 \xi - 1) - 1], \alpha = \text{Ar Co} \alpha^2 = 1,3169.$

Tabelle 9 (Fortsetzung).

Belastung	Auflagerdruck	Biegemoment
	$A = \frac{5}{24} p l$ $B = \frac{1}{24} p l$ $H_a = H_b = \frac{p l^2}{48 f}$	$M_m = \frac{p l^2}{48} [2 \xi_1 + 8 (\omega'_{D_1} - \omega_{D_1}) - \eta_1]$ $M_k = \frac{p l^2}{48} (2 \xi'_2 - \eta_2)$
	$A = -\frac{w_0 f^2}{6 l}$ $B = \frac{w_0 f^2}{6 l}$ $H_a = -\frac{5}{12} w_0 f$ $H_b = \frac{1}{12} w_0 f$	$M_m = \frac{w_0 f^2}{12} [2 (\eta'_1 - \eta_1) + \eta_1 - 2 \xi_1]$ $M_k = \frac{w_0 f^2}{12} (2 \xi'_2 - \eta_2)$

Die angegebenen Formeln gelten für jede symmetrische Bogenform $y = f(x)$. Sie sind daher auch auf beliebige symmetrische Dreigelenkrahmen anwendbar. Haben diese senkrechte Pfosten, so bedeutet y sinngemäß die Ordinate des betrachteten Querschnitts. Ein Beispiel sei hierfür angegeben:

	$A = P \frac{a'}{l}$ $B = P \frac{a}{l}$ $H_a = H_b = P \frac{a}{2 f}$	$M_n = -P \frac{a}{2} \eta_n$ $M_m = P \frac{a}{2} \left(2 \frac{a'}{a} \xi_1 - \eta_1 \right)$ $M_k = P \frac{a}{2} (2 \xi'_2 - \eta_2)$ $M_t = -P \frac{a}{2} \eta_t$
	$A = -W \frac{a}{l}$ $B = W \frac{a}{l}$ $H_a = -W \frac{a' + f}{2 f}$ $H_b = W \frac{a}{2 f}$	$M_n = W \frac{a' + f}{2} \eta_n$ $M_m = -W \frac{a}{2} \left(2 \xi_1 - \frac{a' + f}{a} \eta_1 + 2 \frac{y_1 - a}{a} \right)$ $M_k = W \frac{a}{2} (2 \xi'_2 - \eta_2)$ $M_t = -W \frac{a}{2} \eta_t$
	$A = -\frac{M}{l}$ $B = \frac{M}{l}$ $H_a = H_b = \frac{M}{2 f}$	$M_n = -\frac{M}{2} \eta_n$ $M_t = \frac{M}{2} (2 - \eta_t)$ $M_m = \frac{M}{2} (2 \xi'_1 - \eta_1)$ $M_k = \frac{M}{2} (2 \xi'_2 - \eta_2)$

Tabelle 10. Schnittkräfte am symmetrischen Dreigelenkbogen.

Gleichung der Bogenmittellinie:

Parabelbogen: $y = \frac{4f}{l^2} \cdot (lx - x^2) = 4f \omega_R$.

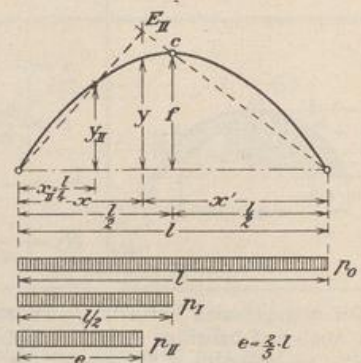
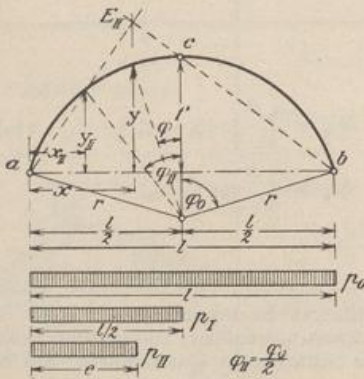
Kreisbogen: $x = \frac{l}{2} - r \cdot \sin \varphi$; $y = f - (1 - \cos \varphi) r$.

Belastungen:

p_0 = volle gleichförmige Belastung.

p_I = halbseitige gleichförmige Belastung.

p_{II} = Streckenlast über dem Abschnitt e der Einflußlinie des Biegemomentes in $x_{II} = l/4$ beim Parabelbogen und in $\varphi_{II} = \varphi_0/2$ beim Kreisbogen.



f/l	Kreis					Multiplikator	Parabel, angenähert für Kreise mit f/l = ψ ≤ 1/10
	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6		
x_{II}	0,1465	0,1995	0,2205	0,2365	0,2423	l	$l/4 = 0,2500 l$
y_{II}	0,7071	0,7272	0,7360	0,7434	0,7466	f	$\frac{3}{4} f = 0,7500 f$
e	0,2929	0,3543	0,3750	0,3890	0,3939	l	$\frac{2}{3} l = 0,4000 l$
A_0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	pl	$pl/2 = 0,5000 pl$
A_I	0,3750	0,3750	0,3750	0,3750	0,3750	pl	$\frac{3}{8} pl = 0,3750 pl$
A_{II}	0,2500	0,2915	0,3047	0,3133	0,3163	pl	$\frac{5}{8} pl = 0,3200 pl$
B_0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	pl	$pl/2 = 0,5000 pl$
B_I	0,1250	0,1250	0,1250	0,1250	0,1250	pl	$\frac{1}{8} pl = 0,1250 pl$
B_{II}	0,0429	0,0628	0,0703	0,0757	0,0776	pl	$\frac{3}{20} pl = 0,0800 pl$
H_0	0,2500	0,3750	0,5000	0,7500	1,000	pl	$0,1250 pl/\psi$
H_I	0,1250	0,1775	0,2500	0,3750	0,500	pl	$0,0625 pl/\psi$
H_{II}	0,0429	0,0942	0,1406	0,2271	0,3104	pl	$0,0400 pl/\psi$
M_0	-0,0259	-0,0110	-0,0061	-0,0027	-0,0015	pl ²	0
M_I	0	+0,0094	+0,0124	+0,0142	+0,0149	pl ²	$+\frac{1}{64} pl^2 = +0,0156 pl^2$
M_{II}	+0,0107	+0,0154	+0,0170	+0,0182	+0,0185	pl ²	$+\frac{3}{160} pl^2 = +0,01875 pl^2$
Q_0	+0,0732	+0,0420	+0,0264	+0,0128	+0,0075	pl	0
Q_I	+0,0732	+0,0420	+0,0264	+0,0128	+0,0075	pl	0
Q_{II}	+0,0429	+0,0243	+0,0124	+0,0011	-0,0035	pl	$-0,0100 pl/\sqrt{1 + (2\psi)^2}$
N_0	-0,4268	-0,4787	-0,5722	-0,7948	-1,0326	pl	$-0,2500 pl \sqrt{1 + 1/(2\psi)^2}$
N_I	-0,2500	-0,2534	-0,2927	-0,3996	-0,5173	pl	$-0,1250 pl \sqrt{1 + 1/(2\psi)^2}$
N_{II}	-0,1036	-0,1294	-0,1634	-0,2397	-0,3191	pl	$-0,1600 \psi pl [0,8750 + 1/(2\psi)^2] / \sqrt{1 + (2\psi)^2}$