



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Analytische Berechnung der Stütz- und Schnittkräfte

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

### 16. Stabwerke mit drei Gelenken.

Stabwerke mit drei Gelenken werden als Bogen- und Rahmenträger gebaut. Die wirtschaftlichen Vorteile der Bogenform zur Übertragung von Lasten ohne wesentliche Beanspruchung der Biegefestigkeit des Baustoffes sind bekannt. Sie gelten besonders für den Massivbau, da hier druckfeste Baustoffe mit geringer Zugfestigkeit verwendet werden. Zwei Gelenke liegen in der Regel an den Stützpunkten. Sie werden als Kämpfergelenke bezeichnet. Durch ihre Verschiebung gegen die Mitte des Stabzugs entsteht der Auslegebogen. Die Abb. 80 zeigen die allgemeine Anordnung eines Stabwerks mit drei Gelenken. Die Kämpfergelenke liegen in der Regel in gleicher Höhe. Die Rahmenform wird stets dem Zweck des Bauwerks angepaßt.

Um bei senkrechter Belastung waagerechte Stützkkräfte zu vermeiden, kann ein gerades oder gesprengtes Zugband vorgesehen werden (Abb. 81). Das Stabwerk bleibt trotzdem statisch bestimmt, wenn ein Stützpunkt längsbeweglich ist. Die Höhenlage und die allgemeine Anordnung des Zugbandes richten sich nach der Form des Rahmens und nach dem Bauvorhaben.

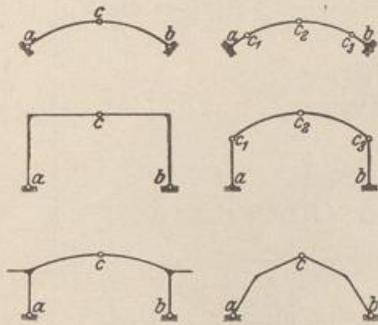


Abb. 80 a-f. Bauformen des Bogenträgers und Rahmens mit 3 Gelenken.

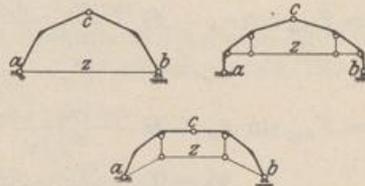


Abb. 81 a-c. Bauformen statisch bestimmter Bogenträger und Rahmen mit Zugband.

**Analytische Berechnung der Stütz- und Schnittkräfte.** Die Stützkkräfte  $K_l$  und  $K_r$  werden in je zwei Komponenten zerlegt, von denen  $A'$  und  $B'$  senkrecht sind, während  $H'_a$  und  $H'_b$  die Richtung der Verbindungsgeraden der Kämpfergelenke  $a, b$  erhalten (Abb. 82). Bei beliebiger Belastung sind  $A' + B'$  und  $H'_a - H'_b$  entgegengesetzt gleich der Projektion aller Lasten auf diese Richtungen. Senkrechte Belastung ergibt daher  $H'_a = H'_b$ . Bei beliebiger Belastung sind die Komponenten  $A', B'$  und  $H'_a - H'_b$  ebenso groß wie die Stützwiderstände eines stellvertretenden Balkens von der Stützweite  $l$ . Sie erzeugen in diesem mit der Belastung die Schnittkräfte  $V_0, H'_0, Q_0, M_0$ . Die Schnittkräfte des Bogen- oder Rahmenträgers werden daher aus diesen durch Superposition mit dem Anteil aus der Stützkraft  $H'_a$  oder  $H'_b$  erhalten. Mit  $H'_{0b} = 0$  und  $M_{1m}, Q_{1m}$  für  $H'_b = 1$  ist

$$\text{und } \left. \begin{aligned} M_m &= M_{0m} + M_{1m} H'_b, & Q_m &= Q_{0m} + Q_{1m} H'_b \\ K_l &= A' \uparrow H'_a = A \uparrow H_a, & K_r &= B' \uparrow H'_b = B \uparrow H_b. \end{aligned} \right\} \quad (127)$$

Die Stützkkräfte  $H'_a = H_a / \cos \alpha_0, H'_b = H_b / \cos \alpha_0$  werden aus dem Gleichgewicht der äußeren Kräfte an einem Bogenschenkel berechnet. Ihr Moment in bezug auf das Mittengelenk  $c$  ist Null. Bei geradem Zugbande tritt an Stelle von  $H'_a$  oder  $H'_b$  dessen Längskraft  $Z$ . Ist das Zugband gesprengt (Abb. 81, b-c), so wird die Längskraft des Stabes unter dem Mittengelenk berechnet.

Die analytische Berechnung der Stütz- und Schnittkräfte eignet sich am besten für senkrechte, unter Umständen auch für waagerechte Belastung. Dagegen verdient die zeichnerische Lösung den Vorzug bei beliebig gerichteten Lasten.

a) Lotrechte Lasten (Abb. 82a).

$$A' = \frac{1}{l} \left[ \int_0^l g(l-x) dx + \sum_1^n P_k b_k + \int_{x_1}^{x_2} p(l-x) dx \right].$$

$$B' = \frac{1}{l} \left[ \int_0^l g x dx + \sum_1^n P_k a_k + \int_{x_1}^{x_2} p x dx \right]; \quad H = H' \cos \alpha_0 = \frac{M_0 e}{f},$$

$$H = \frac{1}{f} \left[ A' l_1 - \int_0^{l_1} g(l_1-x) dx - \sum_1^m P_k (l_1 - a_k) - \int_{x_1}^{l_1} p(l_1-x) dx \right];$$

$$A = A' + H \operatorname{tg} \alpha_0; \quad B = B' - H \operatorname{tg} \alpha_0;$$

$$V_{0m} = A' - \int_0^{x_m} g dx - \sum_1^r P_k - \int_{x_1}^{x_m} p dx, \quad H_m = -H,$$

$$M_{0m} = A' x_m - \int_0^{x_m} g(x_m-x) dx - \sum_1^r P_k (x_m - a_k) - \int_{x_1}^{x_m} p(x_m-x) dx,$$

$$M_m = M_{0m} - H y_m, \quad M_{a',m} = M_{0m} - H y_{a',m},$$

$$M_{y',m} = M_{0m} - H y_{y',m}.$$

$$Q_m = V_{0m} \cos \alpha_m - H \frac{\sin(\alpha_m - \alpha_0)}{\cos \alpha_0};$$

$$\alpha_0 = 0: \quad Q_m = \cos \alpha_m (V_{0m} - H \operatorname{tg} \alpha_m).$$

$$-N_m = V_{0m} \sin \alpha_m + H \frac{\cos(\alpha_m - \alpha_0)}{\cos \alpha_0};$$

$$\alpha_0 = 0: \quad -N_m = \sin \alpha_m (V_{0m} + H \operatorname{ctg} \alpha_m).$$

(128)

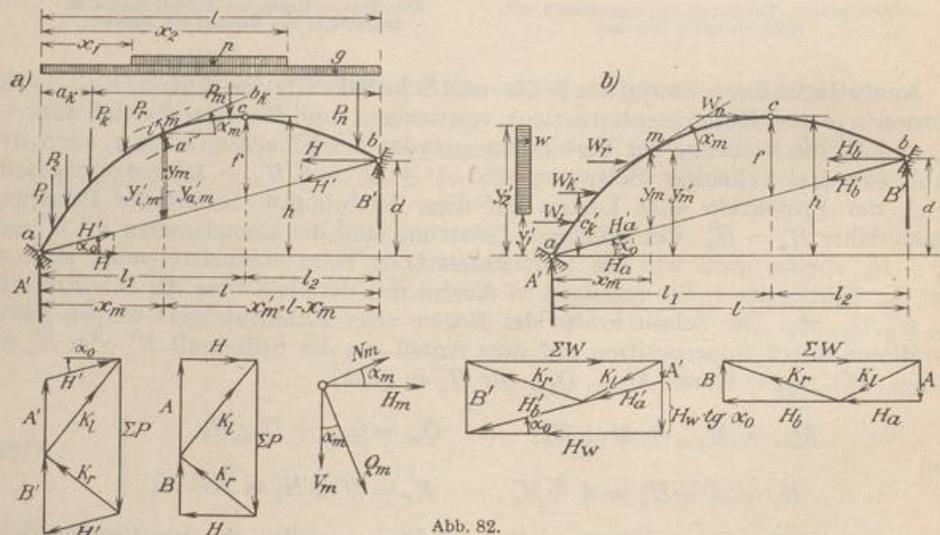


Abb. 82.

Nach diesen Angaben ist für gleichförmig verteilte Belastung  $p$

$$\left. \begin{aligned} H &= p \frac{l_1 l_2}{2f}; & M_m &= \frac{p l^2}{2} \left( \omega_R - \frac{l_1 l_2}{l} \frac{y}{f} \right). \\ -N_m &= \frac{p l}{2} \left[ 1 - 2 \frac{x}{l} + \frac{l_1 l_2}{l} \frac{l}{f} (\operatorname{ctg} \alpha_m + \operatorname{tg} \alpha_0) \right] \sin \alpha_m, \\ Q_m &= \frac{p l}{2} \left[ 1 - 2 \frac{x}{l} - \frac{l_1 l_2}{l} \frac{l}{f} (\operatorname{tg} \alpha_m - \operatorname{tg} \alpha_0) \right] \cos \alpha_m. \end{aligned} \right\} \quad (129)$$

Im Bauwesen bildet der symmetrische Bogenträger mit gleichhoch liegenden Kämpfergelenken die Regel. Hierfür ist  $\alpha_0 = 0$ ,  $l_1/l = l_2/l = 1/2$ .

Bei einer zusammenhängenden Untersuchung werden ebenso wie für den Balkenträger zunächst die Stützkkräfte  $A'$  und  $B'$ , hieraus die Schnittkräfte  $V_{0m}$  und nach (86)  $M_{0m}$  bestimmt. Aus  $M_{0c} - Hf = 0$  folgt die Bogenkraft  $H$ , so daß nach (128) die Biegemomente  $M_m$  oder die Kernmomente  $M'_{i,m}$ ,  $M_{a',m}$  angegeben werden können. Die Querkraft wird nach (128) oder aus  $Q_m s_m = M_m - M_{m-1}$  berechnet.

b) Waagerechte Lasten am linken Bogenschenkel (Abb. 82b).

$$\left. \begin{aligned} H_b - H_a = H_w &= \int_{y'_1}^{y'_2} w dy' + \sum_1^n W_k; & B' &= \frac{1}{l} \left( \int_{y'_1}^{y'_2} w y' dy' + \sum_1^n W_k c'_k \right), \\ A' = -B' + H_w \operatorname{tg} \alpha_0, & & H_b &= B' \frac{l_2}{l}, & H_a &= H_b - H_w; \\ A = -B = -B' \frac{h-d}{f} &= V_{0m}, & H_m &= - \left( H_a + \int_{y'_1}^{y'_m} w dy' + \sum_1^r W_k \right), \\ M_m = A' x_m - \int_{y'_1}^{y'_m} w (y'_m - y') dy' - \sum_1^r W_k (y'_m - c'_k) - H_a y_m &= M_{0m} - H_a y_m. \end{aligned} \right\} (130)$$

**Schaulinien der Schnittkräfte.** Um die Momente und Kernmomente in einfacher Weise zeichnerisch darzustellen, wird der Ansatz (128) umgeformt. Bei senkrechter Belastung ist mit  $H_m^{(a)}$  nach Abb. 88

$$\begin{aligned} -H_m^{(a)} &= H_a = H_b = H = \text{const} \\ M_m &= M_{0m} - H y_m = H \left( \frac{M_{0m}}{H} - y_m \right) = H (\bar{y}_m - y_m) = H \bar{b}_m. \end{aligned} \quad (131)$$

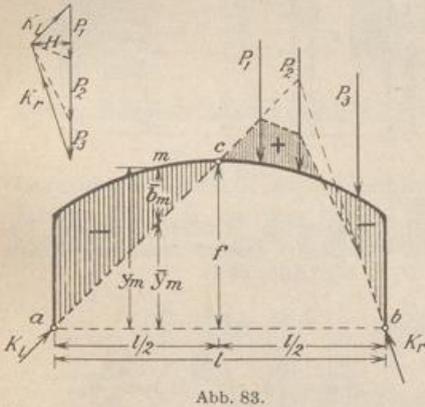


Abb. 83.

Das Biegemoment ist nach Abb. 83 proportional einer Strecke  $\bar{b}_m$ , die als Differenz zweier Strecken  $\bar{y}_m$  und  $y_m$  gefunden wird.  $y_m$  ist entweder Ordinate des Schwerpunktes oder eines der beiden Kernpunkte des Querschnitts  $m$ .  $\bar{y}_m = M_{0m}/H$  ist proportional dem Biegemoment des stellvertretenden Balkens, das nach Abschnitt 13 berechnet und aufgezeichnet werden kann.

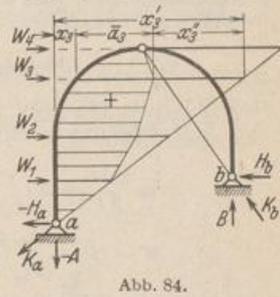


Abb. 84.

Das Vorzeichen der Differenz  $\bar{b}_m = \bar{y}_m - y_m$  ist in Abb. 83 eingetragen.

Lösung bei senkrechter Belastung auf dem rechten Abschnitt des Rahmens Abb. 83:

$$H = \frac{M_{0c}}{f} = \frac{\sum P b_k}{2f}, \quad \bar{y}_m = \frac{M_{0m}}{H}, \quad M_m = H (\bar{y}_m - y_m) = H \bar{b}_m.$$

Das Biegemoment mit einer positiven Differenz  $\bar{b}_m$  erzeugt an der Innenseite des Stabes Zugspannungen.

Bei waagerechter Belastung ist die Komponente  $H_m$  der Schnittkraft veränderlich, dagegen  $A = -B = V_{0m}$  konstant. Daher kann nunmehr die Stützkraft  $A$  in dem Ansatz des Biegemomentes als Multiplikator gewählt werden. Für einen